



HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCXXXI.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXXIII.



TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GE'NE'RALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

BOTANIQUE.

GÉOMÉTRIE.

ASTRONOMIE.

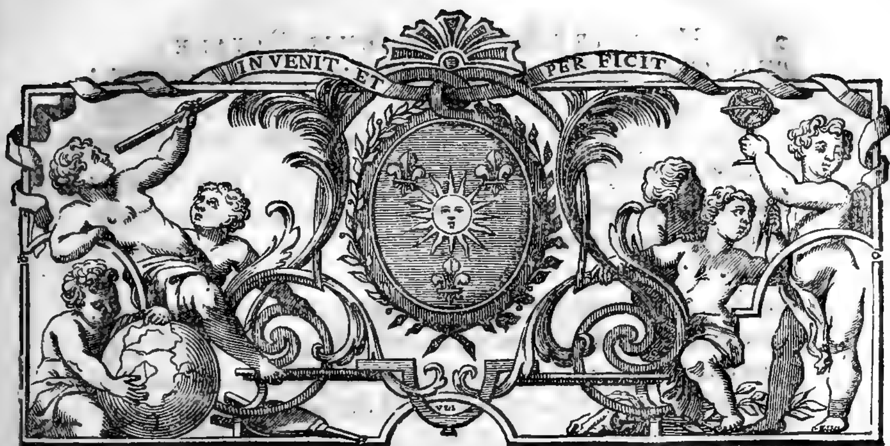
MÉCHANIQUE.



TABLE
POUR
LES MEMOIRES.



HISTOIRE



HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCXXXI.

PHISIQUE GENERALE.

SUR L'ADHERENCE DES PARTIES de l'Air entre elles, & aux autres Corps.



UELLE que soit la cause qui lie entre elles les parties d'un même Corps, ou qui fait qu'un certain Corps s'attache plus aisément à certains autres, on s'apperçoit bien vîte, sans être Observateur, que les parties de l'Huile, par ex. sont plus liées entre elles que celles de l'Eau, & que l'Huile s'attache plus aisément à la plûpart des Corps que ne feroit

V. les M. p. 50.

l'Eau. C'eſt-là ce qu'on appelle *Adhérence*, & il ne s'agira ici que des faits, & non des raiſons primitives.

Pluſieurs expériences Phiſiques ont fait reconnoître dans l'Eau une viſcoſité, une adhérence de ſes parties, quoique beaucoup moindre que celle de l'Huile. On en a ſoupçonné auſſi une dans l'Air, beaucoup moindre encore que celle de l'Eau, mais on n'a pas paſſé ce ſoupçon, & même d'habiles Phiſiciens ont crû que l'Air étoit bien, à la vérité, un Fluide, à cauſe de la grande fineſſe de ſes parties, qui les rend propres à ſe mouvoir indépendamment les unes des autres, mais non pas un Liquide, qui le fût à la maniére des autres que l'on connoît, dont les parties ſont plus liées enſemble. M. Petit le Médecin a voulu approfondir ce ſujet plus que l'on n'a fait juſqu'à préſent, & il le traite par un aſſés grand nombre d'expériences, dont nous ne rapporterons que les principales, celles qui demanderont le moins de diſcuſſion, & qui concluront le plus ſenſiblement.

Dans des Solutions de Sels ou de Métaux, on voit des Bulles d'Air s'élever du fond de la liqueur juſqu'au haut, chargées de particules Salines ou Métalliques. Quand elles ſont arrivées en haut, elles s'uniſſent à l'Air extérieur, & ces particules qu'elles avoient enlevées avec elles retombent. Comme elles ſont ſpécifiquement plus peſantes que l'Air, il ne peut les enlever qu'en s'attachant à elles avec une certaine force, & de maniére que le tout qu'il formera avec chacune d'elles ſoit plus léger que la liqueur qu'il traverſera en montant. Il faut que dans ce petit tout la quantité d'Air ſoit d'un plus grand volume que la particule Saline ou Métallique, autrement il ne ſeroit pas aſſés léger. Donc la particule qui s'enleve n'eſt pas attachée à tout l'Air qui l'enleve, donc elle tend par ſon poids à ſéparer les parties auxquelles elle tient d'avec celles auxquelles elle ne tient pas, & puiſqu'elle ne les ſépare pas les unes des autres, elles ont donc enſemble une certaine union qui prévaut ſur cet effort. Voilà une preuve aſſés manifeſte, & de l'adhérence des parties de l'Air entre elles, & de leur adhérence à des corps étrangers.

Cette Méchanique très-ſimple étant conçûë, il eſt aiſé d'imaginer les variétés qui arriveront au mouvement des Bulles d'Air chargées de particules plus peſantes. Quelquefois la Bulle n'ira pas juſqu'au haut, elle abandonnera en chemin ſa particule, qui ſe précipitera auſſi-tôt; quelquefois même chargée d'une particule trop peſante, elle n'aura pû du tout s'élever, & on verra une Bulle d'air au fond du Vaiſſeau ſans ſçavoir ce qui l'y retient, &c. On imaginera bien auſſi qu'il doit naître beaucoup de variétés de la différence des Corps mis dans l'eau, ſur-tout à l'égard de la groſſeur des Bulles. Les plus groſſes peuvent avoir près de 2 lignes de diametre, & il eſt à remarquer que quand elles vont juſque là, ou en approchent, elles ſont allongées de haut en bas, parce que la peſanteur de la particule étrangere a pû altérer un peu ſenſiblement leur figure ronde. Mais nous laiſſons tout ce détail.

M. Petit a obſervé dans ſes expériences que les Bulles d'Air, qui ſont ſur les Métaux ou Minéraux, ſont principalement ſur les endroits où les ſurfaces ne ſont pas polies. L'Air s'eſt mieux attaché aux endroits raboteux, qui lui donnoient plus de priſe, il s'eſt cantonné dans des cavités; & de plus l'Eau où ces Corps ſont plongés chaſſe par ſon mouvement du deſſus des ſurfaces polies l'Air peu adhérent qui s'y pouvoit trouver, & le pouſſe dans des endroits où il en rencontre d'autre qui l'arrête, & auquel il s'unit. C'eſt-là ce qui forme les Bulles les plus viſibles, & c'eſt une ſuite de l'adhérence de l'Air.

L'Aiguille qui ſe ſoûtient ſur l'Eau, quoique le Fer ou Acier ſoit près de huit fois plus peſant que l'Eau, eſt un fait très-connu, dont la cauſe eſt d'un côté l'adhérence des parties de l'Eau entre elles, qui empêche l'Aiguille de les diviſer, de l'autre l'adhérence de quelques parties d'Air à l'Aiguille, telle que cette Aiguille ne poſe ſur l'Eau que par le milieu de ſa partie inférieure, & eſt du reſte comme portée dans une petite Gondole d'Air. Cela eſt ſi vrai, que l'Aiguille tombera dès qu'on retranchera l'une ou l'autre de ces deux circonſtances, ſoit en chauffant l'Eau, ce qui diminüera

l'adhérence de ſes parties entre elles, ſoit en moüillant l'Aiguille, ce qui enlevera l'Air qui s'y étoit attaché, ou empêchera qu'il ne s'y en attache de nouveau, ou enfin mettra de l'eau plus peſante que l'air à la même place où il y eût eu de l'air, & rendra le tout plus peſant.

Cette expérience a été pouſſée plus loin. Des feüilles de différents Métaux, très-minces, & d'une aſſés grande ſuperficie, ſe ſoûtiennent ſur l'Eau, & ſi l'on veut qu'elles s'enfoncent, il faut les charger de quelque poids ; elles en portent ſouvent plus qu'on n'auroit crû. Il vient d'abord dans l'eſprit qu'à cauſe de la grandeur de leur ſurface par rapport à leur peu de peſanteur, un trop grand nombre de parties d'Eau réſiſtent en même temps à ſe laiſſer diviſer ; mais ſi cela étoit, pourquoi ces mêmes feüilles, miſes au fond de l'Eau, remonteroient-elles auſſi-tôt, en ſurmontant cette même réſiſtance de l'Eau à ſa diviſion, que rien ne les oblige à ſurmonter, puiſqu'au contraire leur propre peſanteur, & celle de toute l'Eau qu'elles portent, ne tendent qu'à les tenir où elles étoient ? Il eſt néceſſaire qu'il y ait en elles un principe de légereté par rapport à l'Eau dont elles doivent vaincre l'oppoſition, & ce principe ne peut être que l'Air qui leur eſt adhérent en une quantité d'autant plus grande qu'elles ont plus de ſurface.

M. Petit s'en eſt aſſûré par un moyen fort ſimple. Il lui a ſuffi de chiffonner ces feüilles entre ſes doigts pour diminüer leur ſurface, & elles ne ſe ſont plus ſoûtenües ſur l'eau.

Il ne faut pas omettre que quand on a chargé de quelque poids une feüille de Métal qu'on a miſe au fond de l'Eau, & qu'on a voulu empêcher de remonter, comme on a placé naturellement ce poids au milieu de la ſurface de la feüille, on trouve que ſes coins ſe ſont relevés, parce qu'ils ont été plus libres que le milieu d'obéïr à l'effort que faiſoit la feüille entiére pour monter. M. de Reaumur a fait le premier cette obſervation, & l'a indiquée à M. Petit qui l'a bien répétée.

Voilà donc l'adhérence de l'Air aux Corps ſolides aſſés prouvée. On ſçait que les Liquides en ſont pleins, mais on

peut ne pas sçavoir combien il y est adhérent, & combien il est difficile, ou peut-être impossible de l'en tirer. Quand on a mis de l'Eau froide dans la Machine Pneumatique, & qu'on n'a encore fait le Vuide qu'à moitié, on voit des Bulles d'Air s'élever du fond de l'eau jusqu'à sa surface où elles se dissipent, cela se passe sans beaucoup d'effervescence, & continüe jusqu'à ce que le Vuide soit entiérement fait, après quoi il ne monte plus de Bulles, ou très-peu, quelque temps que l'Eau reste dans la Machine.

Mais si on en retire cette même Eau, & qu'on l'y remette après l'avoir fait un peu chauffer, on la voit se rarefier à mesure que l'on pompe l'Air, il sort des Bulles beaucoup plus grosses que dans la premiére expérience, & il se fait une effervescence plus grande que celle qui seroit causée par le plus grand feu. Elle diminüe à mesure que l'Eau se refroidit, & ne cesse que quand elle est entiérement froide.

Il est déja sorti de la même Eau bien de l'Air, & ce n'est pas à beaucoup près tout ce qu'elle en contenoit. Il n'y a qu'à la faire chauffer une seconde fois, mais un peu plus que la premiére, & on en tirera autant d'Air qu'on en avoit déja tiré. Elle cesse de faire effervescence dès qu'elle n'est pas plus chaude qu'elle ne l'étoit la premiére fois au temps de sa grande effervescence. On peut continüer ce manege tant qu'on voudra, pourvû qu'on mette toûjours l'eau plus chaude. Il y a à cela un terme, qui est celui de la plus grande chaleur possible de l'Eau, apparemment passé ce terme on n'en tireroit plus d'Air, mais n'y en resteroit-il plus?

Quoi qu'il en soit, il paroît par ces expériences que l'Air à différents degrés d'adhérence avec l'Eau où il est enveloppé, que plus elle est rarefiée par la chaleur, &, comme disent les Chimistes, ouverte, plus il s'en échappe d'Air, parce que les degrés de cette adhérence ne viennent à ceder que les uns après les autres, les plus forts après les plus foibles.

L'Air moüille donc les Corps à sa maniére, comme fait l'Eau. D'ailleurs les effets de l'adhérence que les parties des Liqueurs ont entre elles, lui sont communs avec ces Liqueurs.

Ses Bulles ou gouttes affectent la figure ronde, & dès que deux Bulles se touchent, elles s'unissent. Que lui manque-t-il pour être un parfait Liquide? Il est si répandu par tout, qu'une plus grande connoissance de sa nature promet nécessairement de nouveaux avantages à la Phisique.

SUR LE NOUVEAU THERMOMETRE.

V. les M. p. 250.
* p. 9. & suiv.

LE nouveau Thermometre de M. de Reaumur, dont la construction a été expliquée en 1730*, étoit digne d'être porté à toute la perfection qu'on y pouvoit désirer, & ç'eût été dommage d'y épargner quelque travail de plus; quoique ces sortes de travaux ménent presque toûjours plus loin que l'on n'a crû. Il restoit quelque indécision sur l'article par où nous avons fini ce que nous en avons dit dans l'année précédente, & l'Inventeur du nouvel Instrument n'a pas voulu laisser ce sujet de doute, tout léger qu'il étoit; & l'engagement même où il prévoyoit qu'il s'alloit mettre d'entrer dans des discussions de Physique fort délicates, a été pour lui une raison d'entreprendre cette matiére.

Il s'agit de sçavoir si au haut du tuyau du Thermometre, on laissera de l'air naturel, & tel qu'il étoit au temps de la construction, ou si on le rarefiera autant qu'il sera possible. Nous en avons déja rapporté le pour & le contre. Si c'est le 1er, lorsque l'air renfermé, & l'Esprit de Vin recevront l'impression du Chaud extérieur, ils tendront en même temps à se dilater. Outre que la liqueur n'aura plus son mouvement libre, & marquera mal les degrés, cet effort peut être tel qu'il cassera la boule du Thermometre sur laquelle il s'exerce. Si c'est le 2d, l'air contenu dans l'Esprit de Vin, car toutes les liqueurs en contiennent, n'étant plus comprimé par le poids de l'air du haut du tube s'échappera & s'élevera dans cette espece de Vuide; on ne sçait s'il ne peut pas s'y en amasser assés pour former un volume d'air égal à peu-près en quantité & en qualité à l'air naturel qu'on auroit laissé

dans le 1er cas, & si par conséquent il n'y auroit pas les mêmes inconvénients à en craindre.

Il y a plus, lorsqu'on prend le parti de ce 2^{d} cas, on fait chauffer la liqueur en construisant le Thermometre, afin qu'elle s'éleve jusqu'au bout du tuyau, ou bien près, après quoi on le scelle promptement, & par ce moyen on ne peut y renfermer qu'un air extrêmement rarefié. Mais M. de Reaumur a observé que les Thermometres ainsi construits se tiennent plus haut que ceux sur lesquels on les avoit reglés, avant qu'on les scellât. A la vérité, ces Thermometres dérangés se remettent d'eux-mêmes avec le temps, il y a même des moyens de leur aider, mais ils ne se remettent pas parfaitement. M. de Reaumur prouve que cet effet vient de l'air contenu dans la liqueur, & qui par la chaleur qu'elle a prise au temps de la construction s'est dégagé de ses parties, ausquelles il étoit intimement uni, moyennant quoi il s'est trouvé en état de se rarefier assés pour augmenter sensiblement le volume de l'Esprit de Vin. Nous expliquerons plus particuliérement dans la suite tout ce qui appartient à cet air contenu dans la liqueur, & après cela différemment modifié.

Cette observation n'empêcheroit peut-être pas que le parti moyen que nous avions proposé pour l'air du haut du tube ne subsistât. On ne chaufferoit la liqueur que médiocrement en construisant le Thermometre, les inconvénients seroient légers, & la Pihsique qui ne peut jamais être si exacte, seroit assés en droit de les négliger. Mais M. de Reaumur a conçû le dessein hardi & presque témeraire d'ôter absolument ces inconvénients.

Il seroit executé, si l'on pouvoit tirer de l'Esprit de Vin du Thermometre tout l'air qu'il contient; car alors on ne craindroit plus que sa marche ne fût troublée par cet air qui vient à s'en dégager en certains temps, la qualité de la liqueur seroit toûjours la même, le haut du tube demeureroit, ou presque absolument vuide, ou rempli seulement de telle quantité d'air naturel qu'on voudroit. Mais toutes les expériences nous apprennent qu'il est impossible de tirer d'une

liqueur tout l'air qu'elle contient. Il n'y a que trois causes qui le fassent sortir des liqueurs, la diminution du poids de l'Atmosphere qui pressoit sur elles, une grande chaleur, un grand froid; cette derniére cause, moins frappante que les deux autres, se manifeste bien sensiblement dans la glace, par les grosses bulles d'air qui s'y forment. Mais il est très-certain qu'aucune des trois ne tire entiérement tout l'air.

Une reflexion sur le sujet présent fait voir que ce mal n'en est pas un. Il s'agit de Thermometres, d'Instruments qui mesurent les degrés de chaud, & de froid de l'air que nous respirons sur la Terre, & non pas les degrés de chaud & de froid de Mercure ou de Saturne. M. de Reaumur a pensé que si, comme il étoit très-apparent, la chaleur faisoit sortir d'une liqueur, d'autant plus d'air qu'elle étoit plus grande, il y avoit un certain point au de-là duquel une chaleur déterminée n'en feroit plus sortir, quoiqu'il en restât, & que quand tout l'air que cette chaleur pouvoit tirer d'une liqueur en seroit sorti de maniére à n'y pouvoir rentrer, il n'étoit plus possible qu'une chaleur moins forte tirât aucun air de cette liquèur. Certainement, il s'en faut beaucoup que nôtre air ne soit jamais, ni en aucun Climat, aussi échauffé qu'il peut l'être par l'eau boüillante, & par conséquent si on a tiré d'un Esprit de Vin, par une chaleur approchante, tout l'air qu'il aura pû lui donner, cet Esprit sera desormais à l'épreuve de toutes les chaleurs des Pays les plus chauds, on aura une sûreté plus que suffisante.

L'expérience s'est parfaitement accordée aux vûës de M. de Reaumur. La boule d'un Thermometre étant plongée dans l'eau boüillante, & l'Esprit de Vin s'étant élevé jusqu'au haut du tube, il a scellé le tube avec de la Cire, & ensuite l'a couché presque horisontalement, afin que l'air, dont la partie considérablement la plus grande, étoit contenüe dans la liqueur de la boule, s'échappât avec plus de facilité. Il s'est formé en effet une grosse bulle d'air au haut de la boule. M. de Reaumur a remis son Thermometre dans la situation verticale & ordinaire ; alors la bulle de la boule s'est élevée

le

le long du tube, & en a gagné le haut qui a été déſcellé pour la laiſſer ſortir. Auſſi-tôt on a remis le Thermometre dans de l'eau qu'on a fait chauffer juſqu'à boüillir, & on l'a reſcellé pour recommencer la même opération, car il la faut recommencer, & pluſieurs fois, toûjours de la même façon, pour tirer toûjours de nouvel air de la liqueur. Les bulles d'air du haut de la boule, qui diminüent de groſſeur dans les opérations ſucceſſives, promettent que l'air ne ſera pas inépuiſable. Cette diminution eſt ſenſible, tantôt dès les premiéres opérations, tantôt plus tard, mais elle va toûjours en augmentant, & enfin après un nombre d'opérations, qui va au plus juſqu'à 20, & eſt ſouvent moindre, la liqueur eſt entiérement épuiſée d'air, c'eſt-à-dire, de celui qu'elle peut donner par la chaleur de l'eau boüillante. On a beau laiſſer après la derniére opération le Thermometre couché horiſontalement, il ne ſe forme plus de bulle d'air dans la boule. Le Thermometre conſtruit à demeure, & ne devant plus être déſcellé, a été ſcellé à la Lampe, au lieu qu'il ne l'étoit dans les opérations préparatoires qu'avec de la Cire qu'on ôtoit facilement.

Il a donné lieu à deux obſervations importantes, car nous en omettons pluſieurs moins conſidérables, quoiqu'utiles au Sujet embraſſé dans toute ſon étenduë.

1.° Le Thermometre à Eſprit de vin purgé d'air a été conforme dans ſa marche à d'autres Thermometres bien réglés, mais dont l'Eſprit de vin, le même en qualité, étoit chargé d'air autant qu'il pouvoit l'être. De-là il ſuit, contre l'opinion de pluſieurs habiles Phiſiciens, que l'air contenu dans l'Eſprit de vin, & par conſéquent, ſelon toutes les apparences, celui des autres liqueurs, ne contribuë point à leur dilatabilité, du moins ſenſiblement, car s'il y contribuoit, il eſt clair qu'un Thermometre à Eſprit de vin, purgé d'air, ne ſe ſeroit pas tant élevé que les autres par un même degré de chaleur.

2.° Quoique par les opérations ſucceſſives qui ont purgé un Eſprit de vin, il en ſoit ſorti une grande quantité d'air,

& telle qu'en faiſant une ſomme de tous les degrés que cet air dégagé a occupés au haut du tuyau, on trouve quelquefois jusqu'à 54 degrés, cependant le Thermometre étant conſtruit, & s'étant mis au degré que lui donnoit la chaleur de l'air extérieur, il n'a été que de $\frac{1}{4}$ de degré plus bas, que ſi l'Eſprit de vin n'avoit pas été purgé.

Cela paroît contraire à ce qui vient d'être dit, car enfin l'Eſprit de vin purgé d'air étoit donc plus bas, moins dilaté, quoique de fort peu, & par conſéquent l'air, qu'il avoit perdu, l'auroit rendu plus dilatable. Voici le dénoüement de la difficulté, qui nous jette dans une conſidération, ou plûtôt dans une ſuite de conſidérations Phiſiques aſſés curieuſes.

Le fait eſt conſtant qu'il y a de l'air dans toutes les liqueurs, elles en exhalent toutes dans la Machine Pneumatique, & on ne les en épuiſe jamais entiérement. M. Mariotte a obſervé qu'elles ont une grande facilité à en reprendre, & à s'en charger de nouveau autant qu'il eſt poſſible.

Cependant il y a peu d'affinité à certains égards entre ces deux ſubſtances, l'air & une liqueur quelconque. L'air ſe laiſſe aiſément comprimer par les poids, & à proportion des poids, du moins dans les expériences que nous pouvons faire, & il ſe dilate à proportion de ce qu'il eſt ſoulagé de cette preſſion. Il ſe dilate auſſi par le chaud, & ſe condenſe par le froid. On a éprouvé que l'eau eſt abſolument incompreſſible par les poids, elle paſſera plûtôt en vapeur par les pores d'un vaſe de métal où elle ſera enfermée, que de ſe laiſſer comprimer par de violents coups de marteau, qui feront des enfoncements au vaſe, & en diminüeront la capacité intérieure. Cette eau qui ne s'eſt pas laiſſée comprimer, avoit pourtant beaucoup d'air, & de-là il ſuit que l'air mêlé dans les liqueurs y perd ſa propriété d'être compreſſible par les poids, car ce que nous avons dit de l'eau, il le faut entendre des liqueurs en général qui contiennent toûjours beaucoup d'eau, & peut-être ne ſont liqueurs que parce qu'elles en contiennent.

Il y a cependant des cas où l'air des liqueurs eſt compreſſible. Quand M. de Reaumur, au moyen de l'eau boüillante,

avoit épuiſé d'air, autant qu'il ſe pouvoit, l'Eſprit de vin de ſon Thermometre, le Thermometre déſcellé & ouvert à l'air extérieur, deſcendoit auſſi-tôt de quelques degrés, ſans que ce mouvement pût être attribué à la température d'air que cet Inſtrument doit marquer. Nous obſerverons même, en paſſant, qu'il ne falloit ouvrir le Thermometre qu'en faiſant un petit trou à la cire qui le ſcelloit, ſans quoi l'irruption de l'air extérieur auroit été trop bruſque & trop impétueuſe, & même en ne déſcellant qu'avec la précaution marquée, on voyoit encore des eſpeces de vibrations de la liqueur, qui repouſſée d'abord trop bas, remontoit enſuite comme par une vertu de reſſort, & venoit enfin à s'arrêter à un certain point. Aſſûrément ce n'étoit pas dans cette expérience l'Eſprit de vin qui ſe comprimoit par l'entrée de l'air extérieur dans le tube, il falloit que ce fût de l'air rarefié contenu dans cet Eſprit.

L'air des liqueurs y eſt donc en deux états differents, dans l'un il eſt incompreſſible, dans l'autre, capable de compreſſion. Il eſt naturel, & même néceſſaire de concevoir que lorſqu'il eſt incompreſſible, il eſt uni à la liqueur le plus étroitement qu'il ſe puiſſe, & que quand il eſt capable de compreſſion, il en eſt à demi dégagé, ſans avoir pû en ſortir, & en effet il n'eſt en cet état que par une grande chaleur.

Si dans le premier état il ne fait rien à la compreſſibilité des liqueurs, il ne fait rien non plus à leur dilatabilité. L'eau ſe dilate indépendamment de l'air, parce que ſes parties deviennent plus tenuës, s'écartent davantage les unes des autres, & ſe répandent dans un plus grand eſpace; ce ſont-là les vapeurs, les brouillards, & cela n'empêche pourtant pas que l'air, qu'il n'eſt pas poſſible de tirer entiérement de l'eau, n'ait pû contribuer à la dilater. Pour l'Eſprit de vin qu'on aura purgé de tout l'air qui en peut ſortir par l'eau boüillante, il ne ſe dilatera plus à toute autre chaleur moindre que par ſa partie huileuſe & ſpiritueuſe, qui de ſa nature eſt ſuſceptible d'extenſion. Peut-être auſſi ſa partie aqueuſe, car il n'eſt pas d'une ſubſtance homogene, comme l'eau, contribuë-t-elle de quelque choſe aux grandes dilatations.

La diſtinction des deux états de l'air dans les liqueurs donne l'explication de la difficulté qui avoit été propoſée. Mais cette explication elle-même en demande d'autres. Comment l'air eſt-il devenu incompreſſible dans une liqueur ? Ses différentes parties, qui y ſeront ſemées comme on voudra, y ont toûjours un certain volume, & tous ces volumes y ſont condenſés au point de ne pouvoir plus l'être davantage, quelle force a été aſſés puiſſante pour les condenſer à ce point-là ? nous n'en connoiſſons aucune qui ſoit à beaucoup près capable de cet effet. Il ſuffit qu'une liqueur ſoit préſentée à l'air, elle le prend, s'en imbibe ſans aucune violence & très-naturellement. Tout ceci, qui a paru aux Phiſiciens d'une difficulté effrayante, M. de Reaumur a trouvé moyen de le ramener à des idées ſi ſimples & ſi familiéres, qu'on ſera peut-être étonné de l'embarras qu'on s'étoit fait.

Une liqueur prend l'air, comme une petite languette de Drap prend & boit l'eau où elle trempe par un bout. L'air moüillé par la premiére ſurface de la liqueur s'incorpore avec elle, il n'a plus que le mouvement de liquidité qu'elle a, & par ce mouvement celui qui étoit à la premiére ſurface eſt porté ailleurs, s'enfonce, ſi l'on veut, dans la liqueur, & il arrive à cette ſurface ſupérieure de nouvel air qui ſe moüille pareillement de la liqueur, s'y mêle, & toûjours ainſi de ſuite juſqu'à ce qu'elle en ait bû tout ce qu'elle en peut boire.

Tous les interſtices que laiſſoient entre elles les parties propres de l'air ſe rempliſſent de la liqueur, & par conſéquent le volume de l'air n'en eſt pas augmenté. C'eſt ainſi que le volume d'une Eponge ne l'eſt pas, quoiqu'à compter tout ce qu'elle a pris d'eau dans toutes ſes cellules, il ſe trouvât qu'elle en a pris un volume beaucoup plus grand que celui de ſa matiére propre.

Puiſque du papier moüillé perd ſon reſſort, & à tel point qu'il ne peut plus porter ſon propre poids, on concevra ſans peine que l'air moüillé perd auſſi ſon reſſort, & qu'alors par conſequent il n'eſt plus ni compreſſible, ni dilatable. Mais il peut ſe ſecher, c'eſt-à-dire qu'il peut être tiré des interſtices

de cette liqueur où il s'est insinué, & cela arrive soit lorsque la compression de l'air extérieur devenuë moindre, le tient moins renfermé dans la liqueur, soit lorsqu'il survient une chaleur qui agitant plus vivement les particules où la liqueur & l'air sont unis occasionne leur séparation, soit au contraire lorsque le froid rapprochant davantage les unes des autres les parties propres de la liqueur, en chasse & en exprime celles de l'air.

De ces trois cas celui de la chaleur est le seul auquel il faille avoir égard en fait de Thermometres, car leur liqueur ne gele pas, & on a pris ses précautions contre les variations du poids de l'Atmosphere. Quand la chaleur n'a dégagé qu'à demi l'air de l'Esprit de Vin, on conçoit naturellement qu'il se trouve alors dans toute cette liqueur une infinité de petites bulles d'air semées de toutes parts, qui n'en sortent point, parce qu'elles ne sont pas encore assés agitées, parce qu'elles n'ont pas la force de vaincre la résistance du liquide, &c. C'est dans ce cas là principalement où arrivent les Phénomenes qui pouvoient embarrasser.

Nous avons vû que quand M. de Reaumur a voulu purger d'air un Esprit de vin autant qu'il pouvoit l'être par l'eau boüillante, il en avoit tiré par toutes ses opérations successives jusqu'à 54 degrés, ces degrés étant de l'étenduë de ceux du tube du Thermometre, & que cependant le Thermometre construit ne s'étoit trouvé que de $\frac{1}{4}$ de degré plus bas qu'il n'eût été sans cette construction particuliére. Le rapport de 54 à $\frac{1}{4}$ étant celui de 216 à 1, le volume de la liqueur n'a donc par l'extraction de l'air été diminué que de $\frac{1}{216}$. C'est la même chose que si d'une Eponge bien imbibée d'eau, & qui représente ici l'air, on en retranchoit par la pensée toute sa substance propre, certainement le volume d'eau restant seroit presque égal à ce qu'étoit le tout auparavant. Il suit de-là, non que l'air fût 216 fois plus condensé dans l'Esprit de vin que dans l'état où nous le respirons, mais que d'un volume total de 217 parties, l'air en occupoit seulement 1, & l'Esprit de vin 216.

M. de Reaumur ne prétend pas avoir encore épuisé ce sujet, & en épuise-t-on jamais quelqu'un? il prétend seulement que quand on voudra le suivre plus loin, ses nouveaux Thermometres se trouveront heureusement fort propres aux expériences qui pourront y être nécessaires.

Pour revenir à la construction de ces Thermometres, d'où nous nous sommes un peu écartés par des considérations incidentes, M. de Reaumur avertit que quand on veut purger d'air l'Esprit de vin, on n'est pas absolument obligé de passer par le grand nombre d'opérations, qui l'en purgeroient entiérement. Ce n'est pas que ce grand nombre doive faire tant de peur, ni qu'il demande tant de temps qu'on croiroit d'abord, M. de Reaumur le fait voir, mais un moindre nombre suffira, & le peu d'air qui restera dans l'Esprit de vin ne sera pas capable de troubler jamais sa marche sensiblement. Les objections qu'on a faites de ce chef contre la nouvelle invention, l'Auteur les croit pleinement résoluës par cette construction seule bien conçûë, ou bien executée.

On a fait une autre difficulté, qui pouvoit faire impression tant par le lieu d'où elle venoit que par le calcul géometrique dont elle étoit appuyée. Le nouveau Thermometre doit être plus grand & plus gros que les anciens, & contenir plus de liqueur. Le fond de la boule est toûjours d'autant plus chargé, non-seulement qu'une plus grande quantité de liqueur pese dessus, mais que la colonne de cette liqueur est plus haute, parce que, selon les principes de l'Hidrostatique, quoique le diametre du tube soit beaucoup plus petit que celui de la boule, le fond de la boule est aussi chargé que s'il l'étoit par une colonne de liqueur dont le diametre seroit dans toute sa longueur égal à celui de la boule. Lorsque dans le nouveau Thermometre la liqueur est à sa plus grande élevation, cette charge peut faire un effort de 130 livres, & il est à craindre que la boule qui n'est pas d'un verre plus fort que dans les Thermometres communs, ne casse. M. de Reaumur s'est rassûré contre cette crainte par des expériences, soit en faisant élever la liqueur par l'eau boüillante plus haut

qu'elle ne fera jamais dans les grandes chaleurs d'aucun Climat, soit en employant des boules fort éloignées de la figure ſpherique, & par conséquent beaucoup moins capables de résister.

On pourroit dire qu'une plus grande charge, sans casser la boule, la dilateroit, ce qui feroit baisser la liqueur dans le tuyau, & par conséquent donneroit une marque trompeuse. Mais M. de Reaumur a encore trouvé que cet inconvénient étoit nul. Quand le Thermometre est dans sa position ordinaire, qui est la verticale, la boule est la plus chargée qu'elle puisse être, & par conséquent dilatée si elle peut l'être par cette cause. En inclinant le tuyau jusqu'à le rendre presque horisontal, on soulage la boule de presque tout le poids qu'elle portoit, elle se resserrera donc, & le Thermometre étant promptement redressé, la liqueur y sera plus haute qu'elle n'étoit auparavant. C'est cependant ce qui n'arrive point; preuve certaine que de ce chef, la boule ni ne se dilate, ni ne se resserre.

SUR QUELQUES EXPERIENCES DE L'AIMAN.

C'Est ici une matiére dont on ne verra de long-temps le bout, si on le voit jamais, & si on le voit d'aucune autre. M. du Fay continuë les recherches sur l'Aiman, dont nous avons parlé en 1728 * & en 1730 *, & par de nouvelles expériences, dont nous omettrons le détail, aussi-bien que la description des Machines, qu'il a été obligé d'inventer, il étend présentement, ou éclaircit, ou modifie ce qu'il avoit avancé.

V. les M. p. 417.

* p. 1. & suiv.
* p. 1. & suiv.

Il s'agit de deux Questions.

1.° Dans un même Aiman un Pole a-t-il constamment plus de vertu attractive que l'autre?

2.° Une plus grande vertu attractive n'emporte-t-elle pas la vertu de soûtenir un plus grand poids?

Nous avons déja dit en 1730 que M. du Fay n'admet qu'un Courant de la matiére Magnétique, qui entre dans la Terre, comme en tout autre Aiman, par le Nord, & en ſort par le Sud pour rentrer par le Nord, & par conſéquent le Pole Boréal eſt toûjours le Pole d'*entrée,* & l'Auſtral toûjours le Pole de *ſortie,* ce qui détermine nettement les dénominations des deux Poles, indépendamment de toute autre conſidération, qui pourroit y mettre de l'équivoque. On a crû, après Deſcartes, que le Pole Boréal d'un Aiman avoit plus de vertu attractive que l'autre, & cela parce qu'il étoit plus proche du Pole Boréal du monde, raiſon qui paroît aſſés légere. Quoique M. du Fay l'eût combattuë en 1730 par une expérience qui pouvoit ſuffire, il n'a pas voulu s'en tenir là, car le fait pouvoit être vrai, & avoir une autre cauſe. Il étoit important de ſçavoir ſi les deux Poles d'un Aiman ſont inégaux en vertu.

On auroit peut-être de la peine à croire combien il fut difficile d'imaginer des expériences qui menaſſent ſûrement à une concluſion. Enfin après avoir remédié à tous les inconvénients qui ſe préſentoient, & apporté les attentions les plus ſcrupuleuſes, M. du Fay en approchant par degrés exactement meſurés un même Aiman de deux Aiguilles aimantées toutes pareilles, à la longueur près, qui étoit de 6 pouces dans l'une, & de 4 dans l'autre, trouva toûjours que le Pole d'entrée de l'Aiman placé ſucceſſivement à la même diſtance de l'une & de l'autre Aiguille en attiroit plus fortement le bout, ou lui faiſoit décrire un plus grand arc de Cercle que ne faiſoit le Pole de ſortie, quand c'étoit à la plus longue Aiguille qu'on préſentoit l'Aiman, & qu'au contraire quand c'étoit à la plus courte, le Pole de ſortie étoit le plus fort. A toutes les différentes diſtances, & même avec pluſieurs Aimans différents, les effets ſuivoient la même Regle.

On a dit en 1730, pourquoi dans l'hipotheſe d'un ſeul Courant de la matiére Magnétique, le Pole de ſortie d'un Aiman doit naturellement être le plus fort. Je dis *naturellement,* car un Aiman peut être inégalement Aiman en ſes différentes

différentes parties, il en aura de plus terreſtres, de moins diſpoſées à laiſſer paſſer librement la matiére Magnétique. Si un Aiman avoit agi de la même maniére ſur les deux Aiguilles, ſi ſon Pole d'entrée avoit été le plus fort à l'égard des deux, on auroit pû croire que le vice étoit en lui, que ſa conſtitution particuliére tranſpoſoit l'inégalité naturelle de ſes Poles ; mais il agiſſoit ſur la petite Aiguille comme il le devoit, le vice n'étoit donc ni en lui, ni dans la petite Aiguille, mais dans la grande, & cela eſt d'autant plus certain qu'avec des Aimans différents, c'étoit encore la même choſe. Il ſuit de-là que les deux bouts d'une Aiguille aimantée, &, ce qui revient au même, les deux Poles d'un Aiman pouvant être plus forts ou plus foibles par eux-mêmes, & indépendamment de leur direction vers le Nord ou vers le Sud, il n'eſt pas poſſible de rien établir de général, ni de certain ſur ce ſujet.

Dans le cours des expériences, dont nous avons rapporté le réſultat, M. du Fay obſerva qu'à meſure qu'il approchoit d'une Aiguille, qui tournoit ſur ſon Pivot, la pierre d'Aiman, cette Aiguille toûjours plus attirée décrivoit un plus grand arc de Cercle aſſés proportionné d'abord aux différentes diſtances de l'Aiman, mais qu'enſuite cet arc devenoit tout d'un coup beaucoup plus grand qu'il n'eût dû être ſelon cette proportion, après quoi le mouvement de l'Aiguille ſe remettoit aſſés dans la proportion juſqu'à la fin. Pourquoi ce ſaut bruſque de l'Aiguille vers le milieu de ſon mouvement? cela vient de la différente poſition de l'Aiguille à l'égard du Tourbillon de l'Aiman. D'abord l'Aiman étant éloigné le Tourbillon n'atteignoit l'Aiguille qu'au milieu de ſa longueur, & la moitié de cette longueur étoit le bras de levier par lequel agiſſoit la vertu attractive de l'Aiman. Ce bras changeoit peu, s'allongeoit peu pendant un temps. Mais l'Aiman étant beaucoup plus proche, & le bout de l'Aiguille fort enfoncé dans le Tourbillon, tout d'un coup le bras de levier étoit preſque toute la longueur de l'Aiguille, & par conſéquent l'action de la vertu attractive en étoit ſubitement & très-conſidéra-

blement fortifiée, & après cela elle ne pouvoit plus l'être de la même maniére. Ce qui confirme bien cette explication, c'eſt que cette irrégularité apparente n'étoit bien marquée que dans les longues Aiguilles qui pouvoient fournir des bras de levier fort ſenſiblement inégaux.

Lorſqu'on a aimanté une Aiguille ou une Lame d'Acier, en la paſſant ſur une Pierre d'Aiman, & qu'on lui a donné les deux différents Poles ſelon le ſens dont on l'a paſſée, il n'y a qu'à la paſſer ſur la même Pierre une ſeconde fois en ſens contraire, le Pole qui étoit d'entrée devient auſſi-tôt celui de ſortie. Par cette opération, M. du Fay a eu beau changer & rechanger les Poles d'une Lame, le même bout qui s'étoit trouvé une fois avoir plus de vertu attractive, la conſervoit toûjours, & à peu-près dans la même proportion, ſoit qu'il fût Pole d'entrée ou de ſortie, ſoit, ce qui eſt la même choſe, qu'il ſe dirigeât au Nord ou au Sud. C'étoit donc uniquement quelque diſpoſition intérieure de cette Lame qui donnoit plus de vertu à l'un de ſes bouts, &, ce qui le prouve encore, il ſe trouvoit d'autres Lames toutes pareilles, dont les deux bouts n'avoient point cette inégalité de vertu.

Il eſt fort naturel de croire qu'une plus grande vertu attractive eſt liée avec celle de ſoûtenir un plus grand poids, ou plûtôt que ces deux vertus ne ſont que la même ; car pourquoi un Aiman ſoûtient-il un poids qui de lui-même tomberoit, ſi ce n'eſt parce qu'il l'attire, & ſe l'attache par cette attraction, & ne ſe l'attache-t-il pas davantage, ou, ce qui revient au même, ne doit-il pas ſoûtenir un plus grand poids, à proportion que cette attraction eſt plus forte ? cependant les expériences de M. du Fay lui ont appris que le Pole qui attiroit de plus loin n'étoit pas toûjours celui qui levoit le plus grand poids. Il en a été ſurpris d'abord, & a ceſſé de l'être en y penſant un peu. Un Tourbillon Magnétique eſt compoſé de petits Torrents, de filets, qui agiſſent & ſelon leur quantité plus ou moins grande, & ſelon qu'ils ſont plus ou moins ſerrés les uns contre les autres. C'eſt par

une plus grande quantité précisément qu'ils soûtiennent un plus grand poids, c'est par une plus grande union qu'ils attirent de plus loin. On voit assés ce qui résulte de cette distinction. La Nature en sçait bien faire une infinité d'autres, & de plus fines, dont notre Raison ne s'avise point, si elle n'est avertie par les faits, & dont elle ne s'avise pas toûjours, quoiqu'avertie.

OBSERVATIONS DE PHISIQUE GENERALE.

I.

Le P. Dom Halley, Prieur des anciens Bénédictins de Lessay proche Coutances, a écrit à M. de Mairan que le 3 Juin sur le soir, le jour suivant au matin, & le même jour au soir, il y avoit eu à Lessay des Tonnerres extraordinaires. Tout le Ciel étoit en feu depuis l'Horison jusqu'au Zénit, on voyoit, ainsi que dans un feu d'artifice, le jeu d'une infinité de fusées volantes, il tomboit de toutes parts comme des gouttes de métal fondu & embrasé, & le spectacle eût été charmant sans la violence des coups de tonnerre, qui causoient de l'effroi aux plus hardis. Les édifices en étoient ébranlés, quelques-uns furent réduits en cendres, & des Bestiaux tués. Cependant la pluye ne fut pas des plus abondantes, au contraire la sécheresse, dont on se plaignoit, continua toûjours. Apparemment elle avoit beaucoup contribué à ce terrible Météore; les exhalaisons sulphureuses n'ayant point été détrempées, comme à l'ordinaire, s'étoient amassées en plus grande quantité, & avoient pris feu avec toute la force dont elles sont capables.

II.

Le 15 Juin il y eut dans la Ville de Cavaillon, entre 10 & 11 heures de nuit, un si grand tremblement de Terre, qu'il sembloit que toute cette Ville allât être entiérement renversée. Le Dome de la Porte de la Couronne tomba. On ne

ſe ſouvenoit point d'avoir jamais vû de tremblement de terre à Cavaillon.

III.

Il y a à Marſeille une Tour ſituée ſur le haut d'une Colline, & où une Cloche de 6 pieds de diametre eſt ſuſpenduë ſur deux barres de Fer longues de 3 toiſes, épaiſſes de 3 $\frac{1}{2}$ pouces, & poſées horiſontalement de l'Eſt à l'Oüeſt. Suivant les Archives de la Ville il y a environ 420 ans qu'elles ont été miſes au haut de cette Tour, retenües par les deux bouts dans les épaiſſeurs de deux piliers d'une pierre de taille aſſés tendre.

M. Chevalier, Ingénieur à Marſeille, travaillant à un Plan de la Ville, monta au haut de la Tour, & remarqua qu'aux deux bouts des barres de Fer, & dans les piliers qui les portent, il y avoit une épaiſſeur de Roüille aſſés conſidérable, qui s'étoit formée du fer & de la pierre, & il jugea que cette Roüille pouvoit bien avoir été convertie en Aiman, comme il étoit arrivé à Chartres & à Aix. Il en fit détacher un morceau avec un Marteau, & il fut convaincu ſur le champ que ſa conjecture étoit vraye, car les petites parties qui s'étoient rompuës autour du morceau, en le détachant de la barre, y demeuroient attachées, & s'y hériſſoient comme la limaille de Fer ſur l'Aiman. Il reconnut enſuite cette matiére pour un excellent Aiman par la quantité de limaille dont elle ſe chargeoit.

M. du Fay, à qui cette Relation a été adreſſée, en a fait voir à l'Académie deux morceaux d'égale bonté à peu-près, & d'une force aſſés uniforme dans toutes leurs parties. Il a détaché de l'un le poids d'un peu plus de 3 gros $\frac{1}{2}$, & ce petit morceau, quoique brut, & ſans avoir aucune de ſes faces applanie, ſe ſoûtient contre du Fer, & par conſéquent doit être mis au rang des meilleurs Aimans. Extérieurement il reſſemble à du Fer roüillé, & rongé par les injures de l'air, mais intérieurement il eſt de la couleur de l'Aiman de la Chine, & brillant dans les caſſures. Il eſt diſpoſé en lames aiſées à ſéparer. Il ſe lime très-difficilement, & paroît auſſi dur que

l'Aiman ordinaire, cependant on le casse sans peine. Enfin lorsqu'il est travaillé, il ne conserve plus aucunes marques de son premier état, & n'est plus qu'un Aiman d'une très-bonne qualité.

Voilà donc du Fer qui s'est changé en Aiman. Il semble jusqu'à présent que les conditions nécessaires pour cette métamorphose sont que le Fer qui la doit recevoir soit environné de pierre, & que les lieux où elle se fera soient élevés, car les barres de la Cloche de Marseille étoient 58 Toises au dessus du Niveau de la Mer, & les deux autres exemples, que l'on connoît, appartiennent à des Clochers. Mais peut-être nous pressons-nous trop de conjecturer.

I V.

Nous avons rapporté en 1719 * le fait peu vraisemblable & bien attesté d'un Crapaud trouvé vivant & sain au milieu du Tronc d'un assés gros Orme, sans que l'Animal en pût jamais sortir, & sans qu'il y eût aucune apparence qu'il y fût jamais entré. M. Seigne de Nantes a écrit précisément le même fait à l'Académie, à cela près qu'au lieu d'un Orme, c'étoit un Chêne plus gros que l'Orme, selon les mesures qu'il en donne, ce qui augmente encore la merveille. Il juge par le temps nécessaire à l'accroissement du Chêne que le Crapaud devoit s'y être conservé depuis 80 ou 100 ans sans air & sans aliment étranger. M. Seigne ne paroît pas du tout avoir connu l'autre fait de 1719, & l'extrême conformité du sien en est d'autant plus frappante.

* p. 39. & 40.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires

Les Observations Météorologiques de M. Cassini en 1730, comparées à quelques autres faites en différents lieux. V. les M. p. 1.

Et celles de M. Maraldi pour l'année 1731. p. 511.

Les Observations de quelques Aurores Boréales par M. de Mairan. p. 379.



ANATOMIE.

SUR L'OPERATION LATERALE DE LA TAILLE.

V. les M. p. 144.
* p. 27. & ſuiv.

NOUS avons dit en 1728 * quelles ſont les quatre Opérations pratiquées juſqu'à préſent pour la Taille, & nous en avons fait d'après un Livre de M. Morand une petite Hiſtoire abrégée, qui ſe termine par le changement qui commençoit à ſe faire en Angleterre à l'égard des différentes Méthodes ſucceſſivement éprouvées ; on abandonnoit alors le *Haut Appareil* pour l'*Opération latérale* de M. Rau.

M. Morand continuë ici cette hiſtoire, dont une partie s'eſt paſſée ſous ſes yeux, lorſqu'il étoit à Londres où l'avoit attiré la curioſité de voir opérer le fameux M. Cheſelden, & de s'inſtruire avec lui. Ce grand Chirurgien, quoique content du Haut Appareil, voulut auſſi éprouver l'Opération latérale, parce qu'on ne peut trop en matiére ſi importante ſe tourner de tous les côtés, & il eut de ſi grands ſuccès que M. Morand revint en France, très-perſuadé des avantages de l'Opération latérale, qui lui furent encore confirmés par tout ce qu'il en apprit dans la ſuite.

Cette opération avoit eu le malheur de débuter très-mal à Paris, où feu M. Méry l'avoit rudement condamnée, & elle le méritoit par la maniére incertaine, périlleuſe, & preſque aveugle, dont la pratiquoit le Frere Jacques, ſon premier Auteur. Mais il ſe corrigea, ſe perfectionna, ſoit par ſes réfléxions, ſoit par des conſeils, il réüſſit en Hollande avec tant d'éclat, qu'on lui rendit des honneurs publics, & enfin M. Rau adopta ſa Méthode, ou du moins en prit le fond. C'eſt de-là qu'elle a paſſé en Angleterre, revêtuë du

nom de M. Rau. Nous ne touchons que le plus légerement qu'il ſoit poſſible tous ces points & quelques autres traités avec toute l'étenduë néceſſaire dans le Mémoire de M. Morand, notre intention n'eſt que d'en venir à ce que le Mémoire ne dit pas, & qu'il eſt cependant important que le Public ſçache.

M. Morand convaincu de la bonté de l'Opération latérale & par le grand nombre des ſuccès de M. Cheſelden, & par les études qu'il avoit faites ſur beaucoup de Cadavres, & par une recherche exacte de tout l'hiſtorique, qui appartenoit à cette matiére, ſe met, avec l'aveu de ſes Supérieurs, à pratiquer cette Opération dans Paris. M. Perchet, un de ſes Confreres, en fait autant, & de ſeize perſonnes taillées de cette maniére, quatorze ſont parfaitement guéries, quoique de ces quatorze il y en eût quatre qui au temps de la Taille étoient en très-mauvais état. Les Supérieurs, le premier Miniſtre même, applaudiſſent. L'Académie a vû onze de ces guéris, & elle a vérifié leurs cicatrices ; les trois autres étoient retournés chés eux. Mais après cela M. Morand taille en 1731 deux Malades connus dans le monde, l'un principalement, & tous deux meurent le 6me jour. Il s'éleve un cri dans Paris contre la nouvelle opération. On n'avoit pas entendu parler de toutes les Cures précédentes, mais tout le monde ſçait qu'il s'eſt fait deux meurtres conſécutifs. M. Morand obtint que les deux Cadavres fuſſent ouverts en préſence de Médecins & de Chirurgiens, & ils atteſterent en forme ce qu'ils avoient vû dans les Reins & dans la Veſſie, c'eſt-à-dire des cauſes de mort ſenſibles, & indépendantes de l'opération, qui ſe trouva bien faite de part & d'autre. L'Académie vit les mêmes piéces, & en jugea de même. M. Morand bien muni de faits & de raiſons juſtificatives, publia le tout dans des Ecrits imprimés, qui par cette raiſon n'entrent point dans le Mémoire qu'il donne préſentement. Si nous en rappellons le ſouvenir, c'eſt moins pour ſon intérêt que pour celui du Public, à qui il importe qu'une bonne Opération ne tombe pas dans le décri, parce qu'il lui ſera arrivé, ainſi qu'il

eſt preſque abſolument inévitable, quelques malheurs d'éclat, dont des jalouſies particuliéres tâcheront de profiter.

SUR LE CHANGEMENT DE FIGURE DU CŒUR DANS LA SISTOLE.

LE Sang de toutes les parties du Corps rapporté par les Veines dans les deux Oreillettes du Cœur, l'une droite, l'autre gauche, n'y ſéjourne qu'un inſtant, pendant lequel ces deux Vaiſſeaux le tiennent renfermé au moyen de certaines Valvules, qui ne lui permettent pas de ſortir. Mais dans l'inſtant ſuivant elles le lui permettent en s'abbaiſſant vers la pointe du cœur, & s'applatiſſant vers ſes parois, au lieu qu'elles étoient auparavant tenduës & ſoulevées, alors le ſang entre dans les deux Ventricules, qui s'ouvrent & ſe dilatent pour le recevoir. C'eſt-là la Diaſtole du Cœur. Enfin il faut que le ſang ſorte des Ventricules pour entrer dans les Arteres qui alors ſe dilatent, & ont leur Diaſtole, & cela ſe fait par la contraction ou Siſtole du Cœur, qui en diminüant la capacité des Ventricules en chaſſe le ſang. Ce que nous avons appellé le premier inſtant eſt le même que ce dernier, qui ne doit pas être pris pour un troiſiéme; dans le moment de la Siſtole du Cœur, les Valvules doivent empêcher que le ſang contenu dans les Oreillettes n'en ſorte pour tomber dans les Ventricules, lorſqu'ils doivent ſe vuider du ſang qu'ils contiennent déja. Le moment de la Siſtole du Cœur eſt auſſi le même que celui de la Diaſtole des Arteres, pendant lequel on ſent leur battement. Le Cœur étant certainement un Muſcle, quoique d'une conſtruction particuliére, on compte ſa Diaſtole ou relâchement pour ſon état naturel, & ſa Siſtole pour un état en quelque ſorte forcé par l'intervention d'une cauſe étrangere, tels que ſeroient les Eſprits Animaux.

Lorſque le Cœur, qui étoit en Diaſtole, vient à être en Siſtole, il faut néceſſairement qu'il change de figure pour ce ſecond

ſecond inſtant, & que par ce changement il chaſſe le Sang hors de ſes Ventricules. Ce qui s'offre d'abord à l'eſprit, c'eſt que le Cœur s'accourcira, c'eſt-à-dire, que la ligne qui va de ſa baſe à ſa pointe diminüera de longueur, mais il eſt poſſible auſſi que la ligne qui diminüera ſera la perpendiculaire à cette premiére, celle qui paſſe par le milieu des deux Ventricules, auquel cas le Cœur ſe rétrécira; il eſt viſible que de l'une & de l'autre façon le Sang ſera pouſſé hors des Ventricules. Dans le cas où le Cœur ſe raccourcit, on conçoit qu'il doit en même temps s'élargir, & dans le cas où il ſe rétrécit, on conçoit qu'il doit s'allonger, & qu'ainſi les deux cas du raccourciſſement & du rétréciſſement ſont oppoſés, & incompatibles; mais en y faiſant un peu d'attention, on voit qu'abſolument le Cœur peut s'accourcir ſans s'élargir, ou ſe rétrécir ſans s'allonger, qu'il peut même ſe contracter en tous ſens à la fois, comme feroit une Sphere d'une matiére ſpongieuſe, dont tous les diametres s'accourciroient enſemble, & également. Il ſe forme des opinions différentes, lorſqu'entre ces différentes maniéres, dont il eſt poſſible que la Siſtole ſe faſſe pour produire l'effet qu'elle produit certainement, on en choiſit quelqu'une à l'excluſion des autres.

A Montpellier il s'éleva ſur cette matiére une conteſtation entre deux Prétendants à une Chaire de Profeſſeur en Médecine, l'un ſoûtenoit que dans la Siſtole le Cœur s'accourcit, l'autre qu'il s'allonge, & la Queſtion fut propoſée à l'Académie des Sciences.

M. Hunaud, que l'on chargea d'un éxamen particulier, commença par ramaſſer les autorités des Anatomiſtes les plus célébres. Harvé, Lower, Stenon, M. Vieuſſens, ſont pour le raccourciſſement, Schelegelius, Borelli, & quelques autres encore ſont pour l'allongement, ou ſimplement nient le raccourciſſement. Sur-tout M. Winſlow, dans un Mémoire imprimé en 1725 parmi ceux de l'Académie, a ſemblé ſe déclarer pour ce dernier parti, puiſqu'il traite d'*erreur* l'opinion que le Cœur s'accourciſſe dans la Siſtole. Son autorité faiſoit une

grande partie de la force de celui des deux Diſputants, à qui elle étoit favorable.

On vint enſuite à l'expérience, M. Hunaud examina & fit voir les Cœurs de pluſieurs Animaux ouverts en vie, Chiens, Chats, Pigeons, Lapins, Carpes, Grenoüilles, Viperes. Cette voye, qui eſt en général la plus ſûre, ne l'eſt pas tant ici. Les Cœurs de ces Animaux dans l'état où on les prend, ont des mouvements ſi irréguliers, ſi changeants, ſi convulſifs, tantôt ſi lents, tantôt ſi précipités, qu'il eſt très-difficile de ſçavoir bien préciſément ce qu'on voit, & ceux qui n'avoient pas les yeux bien accoûtumés à ces ſortes de ſpectacles n'oſoient rendre aucun témoignage poſitif. Pour M. Hunaud il aſſûra, ſans héſiter, qu'il voyoit toûjours le Cœur ſe raccourcir.

Il ne faut point ſe croire engagé d'honneur à ſoûtenir ce qu'on a avancé, ſeulement parce qu'on l'a avancé, il y auroit bien plus d'honneur à s'en dédire, mais il eſt très-légitime de ne ſe pas laiſſer imputer plus que ce qu'on a dit, & de ſe renfermer dans ces bornes. M. Winſlow, que l'on regardoit comme obligé à ſoûtenir l'allongement du Cœur, ne l'étoit pas, à parler exactement; il n'étoit pas vrai, ſelon lui, que le Cœur ſe raccourcît dans la Siſtole, & il étoit vrai qu'il ſe rétréciſſoit, mais il pouvoit ſe rétrécir ſans s'allonger, & cela ſuffiſoit à M. Winſlow.

Il avoit été autrefois dans l'opinion la plus commune; mais ayant fait attention à une remarque de l'illuſtre Alphonſe Borelli, que les fibres longitudinales du Cœur, celles qui vont de la baſe à la pointe ſont en beaucoup moindre quantité que les tranſverſes, il conçût que dans la Siſtole c'étoient donc les tranſverſes qui faiſoient le plus grand effet, & que par conſéquent leur contraction ou raccourciſſement devoit rétrécir le Cœur, tandis que la contraction des longitudinales pourroit ne pas l'accourcir. Il faut entendre ici par fibres longitudinales & tranſverſes, non-ſeulement les directes, mais encore les obliques.

Tandis qu'on en étoit-là dans l'Académie, M. Bassuel, Chirurgien de Paris, y vint lire sur ce sujet un Mémoire qui fut écouté avec assés de satisfaction. Il tenoit pour le raccourcissement du Cœur, & se fondoit principalement sur le jeu des Valvules.

Posées, comme elles sont, de chaque côté du Cœur, entre l'Oreillette & le Ventricule correspondant, il est certain que leur fonction est de laisser tomber le Sang de l'Oreillette dans le Ventricule pendant la Diastole du Cœur, & d'empêcher pendant la Sistole que le Sang ne continuë de tomber ainsi, parce que le Ventricule trop plein ne permettroit pas au Cœur de se contracter, & de pousser dans l'Artere correspondante le Sang que le Ventricule contient. Pour cela, il faut que les Valvules s'abbaissent dans la Diastole, & se rélevent dans la Sistole, de maniére à fermer les Oreillettes, & à en empêcher la communication avec les Ventricules. Le mouvement des Valvules dépend des filets tendineux, ausquels elles sont attachées, & qui partent de certaines colonnes charnuës vers la pointe du Cœur. Quand ces filets qu'on peut d'abord supposer lâches, le deviennent moins, par quelque cause que ce soit, ils tirent les Valvules en embas, les appliquent contre les parois du Cœur, de sorte que le Sang passe librement des Oreillettes dans les Ventricules. Quand au contraire les filets sont plus lâches, ils permettent aux Valvules de se détacher des parois, elles remontent, & se placent entre elles de la maniére nécessaire à fermer l'issuë de leurs Oreillettes. Il est visible que le premier mouvement des Valvules se fait dans la Diastole, & le second dans la Sistole. Donc le moment de la Sistole est celui où les filets tendineux sont relâchés. Or ils le sont quand la pointe du Cœur s'approche de sa base, car alors ils deviennent trop longs pour pouvoir tirer les Valvules en embas, donc le moment de la Sistole est celui où la pointe du Cœur s'approche de sa base, & il faut qu'elle s'en approche, afin que dans ce moment-là le Sang des Oreillettes ne tombe pas dans les Ventricules. Donc le Cœur s'accourcit dans la Sistole.

Cela se peut confirmer par une observation que l'on fait sur les Cœurs morts. Les Valvules y sont appliquées contre les parois, ainsi qu'elles doivent l'être, pour laisser tomber le Sang dans les Ventricules, & l'on voit à l'œil que pour les relever, il faudroit que les filets tendineux, qui les avoient abbaissées par leur accourcissement, vinssent à s'allonger, ou à devenir lâches, ce qui arriveroit si la pointe du Cœur s'approchoit de la base. Les Valvules qui étoient demeurées dans l'état où la Diastole les mettoit, se seroient donc relevées dans la Sistole suivante par le raccourcissement du Cœur.

L'expérience, que M. Bassuel rapporte de Lower, étoit encore plus décisive. Lower, après avoir rempli d'eau un Ventricule, pressoit le Cœur du côté de sa pointe pour le raccourcir un peu, & on voyoit aussi-tôt les Valvules se hausser, & s'ajuster ensemble de façon à ne laisser point sortir la liqueur qui étoit au dessous d'elles. L'effet étoit encore mieux marqué, & plus complet, quand M. Bassuel ajoûtoit une légére pression du côté de la base, & une autre latérale.

Il a renversé aussi l'expérience de Lower, en allongeant par quelques petits artifices assés délicats, & en pressant ensuite un Cœur dont un Ventricule étoit plein d'eau; l'eau en est sortie très-facilement, & s'est jettée dans l'Oreillette. La Sistole feroit refluer de même le Sang dans les Oreillettes, si le Cœur s'allongeoit.

Ce qui fait conclurre ici que le Cœur ne s'allonge point, ou s'accourcit dans la Sistole, c'est que l'état des Valvules, qui doivent alors être élevées, demande que leurs filets tendineux soient relâchés, ou plus longs, & ce raisonnement cesse, si dans ce même temps, ces filets peuvent n'être pas plus longs. Or M. Winslow croit que ces filets peuvent ne l'être pas, & qu'il suffiroit que les colonnes, qui leur servent de base, s'allongeassent dans la Sistole.

On peut répondre aussi aux expériences de Lower, & de M. Bassuel, que quand dans un Ventricule rempli d'eau, &

ensuite comprimé, parce qu'on a rapproché la pointe du Cœur de sa base, les Valvules se soûlevent, & ferment le Ventricule, ce n'est-là qu'une suite du mouvement imprimé à l'eau, par lequel elle remonte un peu, & éleve les Valvules qu'elle rencontre en son chemin. Les filets leur permettent ce jeu, mais ils n'en sont pas la cause.

Nous n'avons point parlé d'un article, qui n'a pas laissé d'être touché. Dans le moment de la pulsation des Arteres, qui est celui de la Sistole, on sent le Cœur qui vient battre contre les Côtes, & on juge que c'est par sa pointe qu'il bat. Il est assés naturel de croire qu'il s'est donc allongé, & qu'il étoit plus court, ou qu'il avoit sa pointe plus proche de sa base dans le moment précédent où cette pointe ne touchoit pas aux Côtes. Donc le Cœur s'allonge dans la Sistole. La conclusion seroit bien sûre, si le Cœur étoit fixe & inébranlable dans une place, mais il ne l'est pas, les Vaisseaux, avec lesquels il a connexion, lui souffrent un peu de mouvement. M. Winslow avoit déja dit ailleurs que la masse du Cœur peut glisser dans le Péricarde dont elle est enveloppée, & M. Bassuel prouvoit par des expériences, que chacun peut faire sur soi-même, combien la position de cette partie peut varier.

Il faut avoüer que tout ceci n'aboutit qu'à des incertitudes, mais les incertitudes sont des especes de lumiéres qui peuvent mener à la connoissance du vrai, au lieu que des décisions hardies & précipitées nous en éloigneroient. Il ne faut pas que l'Académie des Sciences abuse de son nom & de sa réputation pour décider trop vîte.

OBSERVATION ANATOMIQUE.

M. HELVETIUS a fait part à l'Académie d'un fait arrivé au Bourg de la Tour de Tresme, Bailliage de Gruyere, dans le Canton de Fribourg, dont il a produit, & une Lettre de M. Michel Docteur en Médecine en ce pays, & un

témoignage authentique, pardevant Notaires, de gens qui ont vû, car la chose méritoit d'être aussi exactement vérifiée.

En 1723, M.e Flandrin Sage-femme, de la Ville de Bulle, fut appellée pour accoucher Marguerite François, femme de Claude Magnin, de la Tour de Tresme, grosse de son premier Enfant, à l'âge de 48 ans. La tête de l'Enfant se présentoit au passage qui se trouvoit trop étroit. La Sage-femme ayant fait inutilement, pendant un jour & une nuit, toutes les tentatives possibles, consulta M. Michel qui ordonna de son côté tout ce qui pouvoit aider à causer des épreintes, & fortifier la Mere. Rien ne réüssit. Le 4me jour de ce cruel travail, l'Enfant ayant été ondoyé sous condition, M. Michel fut d'avis que la Sage-femme le tirât avec un Crochet, ou que si elle ne le pouvoit pas, elle le fit reculer pour le tirer par pieces. Ces terribles expédients lui avoient réüssi en quelques autres occasions, mais dans celle-ci elle les tenta sans succès. Enfin il ne restoit plus que le plus terrible de tous, l'opération Césarienne, qui fut résoluë le 7me jour. La Sage-femme la fit avec tant de dextérité & de courage que la Malade fut délivrée sans aucun accident. Deux mois après, elle alla remercier M. Michel, & elle a toûjours joüi ensuite d'une parfaite santé.

M. Michel ajoûte que cette Sage-femme est fille de M. Savary, très-habile Chirurgien de la Ville de Fribourg, qu'elle avoit déja fait l'opération Césarienne à trois femmes, un moment après leur mort, & que les Enfants avoient eu Baptême, qu'elle avoit pour la Chirurgie un talent héréditaire, dont elle avoit fait usage dès sa premiére jeunesse, & donné en plusieurs occasions des preuves éclatantes.

V. les M. p. 85.
NOus renvoyons entiérement aux Mémoires
L'Ecrit de M. Petit le Chirurgien, sur la maniére d'arrêter les Hémorragies.

V. les M. p. 223.
Les Expériences de M. de Maupertuis sur les Scorpions.



CHIMIE.

SUR UNE NOUVELLE ESPECE DE VEGETATIONS METALLIQUES.

IL a déja été parlé de Végétations Métalliques dans les Mémoires de 1710*, & dans l'Histoire de 1722*, mais celles dont nous allons parler en sont tout-à-fait différentes, non-seulement par leur figure, qui ne paroît pas d'abord mériter si bien le nom de *Végétation*, mais par la maniére dont elles se forment. Elles sont dûës à des expériences nouvelles de M. de la Condamine.

V. les M. p. 466. * p. 426. * p. 31.

Il a mis sur une Agate polie, ou sur un Verre, posés horisontalement, un peu de Solution d'Argent, faite à l'ordinaire par l'Esprit de Nitre, & au milieu de cette liqueur épanchée, qui n'avoit que très-peu d'épaisseur, il a placé un Clou de fer par la tête. Dans l'espace de quelques heures il s'est formé autour de cette tête de Clou un très-grand nombre de petits filets d'Argent, qui, à mesure qu'ils s'éloignoient du centre commun, diminuoient toûjours de grosseur, & se divisoient en plus petits Rameaux. C'est-là ce qui avoit l'air de Végétation. Car quoiqu'elle ne s'élevât pas comme les autres, & ne fût qu'horisontale, il lui suffisoit de ressembler aux Plantes rampantes.

M. de la Condamine juge avec beaucoup de vrai-semblance que la cause générale de ce fait est ce principe si bien établi en Chimie, qu'un Dissolvant qui tient un Métal dissous l'abandonne, dès qu'on lui présente un autre Métal, qu'il dissoudra plus facilement. Ici le Nitre a abandonné l'Argent pour aller dissoudre du Fer, ou la tête de Clou, & de-là s'en est ensuivi le reste qui sera examiné plus en détail. Mais sans aller plus loin, on peut déja conclurre de ce principe

qu'on ſera la même expérience ſur tous les autres Métaux, en ſubſtituant à la Solution d'Argent, une Solution d'un Métal quelconque, & au Fer un Métal plus aiſé à diſſoudre par le Diſſolvant du Métal qu'on aura choiſi, & c'eſt en effet ce que M. de la Condamine a trouvé par un grand nombre d'expériences différemment combinées. Il a toûjours eu des Végétations horiſontales, des Arbriſſeaux plats, & l'on s'attend bien qu'il ſe ſera trouvé beaucoup de variétés, ſoit en ce que les Arbriſſeaux auront demandé plus ou moins de temps, ſoit en ce qu'ils auront été plus ou moins touffus, d'une ramification plus ou moins diſtincte, &c. A tout prendre, les plus aiſés à voir, & les plus beaux ſont ceux de l'expérience fondamentale, & nous nous y tiendrons.

Quand la tête du Clou eſt miſe dans la Solution d'Argent, le Nitre, qui en quelque ſorte ſent qu'il eſt arrivé du Fer, ſe met en mouvement pour ſe ſéparer de l'Argent, & courir au Fer. Ce mouvement de fermentation ſe répand à la ronde, & agite les petites molecules où une parcelle de Nitre eſt unie à une parcelle d'Argent, ſuppoſé que l'eſpace occupé par toutes ces molecules enſemble ne ſoit pas trop grand. C'eſt pour cela qu'il ne faut que peu de Solution. Les particules de la Solution les plus proches du Clou ſont les premiéres d'où le Nitre ſe détache pour aller s'inſinuer dans le Fer, & quand elles y ſont entrées, celles qui en ſont devenuës les plus voiſines, leur ſuccédent, & ainſi de ſuite, d'où il arrive, à cauſe de l'adhéſion que toutes les particules de la Solution ont entre elles, que toute cette liqueur prend un mouvement circulaire de ſa circonférence vers le centre. Dans le temps que les molecules d'Argent & de Nitre unis font ce chemin, le mouvement interne de fermentation détache le Nitre de l'Argent, ſur-tout dans les molecules plus proches du centre, ou à meſure qu'elles s'en approchent davantage, & cette ſéparation eſt d'autant plus aiſée que la couche de Solution ſur le Verre a le moins d'épaiſſeur qu'il ſoit poſſible, & que par-là tout l'aqueux de la Solution s'évapore bien vîte. Les parcelles d'Argent ſans Nitre

Nitre demeurent dans l'endroit de leur route, où la ſéparation s'eſt faite, parce qu'elles ne ſont plus portées par une liqueur, & elles y ſont collées par un petit reſte d'humidité. Il doit donc ſe former un eſpace circulaire où l'on verra une infinité de rayons d'Argent, qui ſeront les traces des routes que tenoient les molécules lorſqu'elles s'acheminoient vers le centre commun. Ces rayons ſeroient droits, ſi leur rectitude n'étoit altérée par une infinité de petites cauſes, ou d'accidents, qu'il eſt facile d'imaginer. Un rayon ou courant de cette matiére détourné de ſon cours, va ſe jetter dans un autre qu'il fortifie, & de-là vient l'apparence de ramification, de la même maniére que dans une Carte Géographique, une petite Riviére paroît une branche d'une plus grande où elle tombe. On peut concevoir dans le fait dont il s'agit ces ramifications autant répétées que l'on voudra.

Il peut arriver fort naturellement que dans une molécule d'Argent & de Nitre, l'évaporation de ce qu'il y a d'aqueux dans le Diſſolvant ſe faſſe avant que le Nitre ſe ſoit détaché de l'Argent, & alors la molécule devient ce qu'on appelle en Chimie un *Criſtal.* Ces Criſtaux qui ne ſont pas de la même nature que des parcelles d'Argent pures & dégagées du Nitre, empêchent que les courants formés par celles-ci ne coulent librement, & troublent la régularité que pourroient avoir les ramifications.

On a ſuppoſé juſqu'ici que le Verre, ſur lequel ſe faiſoit l'expérience, étoit poſé horiſontalement, mais il peut auſſi être incliné. Toute la différence ſera qu'il y aura plus de ramifications, que l'Arbriſſeau ſera plus touffu au deſſus du centre où étoit la tête du Clou, qu'au deſſous. La raiſon en eſt, qu'entre les Courants, qui doivent tous aller vers ce centre, les inférieurs y trouvent plus de difficulté, puiſqu'ils n'y peuvent aller qu'en remontant.

L'expérience réüſſit même ſur un Verre vertical.

Quoiqu'elle ne puiſſe ſe faire que fort en petit, M. de la Condamine a trouvé moyen de la faire beaucoup plus en petit encore, en expoſant au foyer d'un Microſcope, une

goutte de Solution. Là il a vû arriver ce qu'il avoit conjecturé dans le Sisteme que nous venons de rapporter d'après lui, & c'est un des plus grands plaisirs, dont la Phisique puisse payer les peines de ceux qui s'attachent à elle.

Les Végétations se font également bien sur des Verres ou Glaces de toutes couleurs. M. de la Condamine enseigne un moyen facile de couvrir d'une Glace transparente, la Glace colorée qui portera une Végétation, de sorte que le tout ne paroîtra qu'un seul corps, une seule Pierre, où l'on verra vers son milieu une agréable Végétation, pourvû qu'on ait eû soin de choisir celles qui auront le mieux réüssi. Une Glace d'une certaine couleur fait mieux avec une Végétation d'un certain Métal, qu'avec une autre, & il faut avoir égard à cet assortiment pour pousser l'artifice jusqu'au bout. Les Curieux de la Nature, & une autre espece de Curieux, sont également intéressés à connoître ces sortes d'artifices.

SUR LE SEL DE SEIGNETTE ET CELUI D'EBSOM.

V. les M. p. 124. & 347.

NOUS mettons ces deux Sels ensemble, non qu'ils ayent aucune conformité par leur nature, mais parce qu'ils en ont beaucoup par leur histoire, qui est le seul point auquel nous toucherons, & même légérement. Tous deux sont nouveaux, tous deux d'un grand usage dans la Médecine, & autorisés par de fréquents succès, tous deux d'une origine, ou d'une composition inconnuë, qui a échappé jusqu'à présent à tout le monde, & tous deux viennent d'être découverts dans la même année.

M. Seignette, Médecin de la Rochelle, inventeur du Sel qui porte son nom, a eu le plaisir pendant sa vie que tous les Chimistes n'ayent fait que des efforts inutiles pour découvrir son secret, & il l'a laissé *intacte*, pour ainsi dire, à ses Enfants qui en ont joüi. Mais les habiles Chimistes se piquent de ce qu'un Secret fameux leur échappe. On verra

dans le Mémoire de M. Boulduc les peines qu'il s'en est données, il a quelquefois desespéré, ensuite repris courage, & enfin il a trouvé que le Sel de Seignette étoit de la Crême de Tartre renduë soluble par l'Alkali de la Soude. Dans ce composé la Crême de Tartre étoit assés reconnoissable, mais c'étoit cette Soude qui se déroboit le plus obstinément, & qu'on ne s'avisoit point de soupçonner.

Le même jour que M. Boulduc apporta sa découverte à l'Académie, M. Geoffroy déclara qu'il l'avoit faite aussi, & le vérifia par les faits qu'il montra le jour même. Les deux Chimistes, quoiqu'amis, ne s'étoient rien communiqué de leurs vûës. Le mot de l'Enigme étoit d'autant plus sûrement trouvé qu'il l'étoit par eux deux, & ce fut un effet agréable du hazard, qu'il le fût précisément en même temps.

Le Sel d'Ebsom, dont nous avons parlé en 1718 *, est un autre mistere dévoilé aussi par M. Boulduc. La principale difficulté consiste en ce qu'il s'en fait un très-grand débit, & qu'il est à bon marché. La source d'eau minérale d'Ebsom, d'où l'on suppose qu'il est tiré, ne fût-elle que du Sel sans eau, ne fourniroit jamais la quantité qui s'en voit, c'est donc un Sel travaillé par art, mais par quel art le fait-on à si peu de frais?

* p. 37. & suiv.

Il a paru sur ce sujet plus de vingt Mémoires imprimés, dont aucun n'a donné au but, & M. Boulduc met courageusement de ce nombre celui de feu M. son Pere, qui eût reconnu son erreur, s'il eût vêcu. M. Boulduc raconte par quel heureux hazard il fut mis sur la voye, avec quel soin, & quelle attention il la suivit, & enfin comment il vint à découvrir que le Sel d'Ebsom, ou, si l'on veut, un Sel parfaitement semblable, se tire d'une matiére qui ne coûte rien, que l'on jette comme inutile, & qui en fournit beaucoup. C'est une Eau, qu'on appelle *Egoute*, ou *Boitron*, qui après qu'on a fait le Sel commun ou par l'évaporation ou par la cuite, reste ou dans les Marais salants, ou dans les Chaudiéres. Cette eau est amere, & chargée d'un Sel amer, qui est celui qu'on cherche, & qu'il est très-aisé d'en séparer. M. Boulduc

fait voir par un petit calcul très-court, combien ce Sel doit être abondant, & par conséquent combien il coûtera peu. Tout ce qui se laisse prouver par le calcul est bien prouvé; & il y a plus de choses qu'on ne pense, qui s'y réduisent.



BOTANIQUE.

SUR L'ANATOMIE DE LA POIRE.

V. les M. p. 168.

* p. 159. & suiv.

POUR continuer ce sujet déja commencé en 1730*, il va être presque toûjours question des Vaisseaux que l'on trouve après qu'on a passé la Peau de la Poire, que nous avons décrite. Mais avant que d'entrer dans l'intérieur du fruit, il est bon de s'arrêter sur un doute qui pourroit naître légitimement; ce qu'on va traiter de Vaisseaux, ce qu'on en a même déja traité sans en marquer de scrupule, sont-ce effectivement des Vaisseaux, des Canaux creux qui portent une liqueur? les plus grands Observateurs en cette matiére, ou l'ont nié quelquefois, ou quelquefois ne l'ont pas voulu assûrer positivement. M. du Hamel a coupé transversalement des tranches très fines de quelques-uns des plus gros de ces Vaisseaux prétendus, & en les exposant au grand jour, il n'a point vû la lumiére au travers, ni au moins un point de clarté qui auroit dû être plus fort vers le milieu, s'il y avoit eu là une cavité. Il n'a point non plus apperçû de cavité avec les meilleurs Microscopes. On ne voit qu'une espece de duvet ou de cotton dont est rempli l'intérieur de ce Vaisseau, qui n'est donc plus qu'un simple filet solide.

Cependant l'idée de Vaisseau est trop nécessaire, trop analogue à tout ce qui est connu d'ailleurs, pour être abandonnée qu'à la derniére extrémité, & M. du Hamel la retient, fondé principalement sur les raisons suivantes.

Des Vaisseaux destinés à porter une liqueur, & à la distri-

büer dans toutes les parties d'un certain eſpace, ne manquent point par cette raiſon à ſe diviſer & à ſe ſubdiviſer preſque à l'infini. Ce qu'on appelle *Vaiſſeaux* dans la Poire, ou en général dans les fruits, & plus généralement encore dans les Plantes, ſe ramifient de la même façon, ils portent donc une liqueur, ils ſont donc de vrais Vaiſſeaux. On dira peut-être que les Nerfs ſe ramifient auſſi ſans porter de liqueur. A la vérité, ils ne portent pas du Sang, mais une liqueur infiniment plus ſubtile, les Eſprits animaux.

Les Vaiſſeaux de la Poire ſont viſiblement ceux de la Queüe prolongés & épanoüis. Ceux-ci ſont ceux de la branche prolongés de même, & ceux de la branche ſont ceux du tronc, tout cela eſt continu. Or dans le tronc, ils y apportoient & diſtribüoient certainement une nourriture, des ſucs tirés de la terre. Donc ils ont toûjours la même fonction, & ſont toûjours Vaiſſeaux.

Lorſqu'on fait des inciſions aux Plantes qui rendent beaucoup de ſuc & de ſuc coloré, comme la Chélidoine, les Tithymalles, on voit que ce ſuc ſort, non de toute la ſubſtance ou de tout le parenchime de la Plante, mais ſeulement d'un très-grand nombre de petits points diſtincts, qui ne peuvent être que des orifices de Vaiſſeaux coupés. Or s'il y a de vrais Vaiſſeaux dans le parenchime de quelques eſpeces de Plantes, il n'eſt point trop hardi de conclurre qu'il y en a dans toutes. Ils ſeront ſeulement moins aiſés à reconnoître pour ce qu'ils ſont.

Si le parenchime d'une Poire, d'un fruit, n'étoit qu'une eſpece de ſubſtance cotoneuſe, dont les cellules s'imbibaſſent des ſucs qui y ſeroient portés, on verroit ces ſucs exuder de toutes parts, dès que la peau du fruit ſeroit enlevée. Il en exude en effet une certaine quantité, mais elle ſera beaucoup plus grande, & plus ſenſible, ſi on ratiſſe le fruit, parce qu'alors on détruit beaucoup de Vaiſſeaux, qui laiſſent échapper ce qu'ils contenoient.

Enfin rien ne prouve ſi bien des Vaiſſeaux, que les injections, qui ſans cela n'auroient pas lieu. M. du Hamel les

a tranſportées des Animaux aux Plantes, & a trouvé moyen d'en faire dans quelques-unes, qui étoient du genre des Roſeaux. De celles-là à celles dont il s'agit on voit aſſés la conſéquence.

La cavité inviſible des Vaiſſeaux ne les empêchera donc pas d'être de véritables Vaiſſeaux, ſur-tout ſi elle eſt garnie d'un coton fort fin qui la remplira en partie, & la rendra opaque. Ce coton n'eſt point imaginé pour le beſoin d'une explication, c'eſt un fait vû au Microſcope. De plus, les Vaiſſeaux que l'on conſidere ne peuvent être que dans un état où ils ſont extrêmement affaiſſés, & par les longues macérations, comme nous l'avons dit ailleurs, & parce qu'il n'y coule plus rien.

Venons maintenant à l'examen des Vaiſſeaux, bien établis pour Vaiſſeaux. Il faut les prendre à leur origine commune, qui eſt la Queüe de la Poire, où ils ſont raſſemblés en un faiſceau long & étroit, poſés parallelement les uns contre les autres. Pris avec les Téguments de cette Queüe, ils en formeroient toute la ſubſtance, s'ils ne laiſſoient pas vers le milieu, à l'endroit où l'on en peut concevoir l'axe longitudinal, une eſpece de vuide rempli par une ſubſtance plus molle & plus fine, qui ne leur appartient point. Ce faiſceau entre dans la Poire, & y pénétre ſans ſe déſunir juſqu'à l'endroit de la Peau, où commence la ſubſtance pierreuſe, ou un peu au deſſous des loges des Pepins. Arrivé-là, il ſe partage en pluſieurs faiſceaux moindres, qu'on peut diviſer généralement en trois claſſes. Ceux de la 1re ſe jettent dans toute la ſubſtance charnuë de la Poire, en s'épanoüiſſant par une infinité de petits rameaux, ſans aucune régularité apparente, & par cette raiſon M. du Hamel appelle ces Vaiſſeaux *vagues*. Ceux de la 2de claſſe ſe courbent en arc comme pour éviter le milieu de la Poire, & après ce détour qui les a écartés les uns des autres, ils ſe rapprochent pour aller ſe rendre tous à l'Ombilic, ou au Rocher, & parce que c'eſt de cet Ombilic que partent les Etamines & les Pétales, parties eſſentielles à la génération des Plantes, M. du Hamel

nomme ces Vaiſſeaux *ſpermatiques.* Les faiſceaux qui ſont la 3[me] claſſe ſe prolongent ſuivant l'axe du fruit, & vont ſe terminer aux Pepins & à leurs enveloppes, & M. du Hamel les appelle *nourriciers* par excellence, parce qu'ils nourriſſent la ſemence, qui eſt le grand objet de tout le méchaniſme de la Nature dans les Plantes.

Il eſt bon de remarquer que les Vaiſſeaux des Plantes, quoique ſi analogues à ceux des Animaux, ne ſe diviſent pas de la même maniére. Du tronc d'un gros Vaiſſeau ſanguin ſort un tuyau plus petit, de celui-ci un plus petit encore, &c. Mais un faiſceau de Vaiſſeaux de la Poire ne ſe diviſe qu'en ce qu'une partie du faiſceau qui étoit unie & parallele à l'autre, s'en détache, & ne conſerve plus le paralleliſme, & ainſi de ſuite.

Tous ces Vaiſſeaux ſont hériſſés de Vaiſſeaux Capillaires, & en cet état ils forment apparemment tout le parenchime du fruit, comme les Vaiſſeaux ſanguins devenus capillaires forment la chair des Animaux. Non ſeulement les derniéres & plus fines branches de Vaiſſeaux de même eſpece tels que les Vagues, s'entrelaſſent enſemble, mais celles de différente eſpece, tels que les Vagues & les Spermatiques peuvent s'entrelaſſer auſſi, & c'eſt de cet entrelaſſement ſous les premiers Téguments que réſulte ce qu'on a appellé la peau de la Poire. Il eſt probable auſſi que l'entrelaſſement des Vaiſſeaux Capillaires forme du moins en partie les Glandes qui feront des filtrations & des ſecrétions de ſucs.

Ce ſont ces Glandes, qui, comme nous l'avons déja dit en 1730, font les pierres des Poires. Il eſt viſible qu'elles ſeront plus dures, formées de vaiſſeaux plus ligneux, & plus compactes, dans les Poires caſſantes que dans les fondantes.

Les Glandes doivent s'endurcir auſſi & ſe pétrifier davantage, quand elles perdent leur fonction de Glandes, & qu'elles ceſſent par conſéquent d'être toûjours humectées d'un nouveau ſuc. C'eſt de quoi on a un éxemple remarquable dans toute l'œconomie végétale qui appartient au Rocher de la Poire.

Les Vaiſſeaux Spermatiques, après avoir fait leur arc, vont aboutir à ce Rocher, qui eſt la Glande où ſe filtrent & ſe préparent les liqueurs, dont ſe nourriſſent les Etamines & les Pétales. Mais ces Etamines & ces Pétales ne ſont que des parties paſſageres qui périront bien-tôt. Elles périſſent, parce que la Glande par ſa diſpoſition particuliére vient à s'engorger, à s'obſtruer, & ceſſe de les nourrir. Les ſucs qu'elle ne reçoit plus, reflüent dans les Vaiſſeaux Spermatiques, qui n'y pouvant plus rien porter, ne ſervent plus qu'à répandre leur liqueur dans le parenchime de la Poire, & ne font que l'office des Vaiſſeaux vagues. Le Rocher devient toûjours plus dur, & la Poire groſſit plus à proportion qu'elle ne faiſoit dans le temps où elle n'étoit nourrie que par les Vaiſſeaux vagues, & où les Spermatiques ne s'occupoient que des Etamines, & des Pétales.

Il ne reſte à conſidérer que la partie la plus importante de tout le fruit, celle à laquelle tout le reſte paroît ſubordonné, parce qu'elle aſſûre la perpétuité de l'eſpece, les Pepins ou Semences de la Poire. Ils ſont logés deux à deux en cinq Capſules vers le milieu de l'axe, & même de tout le corps du fruit, & il eſt à remarquer que les Vaiſſeaux Spermatiques, qui en ſe courbant chacun en arc, font de ce milieu une eſpece de globe qu'ils enveloppent, ont dix branches plus groſſes que les autres, dont cinq répondent aſſés éxactement à ces Capſules des Pepins, & les cinq autres aux intervalles qu'elles laiſſent entre elles, de ſorte que toute la Poire diviſée ſelon la poſition & dans le ſens de ces Vaiſſeaux, le ſeroit en dix parties égales, tant il y a de ſimmétrie cachée dans toute cette ſtructure. Mais les Vaiſſeaux qui ſe rapportent le plus particuliérement & le plus viſiblement aux Pepins, ce ſont, comme nous avons dit, les Nourriciers.

La Méchanique des Pepins, & de tout ce qui leur appartient, eſt auſſi compliquée & auſſi enveloppée qu'importante par ſon uſage. M. du Hamel a imité les Phiſiciens qui ont ſuivi avec attention tous les changements par où un Oeuf de Poule paſſe de jour en jour, & preſque de moment en moment

moment pour devenir Poulet. Il a pris un Bouton à fruit de Poirier dès le mois de Janvier, dès qu'il a pû être reconnu pour Bouton à fruit, & a examiné toutes les différences qui se trouvoient dans d'autres Boutons toûjours plus avancés jusqu'à l'âge de leur perfection. C'est un détail curieux, mais presque infini, où nous ne pouvons entrer. Au bout de tout cela le plus fin de tout le mistere, la maniére dont se fait la génération du fruit, échappe. On voit bien naître peu à peu les parties masculines de la fleur, les Etamines, les Pétales, ensuite le Pistille qui est la féminine, car le sisteme des deux Sexes des Plantes est communément adopté, on voit leurs Enveloppes, leurs Appendices, on voit même une espece de Placenta, & l'on soupçonne tout au moins avec assés de fondement où sont les Vaisseaux qui nourrissent toutes ces parties, mais on ne voit point comment la poussiére des Etamines va féconder le Pistille, ou les Pepins naissants qui y sont renfermés. M. du Hamel doute si c'est cette poussiére qui fait la fécondation, ou une liqueur que ses grains peuvent contenir. L'analogie que l'on conçoit entre la génération des Animaux & celle des Plantes ne se trouve que trop fondée, puisqu'elle subsiste même en ce que le point principal de l'une & de l'autre est également inconnu.

M. du Hamel croit qu'à la réserve d'une très-petite partie de la substance du Pepin, qui est le Germe d'un Poirier, un Poirier en petit, tout le reste n'est fait que pour nourrir ce Germe, tant que le Pepin croît, & ensuite pour être le premier aliment de l'Arbre naissant, quand le Pepin sera mis en terre. Tout cela est fort analogue aux Oeufs des Animaux Ovipares. Ce n'est pas que M. du Hamel ait pû parvenir à voir ce Germe du Poirier aussi distinctement qu'on voit celui du Poulet dans l'Oeuf, mais il s'est assûré par une expérience que presque toute la substance du Pepin est la nourriture de quelque partie, & cette partie ne peut être qu'un Germe.

Il a pris un Cerneau de Noix qui n'étoit presque encore que de la glaire, il l'a mis à la Cave, & au bout d'un temps il l'a trouvé presque aussi dur, & aussi bien formé que s'il

fût resté à l'Arbre. Cette Noix naissante s'étoit donc nourrie d'une substance avec laquelle elle étoit enfermée, car il n'y a nulle apparence que l'humidité de la Cave eût suffi pour cela, elle ne faisoit que prévenir & empêcher le desséchement de cette substance. De même l'Amande des fruits à noyau, tels que les Pêches & les Abricots, croît & se forme pendant un certain temps sous une enveloppe très-dure & très-compacte, au travers de laquelle des Vaisseaux ou ne peuvent passer, ou ne portent guere de nourriture. Les Pepins, les Amandes des fruits à noyau sont si propres à être une nourriture fine & délicate, que nous en faisons nos Emulsions.

Il sera très-aisé de distinguer dans tout ceci les simples conjectures d'avec les faits observés, qui pourront donner lieu à d'autres conjectures. Pour mettre les Phisiciens en état ou de constater ces faits, ou de les suivre plus loin, M. du Hamel les instruit de toutes les attentions auxquelles il a été obligé, de toutes les adresses, des especes de stratagemes dont il s'est servi avec succès. On peut quelquefois avoir des raisons pour se réserver des secrets, mais en général cette conduite ne sent guere le vrai Philosophe.

SUR LES GREFFES.

V. les M. p. 357.
* p. 55. & suiv.

IL résulte de ce que nous avons dit sur ce sujet en 1730 * d'après M. du Hamel, que d'un côté la Greffe affoiblit toûjours les Arbres, les rend moins vigoureux, & de moins de durée, & que de l'autre elle rend les fruits meilleurs, pourvû qu'il y ait entre le Sujet & la Branche greffée un certain rapport. Les Arbres laissés dans leur naturel poussent beaucoup en bois, & donnent tard des fruits, qui ordinairement se sentent de leur naturel sauvage, c'est-à-dire, qui ont beaucoup d'aigreur, d'acreté, de desagrément au goût; mais ces mêmes Arbres greffés ne se chargent plus tant de bois, & produisent beaucoup plûtôt des fruits, qui sont devenus agréables. Le bois & les fruits sont deux dépenses

auxquelles les Arbres ne peuvent suffire également en même temps, l'une prend sur l'autre, & c'est celle du bois à laquelle ils ont le plus de disposition naturelle.

M. du Hamel rapporte l'exemple assés remarquable d'un Poirier qui se chargeoit beaucoup de fruit, & très-peu de bois, parce qu'il s'épuisoit en rejets, & que d'ailleurs un Gazon voisin lui déroboit beaucoup de nourriture. Les rejets coupés, & le gazon arraché, il s'est mis à pousser en bois, & a cessé de se mettre à fruit, tant ces deux productions se font aux dépens l'une de l'autre.

Il ne faut donc pas greffer les Arbres, quand on ne leur demande que du bois, de la vigueur, & de la durée, comme à ceux dont on plante des Avenües. M. du Hamel en connoît une d'Ormes femelles, non greffés presque tous, & beaucoup plus vigoureux que d'autres du même Païs, qui l'ont été selon la coûtume, qui s'y est établie depuis un temps.

Mais quand l'intention est d'avoir des fruits, il faut greffer, ce qui non seulement les rend meilleurs, mais encore détermine la production de l'Arbre à se tourner de ce côté-là, & non du côté du bois, & par conséquent fait naître des fruits en plus grande abondance. Comme les Buissons & les Espaliers sont des Arbres auxquels on a retranché de leur grandeur naturelle, & qui par cette raison tendent toûjours à la reprendre, & à pousser en bois, ce sont ceux auxquels la Greffe est la plus nécessaire pour l'effet qu'on se propose.

Ne sera-ce pas un avantage considérable, si cet effet de la Greffe peut être augmenté? heureusement il peut l'être selon M. du Hamel par deux moyens.

1.° Que l'on réïtere la Greffe, c'est-à-dire, que sur une Branche qu'on a déja greffée sur un Sujet, on en greffe une seconde, on donnera à l'Arbre qui viendra une espece de Glande de plus, ou, si l'on veut, un Nœud, dont la fonction est, comme nous l'avons dit, de raffiner les sucs, un nouveau Viscere végétal, qui travaillera à perfectionner le fruit. Ce n'est pourtant pas que cette réïtération de la Greffe puisse aller bien-loin, il y aura certainement des bornes, qui se

trouveroient assés tôt. Les sucs se raffineront mieux par la difficulté multipliée des passages, mais il est nécessaire enfin qu'ils passent, & même avec une certaine facilité.

2.° Comme un Arbre tend plus naturellement à pousser en bois, il faut mettre un obstacle à cette production, en choisissant une Greffe qui n'ait pas trop de rapport au Sujet, par-là on détournera vers les fruits le cours d'une fécondité qui se seroit portée vers le bois.

Le premier moyen paroît plus propre à perfectionner les fruits, & le second à en augmenter la quantité. Tous deux ne sont, & sur-tout le second, que pour les Arbres qu'on a de la peine à mettre à fruit, les Buissons & les Espaliers, car pour les Pleins-vents ils en portent assés dès qu'ils ont atteint leur cruë. Il en va de même des Arbres, qui portent les fruits à noyau.

Il est aisé de voir quel prodigieux nombre d'expériences ces deux moyens demandent pour être bien vérifiés. M. du Hamel les a entreprises, & en a déja commencé, qui promettent un bon succès, mais elles ne peuvent être qu'extrêmement lentes. En fait de Botanique Phisique deux expériences consécutives sur un seul sujet, ont entre elles une année entiére d'intervalle, & combien deux expériences consécutives sont-elles éloignées de suffire ? combien se multiplient-elles sur différents sujets?

M. Marchant a lû la description de la *Lunaria major siliqua rotundiore*. J. Bauh. T. 3.us 881. Lunaire grande.

Et celle de la *Fraxinella officinis Dictamnus*. J. Bauh. T. 3.us 494. Fraxinelle.





GEOMETRIE.

SUR LES LIGNES DU IV.me ORDRE.

ON ne ſera pas étonné que la Théorie des Lignes du 4me ordre, ou Courbes du 3me, n'ait pas été épuiſée par ce que nous en avons dit en 1730*, d'après M. l'Abbé de Bragelongne. Elle fourniroit matiére à des Volumes, & c'eſt une partie du travail que de ſe borner & de ſe réduire. Les points multiples, dont ces Courbes, auſſi-bien que celles de l'ordre immédiatement inférieur, ſont ſuſceptibles, mais plus ſuſceptibles, demandent eux ſeuls beaucoup de diſcuſſion. Nous avons déja parlé des points doubles & des points triples qu'elles peuvent avoir, & pour démêler davantage les idées, on a tenu ces deux eſpeces fort diſtinctes. Mais il faut conſidérer préſentement une troiſiéme eſpece qui pourroit paroître moyenne entre ces deux, mais qui, bien examinée, ſe range ſous celle des points doubles. Elle ne comprend que deux différents points.

V. les M. p. 10.
* p. 68. & ſuiv.

M. Bernoulli a appellé *Lemniſcate*, c'eſt-à-dire, *Ruban*, une Courbe qui reſſemble à un 8 de chiffre. Elle a deux *folium*, ou *feüilles*, que nous ſuppoſerons égales, & qui ſe coupent ou ſe noüent en un point bien ſenſible, au milieu de toute la Figure. Cette Courbe peut n'être qu'une partie d'une Ligne du 4me ordre, & une partie détachée ou iſolée, comme nous avons vû que le ſont quelquefois des Ovales, & en ce cas, ce ſera une Lemniſcate conjuguée. Si elle devient infiniment petite, ce ſera certainement un point multiple, mais de quelle multiplicité?

On peut regarder la Lemniſcate finie, comme formée de deux Ovales qui ſe noüent, & la Lemniſcate infiniment petite, comme formée de deux Ovales devenuës infiniment

petites. Nous avons vû en 1730, qu'une Ovale infiniment petite étoit un point double, & par conséquent deux Ovales infiniment petites seront deux points doubles.

Il ne faut pas penser que ces deux points doubles puissent se confondre en un, de maniére à faire un point mathématique quadruple, une Ligne du 4me ordre ne peut avoir un tel point, car on en pourroit toûjours tirer une droite à quelque point simple de la Courbe, qui, par conséquent, seroit coupée en cinq points, ce qui n'est pas possible dans cet ordre. Les deux points doubles ne sont donc qu'infiniment près l'un de l'autre, & en effet il a été dit en 1730, qu'une Ligne du 4me ordre peut avoir jusqu'à trois points doubles, & à plus forte raison en aura-t-elle deux.

Elle pourra même èn avoir encore un double, pourvû qu'il ne soit pas sur la même ligne droite où sont les deux premiers qui restent de la Lemniscate finie, car ces deux points, parce qu'ils sont deux, déterminent la position d'une droite, qui par conséquent passe par quatre points de la Courbe, & ne peut plus passer par aucun.

Puisqu'une Ligne du 4me ordre ne peut avoir plus de trois points doubles, elle ne peut avoir deux Lemniscates conjuguées infiniment petites, qui vaudroient quatre points doubles.

Quoique les deux Ovales qui formoient la Lemniscate finie, étant conçûës infiniment petites, ne fassent certainement chacune qu'un point double, il semble cependant qu'il faille concevoir quelque chose de plus, parce que ces deux Ovales n'étoient pas simplement contiguës, mais se coupoient, se noüoient pour former la Lemniscate. Qu'y aura-t-il ici qui représente cette intersection, ce nœud? on y satisferoit en imaginant les deux points doubles, ou comme un point triple, ou du moins comme équivalents à un point triple.

Mais on prendra une idée plus exacte, & plus sûre, en considérant ce même nœud par les deux Tangentes qui s'y peuvent tirer. Elles ne peuvent manquer d'être réelles, car

à l'interſection des deux feüilles de la Lemniſcate finie, certainement ces feüilles avoient une poſition déterminée, par rapport à un axe de la Courbe, & il n'en étoit pas comme des Ovales conjuguées que nous avons fait voir, qui n'avoient aucune poſition, parce qu'elles les avoient toutes. De plus, les deux Tangentes dont il s'agit, ſont égales, puiſque les deux feüilles ſont ſuppoſées égales & ſemblables. Plus les deux feüilles diminuënt de grandeur, plus les Tangentes ſe rapprochent, & enfin elles viennent à ſe confondre, quand la Lemniſcate totale eſt infiniment petite.

Un attouchement vaut deux points d'interſection, ou, ce qui eſt la même choſe, une Tangente peut être conſidérée comme une droite qui ſeroit Sécante en deux points infiniment proches, & par conſéquent deux Tangentes ſont comme deux droites Sécantes chacune en deux points infiniment proches. Il n'y a point là, comme nous l'avons déja dit, de point mathématique quadruple, la Courbe ne paſſe point quatre fois par un même point, mais deux fois par un point, & deux fois par un autre infiniment proche, & de plus ces points pris deux à deux déterminent une poſition, qui ne peut être dans un point mathématique. Il n'y a point là non plus de point triple, mais ſeulement deux doubles.

On trouve encore dans le 4me ordre une ſeconde ſorte de point, dont la nature peut paroître douteuſe. Lorſque deux branches d'une Courbe ſe coupent pour ſe continuer enſuite de part & d'autre, elles ſe coupent ordinairement, en faiſant entre elles un angle, comme les deux branches de la Lemniſcate que nous venons de voir. Ce ſont proprement deux petits côtés, l'un d'une branche, l'autre de l'autre, qui ſe coupent en un point mathématique. Mais il eſt poſſible auſſi que ces deux côtés, au lieu de ſe couper, ſe poſent exactement l'un ſur l'autre, après quoi les deux branches prendront chacune leur cours, comme elles euſſent fait après une vraye & ſimple interſection. M. l'Abbé de Bragelongne appelle *point d'oſculation*, celui où cette affection ſe rencontre, parce qu'effectivement elle eſt fort ſemblable à ce qu'on a

nommé *osculation* dans la Théorie des Développements.

Ce point d'osculation pourroit sembler ou quadruple, ou plus que double, comme la Lemniscate infiniment petite, mais M. de Bragelongne en l'examinant de la même maniére que la Lemniscate le trouve de la même nature. Il y a là deux Tangentes infiniment proches, qui tombent l'une sur l'autre, & sont équivalentes à une Sécante en quatre points infiniment proches; il y a deux points doubles infiniment près l'un de l'autre, parce que la Courbe passe deux fois par un même point, & deux fois par un autre, ce qui est assés clair.

Puisque les deux cas de la Lemniscate infiniment petite, & de l'osculation ne résultent l'un & l'autre que des deux Tangentes égales, il faudra pour avoir les valeurs de ces deux Tangentes, ou, ce qui revient au même, déterminer ces deux sortes de points dans une Courbe donnée, différentier deux fois le rapport de l'Ordonnée à la Soûtangente selon les Regles connuës.

Mais ces deux Tangentes égales sont une détermination très-équivoque, qui convient non-seulement aux deux cas proposés, mais encore à celui d'un Rebroussement simple, où elle se trouveroit précisément la même. Il faut donc lever l'ambiguité, & le moyen en sera fourni par des vûës que nous avons déja insinuées.

Il est vrai que dans le Rebroussement simple, il y a deux Tangentes égales, mais elles ont un point commun, celui qui est le dernier où la Courbe arrive par son cours direct, & en même temps le premier d'où elle part pour le cours rebroussant, car nous avons dit en 1730 que le Rebroussement peut être conçû ainsi, & le doit pour être un point double. Les deux autres points qui sont les extrémités des deux petits côtés où se fait le Rebroussement, sont distincts entre eux. Ainsi il n'y a que trois points non confondus, & distincts. Il y en a quatre distincts, quoiqu'infiniment proches, dans la Lemniscate infiniment petite, & dans l'osculation. Voilà une différence qui doit avoir son effet.

Ce

Ce ſera que dans le Rebrouſſement où il n'y a que trois points diſtincts, les deux Tangentes confonduës enſemble, ne vaudront qu'une Sécante en trois points, & que dans les deux autres cas elles vaudront une Sécante en quatre points.

Ainſi en prenant une expreſſion générale d'une Sécante de la Courbe, & l'appliquant au point pour lequel on aura fait la 2[de] Différentiation, ſi l'on trouve enſuite par le Calcul trois valeurs égales de la Sécante en ce point, il eſt un point de Rebrouſſement ſimple. Si on trouve quatre valeurs, c'eſt ou une oſculation, ou une Lemniſcate infiniment petite.

Cette ambiguité qui reſte encore demande une conſidération nouvelle. La Lemniſcate infiniment petite a été une Lemniſcate finie conjuguée, c'eſt-à-dire, détachée de tout le reſte de la Courbe, & par conſéquent le point auquel elle eſt réduite, en eſt détaché. Donc de ce point à un autre quelconque de la Courbe, il n'y a point d'Ordonnées, ou, ce qui eſt la même choſe, les Ordonnées de tout eſpace vuide ſont imaginaires. Tout au contraire, d'un point d'oſculation à un autre point de la Courbe, les Ordonnées ſont néceſſairement réelles. On voit aſſés combien il ſera facile au Calcul de reconnoître cette extrême différence, & par conſéquent de diſtinguer les deux points en queſtion.

En joignant à cela ce qui a été dit en 1730 ſur les points doubles, on aura tout ce qui leur appartient, & il ſera bon de mettre le tout ici ſous un même coup d'œil.

Il y a cinq eſpeces de points doubles, des points d'interſection de deux branches, des points de rebrouſſement, des points provenus d'Ovales conjuguées, des points provenus de Lemniſcates conjuguées, des points d'oſculation.

Ils ont tous deux Tangentes, qui ſe trouvent par deux Différentiations conſécutives.

Les Tangentes ſont réelles, ou imaginaires, égales, ou inégales.

Si elles ſont imaginaires, le point eſt provenu d'une Ovale conjuguée.

Si elles ſont réelles, elles ſont inégales, ou égales.

Inégales, elles donnent un point d'interſection de deux branches.

E'gales, elles ſont équivoques entre trois cas, & il faut les conſidérer comme une Sécante en trois ou en quatre points.

La Sécante en trois points donne un Rebrouſſement ſimple.

La Sécante en quatre points eſt encore équivoque entre deux cas, dont on vient de lever l'indétermination par la différente nature de certaines Ordonnées. Pour des Ordonnées réelles, ce ſera un point d'oſculation, pour des imaginaires, un point provenu d'une Lemniſcate.

Les cinq eſpeces de points doubles dont le 4me ordre eſt ſuſceptible différent en ce que trois d'entre elles, qui ſont les points d'interſection de deux branches, ceux de rebrouſſement, & les points provenus d'Ovales conjuguées, ſont de *ſimples* points doubles, & les deux autres eſpeces, qui ſont les points d'oſculation, & les points provenus de Lemniſcates, ſont de *doubles* points doubles, c'eſt-à-dire, deux points doubles infiniment proches, au lieu que les premiers étoient ſeuls & iſolés. Ces deux points doubles, pour être infiniment proches, ne changent pas de nature, & n'en ſont pas moins chacun un ſimple point double.

Il a été dit en 1730 qu'une Ligne du 4me ordre qui a un point triple n'en peut avoir de double, & que ſi elle n'en a point de triple, elle n'en peut avoir plus de trois doubles; donc une Courbe de cet ordre qui n'a point de point triple, & qui en a un double de la ſeconde eſpece, n'en peut plus avoir qu'un de la premiére, ou, ce qui eſt la même choſe, elle ne peut avoir deux oſculations, ni deux Lemniſcates infiniment petites, ni une oſculation & une Lemniſcate infiniment petite, car ce ſeroient quatre points doubles, mais ſeulement outre une oſculation ou une Lemniſcate, elle pourra avoir un point d'interſection de deux branches, ou de rebrouſſement, ou provenu d'une Ovale conjuguée.

Venons maintenant aux points triples, qui commencent à ſe trouver dans le 4me ordre. A ceux que nous avons déja vûs, M. l'Abbé de Bragelongne en ajoûte ici un nouveau.

La Lemniſcate finie n'a qu'un nœud, un ſeul point où deux branches s'entrelacent, mais il y a dans le 4me ordre d'autres Courbes, dont les branches s'entrelacent de façon qu'elles ſe coupent en trois points, & que le tout prend à peu-près la forme de ce qu'on appelle *Las-d'amour,* auſſi M. de Bragelongne donne-t-il à cet entrelacement le nom Grec de *Lemniſceros,* qui ſignifie la même choſe, ou plus préciſément *Ruban d'amour.*

Dans le Lemniſceros, on peut imaginer trois droites, qui comme des eſpeces de Parametres déterminent la hauteur & la largeur des trois feüilles de Ruban. Si ces trois droites deviennent infiniment petites, comme elles le pourront en certains cas, les trois points d'interſection ou d'entrelacement ſe confondront en un, & tout le Lemniſceros ſe réduira à ce ſeul point, qui ſera triple.

Nous avons dit que quand une Lemniſcate devenoit infiniment petite, les deux Tangentes de ſon point unique d'interſection venoient à n'en être plus qu'une; par la même raiſon il y aura dans le Lemniſceros infiniment petit trois Tangentes, puiſqu'il contient trois points d'interſection confondus, & ces trois Tangentes ſeront égales, parce que priſes deux à deux pour chaque point d'interſection, elles ſe rapprochent toûjours de l'égalité à meſure que l'angle d'interſection diminuë, & que quand il devient nul, elles arrivent à cette égalité, & que de même les trois Tangentes, formées chacune de deux Tangentes à chaque point d'interſection, arrivent à l'égalité entre elles en ſe rapprochant toûjours pour partir toutes du même point.

Il faut donc ajoûter le Lemniſceros infiniment petit aux points triples déja établis en 1730, à celui de l'interſection de trois branches, à celui de rebrouſſement ſimple par où il paſſera encore une nouvelle branche de la Courbe, à celui qui ſera provenu d'une Ovale adhérente.

Si pour trouver un point double il faut un ſeconde différentiation du rapport de l'Ordonnée à la Soutangente, il eſt clair qu'il en faudra une 3me pour un point triple. On trouvera toûjours trois valeurs de la Soutangente ou Tangente.

Lorſqu'il y a des valeurs imaginaires, il y en a néceſſairement deux, & la 3me eſt réelle. C'eſt un point provenu d'une Ovale adhérente, on en a déja vû la raiſon en 1730.

Trois valeurs inégales donnent un point d'interſection de trois branches.

Deux valeurs égales & une inégale donnent un point de rebrouſſement par où paſſe encore une 3me branche de la Courbe, les deux égales appartiennent au rebrouſſement, l'inégale à la nouvelle branche.

Trois valeurs égales donnent, ainſi que nous venons de le dire, un Lemniſceros infiniment petit.

Sur cette derniére détermination comparée à la premiére, on pourroit d'abord être ſurpris que les Ovales devenuës infiniment petites n'ayent par elles-mêmes que des Tangentes imaginaires, & que les Lemniſceros devenus de même infiniment petits n'en ayent que de réelles. Quelle eſt donc la différence ſi eſſentielle de ces deux ſortes de figures ou de Courbes?

Nous l'avons déja inſinuée, quand nous avons dit dans le Volume précédent que les Ovales conjuguées, car par elles on jugera aiſément des adhérentes, n'avoient par rapport à toute autre partie de la Courbe aucune poſition déterminée, parce qu'elles avoient toutes les poſitions en même temps, & que par conſéquent elles n'étoient pas ſuſceptibles de Tangentes par rapport à la Courbe, & n'en devenoient pas plus ſuſceptibles pour diminuer, même à l'infini. Il n'en eſt pas de même du Lemniſceros, il a néceſſairement dans ſes trois points d'interſection des Tangentes déterminées, qui ſe conſervent toûjours.

Il eſt difficile qu'on ne ſoit ſurpris par réfléxion de toutes les ſubtilités imprévûës, où l'on ſe trouve néceſſairement

conduit, quand on veut ſuivre la Théorie de ces Courbes dans tous ſes recoins. Qui eût penſé aux points multiples, & à leurs différentes eſpeces de multiplicité ? qui eût crû que le Calcul dût ſe plier à ces différentes idées ſi fines, ſi Métaphiſiques en quelque ſorte, &, ce qui eſt encore plus, avoir le ſécret de les démêler ſûrement, quand elles auroient le plus de reſſemblance apparente ?

L'ACADÉMIE a examiné un Ecrit ſur les Voûtes, preſenté par M. Chardon. Il en conſidere de deux ſortes, celles qui ſont ceintrées ou en Berceau, comme les Arches d'un Pont, les Portes Cochéres, &c. & celles qui ſont en Dome comme les Fours. Il ſuppoſe leurs Vouſſoirs dirigés vers un même point, & en équilibre entre eux, ſelon les Théories que nous avons expoſées en 1704 * & en 1729*, & principalement ſelon la derniére. La Courbe de l'Intrados étant donnée, il cherche quelle Courbe pour l'Extrados devra reſulter de l'équilibre des Vouſſoirs, & la détermine géométriquement par points pour l'une & l'autre eſpece de Voûtes.

* p. 93. & ſuiv.
* p. 75. & ſuiv.

Elles ont toutes deux cela de commun, que quelle que ſoit la Courbe de l'Intrados, celle de l'Extrados ſera Aſimptotique à une droite, horiſontale dans la 1re eſpece, & à une verticale, & à une autre horiſontale dans la 2de. Il entre toûjours de l'Infini dans cette matiére, nous avons vû en 1704, que géométriquement le dernier Vouſſoir devroit être d'une peſanteur infinie.

Le ſecond cas, qui eſt le plus remarquable, conſiſte en ce que la Courbe de l'Extrados eſt d'un côté Aſimptotique à une verticale tirée par le ſommet du Dome, & de l'autre à l'horiſontale qui eſt la baſe de la Voûte. Du premier Aſimptotiſme il ſuit que la Clé ou le Vouſſoir du milieu doit être infiniment long, & comme il faut cependant pour l'équilibre avec les autres qu'il ne ſoit que d'une peſanteur finie, il n'aura qu'une épaiſſeur infiniment petite, ce qui ne

pouvant être réellement executé marque du moins que la Clé ne peut être trop longue & trop mince. Par le ſecond Aſimptotiſme il ſe trouve que la baſe de la Voûte étant un Infini du 1er Ordre, la Courbe de l'Extrados, quoiqu'elle ait un cours infini, ne l'a pourtant qu'infiniment petit par rapport à cette baſe, & pour rendre raiſon de cette merveille inexplicable ſelon les idées ordinaires, M. Chardon a recours à celles des *Eléments de la Géometrie de l'Infini.*

On a trouvé que dans ce qui lui eſt commun ſur ce ſujet avec d'autres Géometres, ſa Méthode a le merite d'une grande ſimplicité, & dans tout le reſte celui de l'invention.

ON a examiné auſſi une Théorie de la Courbure des Courbes préſentée par M. Fontaines. Il détermine cette Courbure, non par les Rayons des Développées, comme à l'ordinaire, mais par les Sinus des Angles de Contingence, comme dans les *Eléments de la Géométrie de l'Infini,* quoique différemment, & l'on a trouvé que dans ſa formule générale, & dans l'application qu'il en fait à différentes Courbes, il faiſoit voir beaucoup de connoiſſance du Calcul Infinitéſimal.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires

V. les M. p. 103. L'Ecrit de M. de Maupertuis ſur la Séparation des Indéterminées.

p. 130. Celui de M. Nicole ſur les Sections Coniques.

p. 159. Celui de M. Clairaut ſur les Centres de Gravité.

p. 240. Celui de M. de la Condamine ſur une Nouvelle Maniére de conſidérer les Sections Coniques.

p. 464. Celui de M. de Maupertuis ſur un Probleme Aſtronomique de M. Mayer.

p. 483. Celui de M. Clairaut ſur les Courbes que l'on forme en coupant une ſurface courbe quelconque par un plan donné de poſition.

p. 494. Celui de M. Nicole ſur la Maniére d'engendrer dans un Corps ſolide toutes les Lignes du 3me Ordre.





ASTRONOMIE.

SUR LE MOUVEMENT RÉEL DES COMETES.

LA Comete dont nous avons parlé en 1729* & 1730* a donné à M. Cassini, par ses circonstances heureuses & particuliéres, des vûës qui méritoient d'être suivies plus loin, & qu'il a suivies en effet. Il a démontré que le mouvement de cette Comete, d'abord contraire à celui de tout le Sisteme Solaire, ne pouvoit cependant être que direct, & n'y eût-il d'autre raison, sinon que ce mouvement d'abord contraire ou retrograde a été ensuite direct, il seroit certain qu'il n'a été réellement que l'un ou l'autre, & dans la nécessité de cette alternative, on devroit se déterminer pour la réalité du direct, & l'apparence du retrograde, puisque par-là la Comete devient conforme à toutes les Planetes Solaires, ce qui est le plus simple en soi, & satisfait d'ailleurs à l'intention commune de tous les Philosophes.

V. les M. p. 299.
* p. 68. & suiv.
* p. 98. & suiv.

Mais ce ne seroit rien que le mouvement rétrograde de la Comete de 1729 ne fût qu'apparent, il faut qu'il en soit, ou qu'il en puisse être de même de tous les mouvements rétrogrades que l'on a vûs à d'autres Cometes, il le faut pour l'uniformité, il le faudroit aussi pour l'intérêt des Tourbillons Cartésiens, & quoique cet intérêt ne soit pas une raison, l'idée de ces Tourbillons est digne qu'on souhaite de les conserver, ne fût-ce que par la crainte de ce qui leur succéderoit.

M. Cassini a examiné toutes les Cometes dont on a des Observations assés sûres & assés circonstanciées. L'Epoque d'où il part, est celle de 1472, observée par Regiomontanus, avant cela, ce n'est à cet égard qu'un temps *obscur & incertain*,

qui recommence pourtant enſuite, & dure juſqu'en 1531.
Il ſe trouve dans l'eſpace des 200 années qui ſe ſont écoulées juſqu'à préſent 36 Cometes bien obſervées, ſans compter celle de 1472, dont 20 n'ont paru avoir qu'un mouvement direct, & 16 un mouvement rétrograde, ſoit qu'elles n'en ayent pas eu d'autre, ſoit que quelques-unes ayent eu auſſi le direct. On peut voir par-là en paſſant que les Cometes ne ſont pas rares, & qu'à prendre un nombre moyen il a dû y en avoir 1 pour chaque période de 5 années $\frac{1}{2}$, quoique dans ces 200 ans nous n'ayons pas compté 3 Cometes, dont on n'a point le détail, & encore moins celles qui auront pû être toûjours cachées dans les rayons du Soleil.

Nous ne ſuivrons pas M. Caſſini dans le détail, quoique curieux, qu'il fait de toutes ces Cometes. Il nous ſuffit d'expoſer ce qu'il prétend, & les moyens généraux dont il ſe ſert pour l'établir.

Il prétend que de toutes les Cometes qui ont paru depuis 1472 incluſivement, il n'y en a aucune parmi les rétrogrades dont on ne puiſſe repréſenter le mouvement en le ſuppoſant toûjours réellement direct, de la même maniére dont le mouvement toûjours direct de toutes les Planetes Solaires vient dans certaines circonſtances à paroître rétrograde. Ces circonſtances ſont pour les Planetes ſupérieures, que la Terre vienne à paſſer entre elles & le Soleil, & pour les inférieures qu'elles paſſent entre la Terre & le Soleil. L'apparence de la rétrogradation n'eſt pas bornée au moment de l'un ou de l'autre de ces paſſages, elle s'étend beaucoup en deçà & au delà. La plus longue rétrogradation, qui eſt celle de Saturne, eſt de 4 mois $\frac{1}{2}$, & la plus courte, qui eſt celle de Mercure, eſt de 18 jours. Nous avons expliqué plus à fond toute cette matiére en 1709 *. Une Comete peut ſe mouvoir toûjours au deſſus de l'Orbe annuel que la Terre décrit autour du Soleil, & en ce cas elle ne ſera viſible que quand elle ſera la plus proche de cet Orbe, & on la pourra conſidérer comme une Planete ſupérieure. Si dans la partie viſible de ſon cours elle eſt au deſſous ou en dedans de notre Orbe annuel, c'eſt alors

* p. 82. & ſuiv.

alors une Planete inférieure. Elle aura donc les accidents de Planete ſoit ſupérieure, ſoit inférieure, pourvû qu'elle ſoit dans les circonſtances néceſſaires à une Planete, c'eſt-à-dire, que quoiqu'elle ſoit toûjours réellement directe, elle paroîtra rétrograde pendant un certain temps avant & après le paſſage de la Terre entre elle & le Soleil, ou avant & après ſon paſſage entre la Terre & le Soleil. Quant à l'arc, ou à la durée de la rétrogradation d'une Comete, on verra qu'il n'eſt pas poſſible d'en rien déterminer, ſi l'on ſe ſouvient de ce qui a été dit à ce ſujet ſur les Planetes en 1709, ainſi il n'y aura de ce côté-là nulle difficulté à ſuppoſer les Cometes directes.

Il eſt très-naturel de les rapporter à l'Orbe annuel de la Terre, puiſqu'effectivement on ne les voit que dans leur plus grande proximité de la Terre. Après qu'on les y a vûës un certain temps, elles ſe dérobent à nos yeux, ſoit en s'éloignant & de la Terre & du Soleil ſi elles étoient hors de l'Orbe annuel, ſoit en s'éloignant de la Terre & s'approchant du Soleil, ſi elles étoient au dedans de l'Orbe, & alors ou elles ſe perdent dans les rayons du Soleil, qui les rendent inviſibles, ou elles vont ſimplement à une trop grande diſtance de la Terre.

On peut très-bien concevoir qu'une Comete, tandis qu'elle eſt viſible, traverſe l'Orbe annuel, ſoit pour y entrer, ſoit pour en ſortir. Ce cas eſt un compoſé des deux que nous venons d'expliquer, & il ſera très-aiſé d'en imaginer les ſuites. Les Cometes auront en quelque ſorte un double principe de rétrogradation, d'abord comme Planetes ſupérieures, enſuite comme Planetes inférieures, ou au contraire.

M. Caſſini ſuppoſe avec beaucoup de vrai-ſemblance, que les Cometes, puiſqu'elles ſont traitées de Planetes Solaires, ont d'autant plus de vîteſſe réelle qu'elles ſont plus proches du Soleil. On ne doit pas s'attendre que ce ſoit tout-à-fait dans la même raiſon, qui eſt, comme l'on ſçait, la raiſon renverſée des Racines quarrées des diſtances au Soleil, car une Planete dont la diſtance au Soleil varie peu, prend une

vîteſſe réelle à peu-près conſtante, que rien n'altere, au lieu qu'une Comete ſans comparaiſon plus ou moins éloignée du Soleil, dans un temps que dans un autre, peut avoir pris dans une grande proximité, par exemple, une ſi grande vîteſſe qu'elle en conſervera encore quelque temps une partie dans un éloignement qui n'auroit dû lui donner qu'une vîteſſe moindre, ou bien elle ne prendra que ſucceſſivement & par degrés toute la vîteſſe que doit lui donner une certaine proximité. De plus une Planete eſt toûjours à peu-près dans un Cercle dont les parties ont la même poſition par rapport au Soleil, qui eſt le centre, mais une Comete décrit une Courbe extrêmement excentrique au Soleil, dont les parties ont par rapport à lui des poſitions fort différentes, de ſorte qu'ayant une certaine vîteſſe réelle, elle paroîtra cependant ne décrire qu'un trop petit eſpace, à cauſe de la poſition qu'aura cet eſpace, ou au contraire. Il ſuffit donc que quand on ſuppoſe, par exemple, que la Comete traverſe l'Orbe annuel, on puiſſe lui trouver une vîteſſe réelle approchante de celle de la Terre, & c'eſt à quoi M. Caſſini s'aſſujettit pareillement dans toutes les autres déterminations.

Il s'aſſujettit auſſi à les rendre telles qu'elles puiſſent repréſenter les variations de la grandeur du corps ou de la tête de la Comete. Le célébre Hevelius les a priſes pour réelles, & cela eſt en effet plus commode, car en ne les prenant que pour apparentes, elles dépendront certainement de la variation des diſtances, ſur leſquelles on n'aura plus tant de liberté. Mais au fond, il n'eſt guere croyable que d'auſſi grands corps que les Cometes, auſſi durables, éternels dans le même ſens que le Monde, fuſſent ſujets à de très-grandes augmentations ou diminutions de grandeur, auſſi promptes qu'elles devroient être, & qui quelquefois ſe ſuccéderoient les unes aux autres.

Aſſés ſouvent on peut en plus d'une maniére ſuppoſer direct un mouvement de Comete qui aura paru rétrograde, & c'eſt une eſpece d'avantage pour le Siſteme que M. Caſſini ſoûtient. Cela vient de ce que la diſtance réelle de la Comete

à la Terre ou au Soleil étant pour l'ordinaire abſolument inconnüe, on eſt le maître de regarder la Comete dans la petite partie viſible de ſon cours ou comme Planete ſupérieure, ou comme Planete inférieure, de mettre la Terre entre le Soleil & elle, ou de la mettre entre la Terre & le Soleil, ou le Soleil entre la Terre & elle, la premiére de ces diſpoſitions appartenant aux Planetes ſupérieures, & les deux autres aux inférieures, & toutes trois faiſant également l'effet de donner à un mouvement direct l'apparence de rétrograde. Mais il eſt rare que cette indétermination ſubſiſte, quand on a égard à toutes les circonſtances de la Comete, à ſa variation de grandeur & de vîteſſe apparentes, à la vîteſſe réelle qu'elle doit avoir ſelon la Regle de Kepler dans les lieux où on la met, &c. Quelquefois toutes ces circonſtances ſont ſi fortes en faveur d'un certain mouvement direct déterminé, & conditionné de certaine façon, qu'il n'eſt plus permis d'héſiter.

A plus forte raiſon ne le ſera-t-il pas alors d'héſiter entre le mouvement direct & le rétrograde, dont on peut toûjours abſolument ſuppoſer l'un ou l'autre réel ; on le peut même quand le mouvement apparent ou obſervé n'a été que direct, & M. Caſſini ne néglige pas de le faire voir, tant il reſte encore d'indétermination dans la Théorie des Cometes, ſelon ce que nous en avons dit en 1725 *. Mais s'il y a des cas où le mouvement direct ait un grand avantage ſur le rétrograde pour ſatisfaire à tous les phénomenes, ſi au contraire il n'y en a pas où le retrograde ait le même avantage, & c'eſt ce qui ſe trouve en effet, il ſera difficile de réſiſter à la concluſion générale qui ſe préſente.

* p. 63. & ſuiv.

Dans le grand nombre de Cometes que M. Caſſini a paſſées en revûë, il n'a pas manqué de remarquer celles qui pouvoient avec quelque fondement être priſes pour les mêmes qui revenoient, mais outre que ce n'étoit pas là ſon objet principal, il ne trouve pas encore une certitude ſuffiſante dans cette Hipotheſe des Retours. Les Retours douteux, & qui auront beſoin qu'on les ajuſte à l'Hipotheſe, prouveront

peu, les inconteſtables, ou qui en approcheront beaucoup, ſe feront apparemment attendre long-temps.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires

V. les M. p. 163. L'extrait fait par M. Caſſini d'Obſervations faites à la Loüiſiane.

p. 194. L'Ecrit de M. Godin ſur le Quart de Cercle Aſtronomique fixe.

p. 230. 231. Les Obſervations de l'Eclipſe Lunaire du 20 Juin par Mrs Caſſini, Godin, & Grandjean.

p. 370. La Méthode de M. Pitot pour tracer les Lignes correſpondantes ou des Minutes aux grandes Méridiennes.

p. 433. L'Ecrit de M. Grandjean ſur la forme la plus avantageuſe qu'on puiſſe donner aux Tables Aſtronomiques.



GEOGRAPHIE.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires

V. les M. p. 110. Les Recherches Géographiques de M. Buache ſur l'Etenduë de l'Empire d'Aléxandre.





CHRONOLOGIE.

CEtte année M. Filliol, Professeur en Hidrographie à Agde, communiqua à l'Académie un assés gros Ouvrage Manuscrit, intitulé *Nouvelle Distribution politique du Temps.* L'Auteur s'est proposé de déterminer le jour de la Pâque par des Calculs tirés des Tables Astronomiques, & en abandonnant les déterminations établies par le Calendrier Grégorien. Il fait voir que le jour marqué par ce Calendrier devance quelquefois le vrai E'quinoxe, & differe de celui qui résulte des Tables. Pour cela il a besoin d'un grand nombre de Calculs, dont on a vérifié quelques-uns, qui ont fait juger qu'ils étoient tous de bonne main, & que tout l'ouvrage avoit été fait avec beaucoup de soin & d'exactitude. Il remonte jusqu'aux principes de la Chronologie, & à des recherches sçavantes sur les Calendriers des diverses Nations. Mais enfin il ne s'agit ici selon le Titre même que d'une Distribution politique du Temps, où la précision astronomique n'est ni nécessaire, ni même possible, puisque les Astronomes ne sont pas encore parfaitement d'accord sur les mouvements vrais des Astres. Il s'en ensuivroit même l'inconvénient que l'on pourroit ne pas célébrer la Fête de Pâques le même jour par toute la Terre. Tout considéré, il se trouve que l'Eglise a agi avec beaucoup de prudence de s'en tenir au Calendrier Grégorien, sauf à y faire dans la suite du temps quelque réforme, si on le juge nécessaire.



MÉCHANIQUE.

SUR LES TOITS OU COMBLES DE CHARPENTE.

V. les M. p. 69.

LA coupe verticale d'un Toit ſimple & uni eſt un Triangle iſoſcele, dont la baſe s'appelle la *largeur* du Toit, & la hauteur, qui eſt la perpendiculaire tirée du ſommet du Triangle ou *faîte* ſur cette baſe, s'appelle en Architecture le *Poinçon*. Nous ne donnerons ici ce nom qu'à cette perpendiculaire entiére, quoiqu'on le donne quelquefois auſſi à une ligne qui n'en eſt qu'une partie, & ne va pas juſqu'à la baſe du Triangle.

Les deux côtés égaux du Toit ou Comble étant peſants, puiſqu'outre la Charpente des *Chevrons* dont ils ſont conſtruits, ils portent des Tuiles ou du Plomb, il eſt viſible que le Toit entier, ou le Triangle qui le repréſente, a deux tendances, l'une à tomber, l'autre à s'élargir ou à s'ouvrir en tombant, la premiére a une direction verticale, la ſeconde en a une horiſontale. De-là naiſſent différentes conſidérations ſur la conſtruction des Toits, & c'eſt ce que M. Couplet examine préſentement, en ſuivant la vûë qu'il a priſe d'appliquer plus qu'on n'a fait juſqu'ici à la pratique utile & néceſſaire de l'Architecture la Théorie de la Méchanique.

On voit du premier coup d'œil que les deux côtés égaux d'un Toit, ou ceux du Triangle qui le repréſente, s'arcboutent l'un contre l'autre au faîte, & ſoûtiennent mutuellement l'effort que chacun d'eux fait pour tomber. Ainſi cet effort étant détruit, ou rendu inutile, il ne reſte que celui de la pouſſée horiſontale. On lui oppoſe une *plate-forme* ou *ſabliére* auſſi inébranlable qu'il ſe peut, contre laquelle il s'éxerce. Il

tend à pouſſer horiſontalement de dedans en dehors le point ſur lequel s'appuye l'extrêmité inférieure du Toit. Il ſuffira de conſidérer une moitié du Toit ou du Triangle. Si par le milieu d'un côté de ce Triangle où ſera le centre de gravité de ce côté, on tire une verticale ſur la demi-baſe ou demi-largeur du Toit, elle y déterminera un point qui ſera à une certaine diſtance du point d'appui de la pouſſée horiſontale. On trouvera aiſément par la Théorie des Mouvements compoſés, qui domine par tout ici, que cette diſtance exprimera l'effort de la pouſſée horiſontale, tandis que la hauteur du Triangle ou le poinçon exprimera la peſanteur du demi-Toit, ce qui donne en lignes, ou grandeurs connuës le rapport de cet effort & de cette peſanteur.

Si le Toit étoit *briſé* ou en Manſarde, il faudroit, en ſuppoſant les deux lignes de la Manſarde égales, tirer une droite par le milieu de chacune, & par le milieu de cette droite la verticale où ſe trouveroit le centre de gravité du demi-Toit, & tout le reſte demeureroit le même.

Qu'un Toit ſoit plus ou moins élevé, ſa largeur étant toûjours la même, ou en termes de l'Art, qu'il ſoit *ſurmonté* ou *ſurbaiſſé*, la charge que ſes chevrons ſouffrent par les Tuiles dont ils ſont couverts, eſt toûjours égale, quoique certainement un Toit ſurmonté ait un plus grand poids qu'il donne à porter aux Chevrons. La raiſon de cette eſpece de paradoxe eſt que quand un plan incliné porte un poids, il ne le porte pas entier, & que la partie qu'il en porte, ou ſa charge, eſt au poids total, comme la baſe du plan eſt à ſa longueur. De-là il ſuit que ſi, la baſe demeurant la même, la longueur augmente, ce qui arrive ici lorſque le Toit eſt plus ſurmonté, la charge des Chevrons qui ſont le plan incliné, n'augmentera pas, quoique le poids de ce qui les couvre ſoit augmenté, ou, ce qui revient à la même choſe, la charge des Chevrons demeure égale en elle-même, quoiqu'elle ſoit une moindre partie du poids total du Toit.

En même temps cette baſe du plan incliné des Chevrons exprime auſſi la pouſſée horiſontale du Toit, dont le Poinçon

ou ſa hauteur exprime l'effort vertical, & par conſéquent cette baſe, qui eſt la largeur du Toit, demeurant la même tandis que ſa hauteur augmentera, ou qu'il ſera plus ſurmonté, il eſt évident que les Toits ſurmontés auront par rapport à leur hauteur, & à leur poids moins de pouſſée horiſontale, & agiront moins contre leurs Sabliéres.

De-là M. Couplet tire des conſéquences favorables aux Toits roides ou ſurmontés. Ils feront certainement couler plus vîte les eaux des Pluyes, & en ſeront par conſéquent moins endommagés, ils donneront moins de priſe à l'action du Vent, qui tend toûjours à les découvrir, & l'on aura ces avantages ſans que ni la charge des Chevrons, ni la pouſſée de ces Toits en ſoit plus grande. Ils ſeront donc plus ſolides, mais il faut avoüer qu'ils ſeront moins agréables à la vûë, comme ſi le ſolide & l'agréable devoient toûjours être en oppoſition.

Ce qu'il y a de plus important dans la recherche de M. Couplet ſur cette matiére, regarde les *Pannes.* Ce ſont des piéces de bois poſées horiſontalement le long du demi-Toit qu'il ſuffit de conſidérer, & vers ſon milieu, de ſorte que les Chevrons qui ſe diviſent à leur égard en ſupérieurs & inférieurs s'appuyent ſur elles chacun par une de leurs extrêmités. Elles doivent s'oppoſer à l'effort que fait le Toit pour perdre ſa rectitude & ſe fléchir, mais le plus ſouvent elles s'y oppoſent inutilement, & d'autant moins qu'elles tendent elles-mêmes à ſe fléchir par leur propre poids. Auſſi eſt-il très-commun de voir des Toits qui ſe démentent & ſe courbent, d'où s'enſuit la ruine du faîte, & tout ce qu'il eſt aiſé d'imaginer d'inconvenients.

On pourroit faire les Pannes plus fortes, & d'un plus *gros équarriſſage,* mais ce remede ſeroit cher, & chargeroit beaucoup le Toit; il y en auroit peut-être encore d'autres que nous omettons pour en venir à celui que propoſe M. Couplet.

Il faut faire en ſorte que la Panne ait peu à travailler, que même elle ne travaille point du tout, auquel cas on pourroit abſolument s'en paſſer, & ce ne ſera plus qu'une ſûreté

ſûreté de ſurcroît, qui par conſéquent pourra être auſſi petite, & coûter auſſi peu qu'on voudra.

Cela ſe trouvera ſi le Toit eſt composé de deux parties diſtinctes qui ſoient parfaitement en équilibre, c'eſt-à-dire, telles que tout l'effort de l'une ſoit ſoûtenu & contrebalancé par l'autre.

Pour cet effet on voit d'abord qu'il faut que le Toit ſoit briſé ou en Manſarde. Deux Chevrons du même demi-Toit, l'un ſupérieur, l'autre inférieur, qu'on ſuppoſe égaux, s'appuyeront l'un contre l'autre à l'endroit où le Toit eſt briſé, & où ſera la Panne qu'on appelle alors Panne de *briſis*. Le Chevron ſupérieur s'appuye par ſon extrémité ſupérieure contre un Chevron de l'autre demi-Toit, & l'inférieur s'appuye par ſon extrémité inférieure contre la Sabliére. Dans cet état les deux Chevrons s'arcboutent l'un contre l'autre, & il s'agit de les mettre en équilibre.

L'effort vertical du Chevron ſupérieur pour tomber étant ſoûtenu par le Chevron de l'autre côté qui en a un pareil, il ne lui reſte que l'effort horiſontal par lequel il tend à faire tourner le Chevron inférieur ſur ſon point d'appui de la Sabliére, & par conſéquent à la renverſer de dedans en dehors; cet effort eſt horiſontal, & comme il agit ſur ce point fixe de la Sabliére, il agit d'autant plus puiſſamment qu'il en eſt à une plus grande diſtance, ce qui ſe détermine par le lieu où eſt le centre de gravité du Chevron à l'égard de ce point fixe. C'eſt-là un bras de Levier par lequel il faut multiplier l'effort pour avoir l'énergie du Chevron ſupérieur. D'un autre côté l'inférieur réſiſte par ſa peſanteur à l'effort du ſupérieur, il a auſſi ſon bras de Levier par rapport au même point fixe, car ſon centre de gravité, où reſide toute ſa force pour réſiſter, lui donne auſſi une diſtance à l'égard de ce point, & par conſéquent une énergie de même nature que l'autre. Après cela ce n'eſt plus l'affaire que de l'Algebre & du Calcul de trouver les expreſſions des efforts, & de leurs bras de Levier, & de prendre les deux énergies pour égales, puiſqu'elles doivent l'être dans le cas de l'équilibre cherché.

Il eſt viſible que la hauteur, & la largeur d'un Toit qui doit être briſé étant déterminées, on peut prendre pour les deux Chevrons égaux du demi-Toit pluſieurs Chevrons différents, toûjours égaux deux à deux. Les lignes verticales tirées de leur point de concours ſur la baſe ou largeur du Toit tomberont ſur différents points de cette droite. Mais quand on veut que les deux Chevrons ſoient en équilibre, toute cette indétermination eſt levée, l'équilibre eſt quelque choſe d'unique, qui demande que les Chevrons ſoient d'une certaine longueur, & que la verticale tirée de leur point de concours ne tombe que ſur un certain point de la baſe. Cela détermine auſſi à ce point de concours la place de la Panne de briſis, ſoit que ce point ſoit plus ou moins élevé que le milieu du demi-Toit. De même la longueur des Chevrons, qui doivent faire équilibre, étant déterminée, la hauteur & la largeur du Toit le ſeront auſſi en conſéquence.

Nous ne parlons point des opérations, des Conſtructions geométriques, &c. où tout cela engage. L'art qu'on y employe ne peut être ſéparé d'avec la maniére de l'employer.

SUR LA RE'SISTANCE DE L'E'THER AU MOUVEMENT DES CORPS.

LE Siſteme général de Deſcartes étoit le Siſteme dominant chés la plus grande partie des Philoſophes, qui ne laiſſoient pas cependant de bien ſentir les difficultés qu'il renferme, lorſque M. Newton ou donna plus de force à ces difficultés, ou en propoſa de nouvelles, de ſorte que les fondements de tout l'Edifice Carteſien parûrent abſolument renverſés.

Tout eſt plein ſelon Deſcartes, les plus petits interſtices que les parties du Corps le plus ſolide & le plus denſe puiſſent laiſſer entre elles, ſont exactement remplis d'une matiére ſubtile, ou Etherée, qui eſt elle-même le Corps le plus ſolide & le plus denſe qui ſoit poſſible, puiſque ſes parties

intégrantes ne peuvent laiſſer d'interſtices à remplir par une autre matiére plus ſubtile. Dans un volume quelconque d'une grandeur déterminée, il y a autant de matiére que dans tout autre volume de même grandeur, quelque différente que paroiſſe leur matiére, il y en a autant dans un volume d'Air que dans un volume d'Or égal. Il eſt aiſé d'appercevoir les premiéres difficultés qui naiſſent de-là preſque d'elles-mêmes, ſur-tout par rapport à la Peſanteur.

Mais M. Newton a été beaucoup plus loin. Il a prouvé géométriquement, & par les loix du Mouvement reçûës de tout le monde, que ſi un Corps, qu'on peut ſuppoſer ſphérique, ſe meut dans un fluide d'une denſité égale à la ſienne, il ne peut y parcourir trois fois la longueur de ſon diametre ſans avoir perdu près de la moitié de ſa vîteſſe initiale, quelque grande qu'elle ait pû être. La raiſon générale en eſt qu'à chaque eſpace qu'il a parcouru égal à ſon diametre, il a dû déplacer néceſſairement autant de matiére du fluide qu'il en contient lui-même, & une matiére toute pareille à la ſienne par la ſuppoſition. Or il ne l'a pû ſans communiquer au fluide de ſa force & de ſa vîteſſe, & par conſéquent ſans en perdre autant, & cette perte ſe calcule. M. Newton n'avoit garde de ſe tromper au calcul, & ſa démonſtration n'a pas été attaquée.

Puiſque ſelon les Cartéſiens un volume d'air contient la même quantité de matiére qu'un volume d'or, ou de fer, & toûjours au fond la même matiére malgré toutes les différences imaginables d'arrangement & de contexture, il faut donc qu'un Boulet de Canon, qui ſe meut dans l'air, ne puiſſe y parcourir trois fois ſon diametre ſans perdre près de la moitié de ſa premiére vîteſſe. Mais il eſt énorme combien cela differe de l'expérience qui s'en fait tous les jours, combien de 100 fois au lieu de 3 le Boulet parcourt la longueur de ſon diametre, ſans avoir perdu, non pas la moitié, mais quelque petite partie ſenſible de ſa vîteſſe initiale. De-là M. Newton conclut que le Boulet ne ſe meut donc pas dans un eſpace abſolument plein, mais vuide en partie de toute

matiére, & où par conséquent le Boulet trouvant moins de matiére à déplacer, ou, ce qui est le même, moins de résistance, conserve plus long-temps son mouvement. Que l'on mette à la place de ce Boulet une Planete ou une Comete qui se meut dans l'Ether Cartésien, & il sera absolument inconcevable qu'elle s'y meuve depuis un si grand nombre de Siécles sans aucune diminution de sa premiére vîtesse. Epicure auroit bien triomphé, s'il avoit eu cet argument pour son Vuide, mais le temps de ces sortes d'arguments n'étoit pas encore venu.

Les Cartésiens se sont tournés de tous les sens pour éluder la force de ce raisonnement. L'Ether, où les Planetes & les Cometes sont portées, est composé de parties presque infiniment subtiles, qui ont une vîtesse, & se séparent les unes des autres avec une facilité presque infinie, une Planete est percée dans toute sa masse d'une infinité de pores, ou plûtôt de canaux au travers desquels l'Ether passe sans faire aucune résistance au mouvement de la masse totale. Mais toutes ces réponses sont foibles, & M. l'Abbé de Moliéres s'attache beaucoup à en faire voir l'insuffisance, non qu'il veüille renoncer au Sisteme Cartésien, mais parce qu'il veut le sauver par un autre moyen nouveau & meilleur.

Sans le suivre dans le détail, quoiqu'instructif, de tout ce qu'il dit à ce sujet, nous pouvons rassembler tout sous un seul point de vûë. La démonstration inébranlable de M. Newton suppose seulement que le Corps & le Milieu où il se meut soient de même densité, c'est-à-dire, que dans un volume du Milieu égal à celui du Corps mû, & dans ce Corps il y ait une égale quantité de matiére, car de-là s'ensuivra le déplacement de matiére nécessaire pour la démonstration, quelle que soit d'ailleurs la subtilité des parties du Milieu, quel que soit leur mouvement particulier, quelle qu'en soit la vîtesse, quelle que soit la facilité qu'elles ont à se séparer, quelle que soit la contexture du Corps mû ; toutes ces circonstances n'operent rien, & la même quantité de matiére à déplacer se retrouve toûjours dans le Sisteme de Descartes.

Il reſte à voir ſi l'on ne pourroit pas tirer quelque avantage de l'inégalité de denſité qu'on ſuppoſeroit entre le Corps mû & le Milieu, entre la Planete & l'Ether, il ſemble qu'on ne ſeroit plus alors dans le cas de la démonſtration.

Il eſt vrai que dans le Siſteme du Plein on peut imaginer qu'un Corps ſera plus ou moins denſe, parce qu'il aura plus ou moins de ſa matiére *propre*, le reſte de ſon volume étant rempli par une matiére étrangere quelconque. Une Planete n'aura pas tout ſon volume rempli par ſa matiére propre, mais il n'en peut pas être de même de l'Ether, il ne ſçauroit contenir que de ſa matiére propre, & il eſt ce qui peut être de plus denſe dans la Nature. Il eſt donc toûjours plus denſe que la Planete, & l'on peut concevoir qu'elle déplace moins de ſes parties, parce qu'elle n'en déplacera que par ſa matiére propre; ce qui en effet diminüera la réſiſtance du Milieu par rapport au volume. Mais en ce cas-là même on retombe dans la démonſtration de M. Newton. Que le volume de la Planete ſoit réduit à ne contenir plus que ſa matiére propre, voilà le même nombre qu'auparavant de parties du Milieu déplacées, & la démonſtration ſubſiſte en ſon entier.

Nous pouvons faire ici une remarque. En ſuppoſant qu'il n'y a que la matiére propre du Corps mû qui déplace les parties du Milieu, & en concevant ce Corps réduit au ſeul volume que ſa matiére propre formeroit, on voit très-facilement pourquoi dans des expériences faites ſur différents Pendules que l'on agite dans un même Milieu, une boule de bois perd plûtôt ſon mouvement qu'une boule de plomb de même volume, c'eſt que l'une & l'autre boule étant réduite à ſa matiére propre, celle de bois auroit un moindre diametre, & en parcourant trois fois ſa longueur dans le Milieu, elle parcourroit un moindre eſpace que ne feroit celle de plomb, & par conſéquent perdroit plûtôt ſa vîteſſe.

Pour trancher abſolument le nœud de cette terrible objection fondée ſur la réſiſtance de l'Ether, M. l'Abbé de Moliéres prend le parti d'ôter à l'Ether toute réſiſtance, en le laiſſant tel qu'il eſt chés les Cartéſiens, auſſi homogene, & auſſi

dense, car enfin tant qu'il résistera aux Planetes, quelque foiblement que ce pût être, on n'échappera point à M. Newton, & depuis le long temps qu'on observe les Planetes, on leur auroit trouvé quelque diminution de vîtesse, & même très-considérable.

Si un Corps pesant se meut dans un fluide pesant, la démonstration de M. Newton a lieu, & elle est sans replique. Mais si le Corps étant toûjours pesant, le fluide ne l'est pas, tout est changé, la résistance de ce fluide ne sera qu'un infiniment petit du 2[d] ordre, de sorte que dans un temps infini, elle ne deviendroit qu'un infiniment petit du 1[er] ordre, & absolument insensible. Que sera-ce donc de tout temps fini? C'est-là ce que M. de Moliéres prouve géométriquement, & par-là il se met hors d'atteinte à l'égard de M. Newton, qui n'a point considéré ce 2[d] cas, & n'y a pas même pensé, persuadé, comme il l'étoit, que tous les Corps sont pesants. Mais il n'est nullement nécessaire qu'ils le soient, on ne conçoit pas que la pesanteur, une tendance continuelle à un certain point déterminé, leur soit essentielle comme l'étenduë ou l'impénétrabilité. Au contraire, on conçoit, & surtout depuis qu'on a les lumiéres de la Philosophie moderne, qu'elle ne peut être que l'effet, le résultat de quelque mouvement, qui nécessairement leur sera étranger & accidentel. Mais il ne s'agit présentement que de prouver la résistance nulle d'un fluide supposé non-pesant à un Corps pesant. Nous croyons le pouvoir montrer suffisamment, sans prendre le même tour de démonstration que M. l'Abbé de Moliéres.

La Pesanteur, telle qu'elle est à la surface de notre Globe terrestre, & aux environs, fait tomber verticalement un Corps de 15 pieds en une seconde. Si elle ne le faisoit tomber de cette même hauteur qu'en deux secondes, il est évident qu'elle seroit moindre, & toûjours ainsi de suite. Si l'on vouloit comparer ensemble deux Pesanteurs, qui différassent de cette sorte, on trouveroit très-aisément que l'expression générale de la Pesanteur, en tant que force accélératrice, étant l'Espace divisé par le quarré du Temps, les

deux Pesanteurs seroient le même Espace divisé par les quarrés des deux Temps, & que par conséquent elles seroient entre elles en raison renversée des quarrés de leurs Temps.

La force nécessaire pour faire parcourir à un Corps de bas en haut verticalement 15 pieds en une seconde est égale à la force de la Pesanteur qui fait le contraire, & une force qui ne feroit parcourir ces 15 pieds de bas en haut qu'en deux secondes, en trois, &c. seroit égale à une autre Pesanteur, & ces deux nouvelles forces seroient entre elles comme les deux Pesanteurs.

Un Corps qui tombe le long d'un Plan incliné n'a acquis à la fin de sa chûte que la même vîtesse qu'il eût acquise en tombant le long de la verticale qui est la hauteur du Plan, mais il a employé plus de temps à tomber le long du Plan, & plus de temps en même raison que la longueur est plus grande que la hauteur, deux fois, trois fois plus, &c. si la longueur est deux fois, trois fois, &c. plus grande.

Un Corps étant descendu le long d'un plan incliné, si l'on veut le faire remonter le long de ce même plan jusqu'au point d'où il avoit commencé à descendre, il faut une force contraire à la Pesanteur qui l'auroit fait tomber le long de la verticale, mais comme cette force n'auroit produit son effet qu'en un temps plus long, à raison de la longueur du Plan, elle n'est égale qu'à une Pesanteur qui auroit fait tomber le Corps par la même verticale en un temps plus long, & par conséquent son expression sera l'espace vertical constant divisé par le quarré du Temps.

Donc plus le temps est long, ou plus la longueur du plan incliné est grande, plus la force nécessaire pour faire remonter ce plan par un Corps, est petite, ou, ce qui revient au même, moins le Corps est pesant par rapport à la force qui le doit mouvoir. Donc si la longueur du plan est infinie, auquel cas le plan est horisontal, & le Temps infini, la force est infiniment petite du 2^{d} ordre, puisque c'est une fraction, dont le numérateur étant toûjours une grandeur finie, le dénominateur, qui est toûjours

le quarré du Temps, eſt devenu un Infini du 2ᵈ ordre.

Donc auſſi une force infiniment petite du 2ᵈ ordre ſuffit pour mouvoir un Corps horiſontalement, ou, ce qui eſt la même choſe, un Corps ne peſe point à l'égard de la force finie qui tend à lui imprimer un mouvement horiſontal. Or le mouvement circulaire d'une Planete dans l'Ether autour d'un centre n'eſt à cet égard qu'un véritable mouvement horiſontal, & tout le monde en convient. Donc la Planete n'a beſoin pour ſurmonter la réſiſtance de l'Ether, & en déplacer à chaque inſtant un volume égal au ſien, que de lui imprimer un mouvement horiſontal, pour lequel une force infiniment petite du 2ᵈ ordre ſuffit, donc dans quelque temps fini que ce ſoit, la Planete ne perdra rien de ſa force, ni de ſa vîteſſe.

SUR LE JET DES BOMBES.

V. les M. p. 297.

VOICI une matiére déja fort traitée, mais toute neuve par la forme. On en a fait des Livres aſſés étendus, & M. de Maupertuis réduit tout à une ſeule formule d'Algebre, qui non ſeulement renferme tous ces Livres, mais y ajoûte des choſes nouvelles. Nous allons cependant retrancher à ce qu'il a donné une partie de ſon mérite, l'extrême briéveté qui pourroit n'être pas tant à l'uſage de toutes ſortes de Géometres.

Une Bombe eſt tirée avec une certaine charge de Poudre, qui lui donne une certaine vîteſſe, la même qu'elle auroit acquiſe dans le Siſtême de Galilée en tombant verticalement d'une certaine hauteur. Cette hauteur, toûjours différente pour chaque vîteſſe différente, mais la même & conſtante pour une vîteſſe déterminée, s'appellera *la ligne de la vîteſſe*.

La Bombe eſt tirée ſous une certaine direction qui fait un angle avec l'Horiſon. La ligne inclinée de cette direction s'appellera *la ligne du jet*.

La Bombe ne parcourt jamais la ligne du jet. Tout ſon cours n'a qu'un point commun avec elle, c'eſt celui de ſon origine,

origine, ou lorsqu'elle sort du Mortier, hors de-là elle est toûjours ramenée en embas par sa pesanteur, de sorte que si on conçoit la ligne du jet décrite, la Bombe en est toûjours à une certaine distance en dessous, & à une distance d'autant plus grande qu'elle est plus avancée dans son cours, parce que sa chûte s'accelere sans cesse. La ligne, dont la Bombe descend à chaque instant par rapport à la ligne du jet, s'appellera la *ligne de descente.* Elle est variable d'instant en instant pour un même jet, au lieu que les deux lignes précédentes sont constantes dans un jet, mais différentes seulement en différents jets.

Si d'un point quelconque de la ligne du jet on tire une droite verticale qu'on prendra pour la ligne de descente correspondante à ce point-là, il est certain par le Sisteme de Galilée qu'au dernier point de cette ligne la Bombe aura acquis par sa pesanteur une vîtesse telle, que si elle eût pris ensuite un mouvement uniforme elle eût parcouru le double de la ligne de descente dans le même temps qu'elle a mis à la parcourir par un mouvement accéléré. D'un autre côté si la ligne du jet, prise depuis son origine jusqu'au point qu'on a déterminé arbitrairement, eût été parcouruë comme elle l'eût été sans l'action de la pesanteur, elle eût été parcouruë d'un mouvement uniforme avec la vîtesse exprimée par la ligne de la vîtesse. Or dans les mouvements uniformes les espaces parcourus en même temps sont comme les vîtesses. Donc la ligne du jet & le double de la ligne de descente correspondante sont comme les vîtesses dont elles sont parcouruës. Selon Galilée encore les vîtesses s'expriment par les Racines des hauteurs nécessaires pour les acquerir, & par conséquent la vîtesse dont seroit parcouruë la ligne du jet sera la racine de la ligne de la vîtesse, & la vîtesse dont seroit parcouruë une ligne double de celle de descente sera la racine de cette ligne simple; donc la ligne du jet, & la ligne double de celle de descente seront comme ces racines, & cela donne aussitôt une Equation, qui étant quarrée donne le quarré de la ligne du jet égal à quatre fois le produit de la ligne de la

vîtesse par la ligne de descente. Voilà ce qui fournit tout, & d'une maniere très-heureuse.

Dès que l'on a une Equation qui consiste en un quarré égal à un produit, le premier coup d'œil géometrique apprend qu'il y a là une Parabole. En effet il y en a une ici. Toutes les lignes de descente se terminent à une Parabole prise du côté de sa convexité, & dont la ligne du jet à son origine est Tangente. Cette Parabole étant décrite ou conçuë, elle a pour axe une ligne horisontale parallele à la Tangente au sommet, & des Abscisses & des Ordonnées qui sont à l'ordinaire du côté de sa concavité.

Pour rendre complette une Formule algébrique sur ce sujet, il faut y faire entrer l'angle de la ligne du jet avec l'Horison, ou, ce qui est le même, la direction du Mortier. Cet angle est déterminé par le rapport de son Rayon à sa Tangente, & ce rapport est le même que celui d'une Abscisse quelconque de la Parabole à l'Ordonnée correspondante augmentée de sa ligne de descente, car il se fait de part & d'autre deux Triangles rectangles où se trouve l'angle de la ligne du jet avec l'Horison. Par conséquent le Rayon de cet angle étant pris pour 1, & sa Tangente étant un autre nombre quelconque, l'expression de la ligne composée de l'Ordonnée de la Parabole & de la ligne de descente est l'Abscisse correspondante de la Parabole multipliée par le nombre qui exprime la Tangente de l'angle du jet. De-là naît par la proprieté du Triangle rectangle une seconde Equation où il n'entre plus que l'Abscisse & l'Ordonnée indéterminées de la Parabole, la ligne constante de la vîtesse, ou, ce qui est la même chose, la force de la charge de poudre, & le nombre indéterminé qui exprime la Tangente de l'angle du jet. Avec cette seule formule M. de Maupertuis expédie tous les Problemes en moins de rien, il n'a qu'à faire des substitutions, ou des déterminations.

Si, par exemple, avec une charge de poudre donnée, on veut que la Bombe aille frapper un point donné, comme le haut d'une Tour, ou un Clocher, & qu'on cherche la

direction de Mortier néceſſaire, on ſubſtitüera à l'Abſciſſe indéterminée de la Parabole la diſtance horiſontale de ce Clocher, & à l'Ordonnée ſa hauteur, qui doivent être toutes deux connües, & l'on trouvera auſſi-tôt qu'il y a deux directions de Mortier ou deux angles également propres à l'effet qu'on cherche, & également éloignés de l'angle de 45 degrés, l'un en deſſus, l'autre en deſſous. On verra auſſi qu'il y a des cas où le Probleme eſt totalement impoſſible, & c'eſt lorſque la charge de poudre n'eſt pas aſſés grande pour l'effet propoſé. On trouve quelle doit être cette force préciſe.

Si l'on ne ſe propoſe point de frapper un point élevé, mais ſeulement de porter la Bombe à une certaine étenduë horiſontale avec une charge donnée, l'Abſciſſe de la Parabole ayant été déterminée de la grandeur requiſe, il n'y a qu'à égaler l'Ordonnée à zero, alors l'étenduë du jet eſt l'axe horiſontal de la Parabole entier, elle le coupe au point où la Bombe arrivera, & l'on trouve encore deux directions de Mortier, qui ſatisfont également au Probleme.

Si l'on vouloit frapper un point poſé au deſſous de l'Horiſon, l'Ordonnée qui en détermineroit l'abbaiſſement ſeroit négative, & par conſéquent un changement de ſigne fait à cette Ordonnée dans l'Equation Parabolique ſuffiroit.

Il ſeroit inutile d'employer plus de temps à rapporter tous les Problemes que la formule de M. de Maupertuis réſout avec une facilité ſinguliére. Il y en a deux cependant dont nous ne pouvons nous empêcher de parler, du premier, parce qu'il vient par une voye très-détournée & eſt preſque ſurprenant, du ſecond, parce qu'il eſt nouveau.

Tout le monde ſçait que la direction de Mortier qui chaſſe la Bombe le plus loin qu'il ſoit poſſible, eſt celle qui fait un angle de 45 degrés. Là ſe réüniſſent ou deviennent infiniment proches les deux jets différents & diſtants l'un de l'autre produits par chacune des autres directions. Cela a été démontré bien des fois, mais preſque toûjours d'une maniére aſſés pénible. M. de Maupertuis dégage de ſon Equation l'expreſſion indéterminée de l'Abſciſſe, & puiſqu'il s'agit de la

rendre la plus grande qu'il ſoit poſſible, il le fait par la Regle connuë de la Géométrie moderne, & il lui vient une Equation qui au premier coup d'œil peut paroître impoſſible, mais qui ne le ſera pas, pourvû qu'on prenne la Tangente de l'angle du jet pour 1. Or ſi elle eſt 1, elle ſera égale au Rayon que l'on a ſuppoſé 1, & dans le cas de cette égalité l'angle eſt de 45 degrés. Donc c'eſt ſous cet angle que le jet a la plus grande étenduë horiſontale poſſible.

Par cette même Regle *des plus grands & plus petits*, M. de Maupertuis détermine la moindre charge qui puiſſe porter une Bombe à un point donné, ce qui étoit néceſſaire pour épargner la dépenſe inutile de poudre, & n'avoit pourtant pas été encore trouvé, ni même cherché peut-être.

Pour faire l'uſage le plus ſolide de la Baliſtique Analitique de M. de Maupertuis, il en faudroit prendre les principes pour conſtruire des Tables, qui dirigeroient les Bombardiers dans tous les cas.

SUR LES MOUVEMENTS FAITS DANS DES MILIEUX QUI SE MEUVENT.

V. les M. p. 390.

DEPUIS que l'Aſtronomie n'eſt plus ſimple Aſtronomie, mais Aſtronomie Phiſique, les plus grands Géométres ſe ſont fort occupés à rechercher la Méchanique des Mouvements céleſtes, & à trouver des formules Algébriques qui les repréſentaſſent. De-là eſt née toute la ſublime & fine Théorie des Forces Centrales, parce que les Aſtres dont le cours ſe rapporte toûjours à un point, ſoit centre, ſoit foyer, pris au dedans de leurs Orbites, ont dû être conſiderés comme tirés perpetuellement vers ce point par quelque force, qu'on a appellée leur Peſanteur.

S'ils ſe meuvent dans un Vuide, ainſi que l'a crû M. Newton, il ſuit de la Regle de Kepler, qu'il eſt certain qu'ils obſervent, que leurs Orbites ſont des Ellipſes, dont le Soleil

est un des Foyers, & leurs tendances au Soleil ou pesanteurs varient selon la raison renversée des quarrés de leurs distances à ce foyer.

Mais il n'est rien moins que sûr qu'ils se meuvent dans un Vuide, & quand même il le seroit, les Géométres se picqueroient encore, à cause de la difficulté, de déterminer ce qui arriveroit dans le Plein, ou dans des Milieux résistants. Cette résistance dépendroit de deux principes, 1.° de la densité du Milieu, soit toûjours la même, soit inégale dans ses différentes couches ou parties, 2.° de la vîtesse même de l'Astre ou Mobile, car on sçait qu'à une plus grande vîtesse du Mobile le Milieu oppose une plus grande résistance, & plus grande selon quelque puissance de cette vîtesse. Ç'a été l'objet d'une très-subtile recherche de M. Bernoulli, dont nous avons parlé en 1711 *. * p. 83. & suiv.

Il y concevoit les Milieux comme simplement résistants, & d'ailleurs en repos. Mais s'ils se meuvent eux-mêmes, ce qui ne leur fera rien perdre de leur résistance, s'ils ont une vîtesse différente de celle du Mobile, s'ils ont aussi une force centrale qui se rapportera à un autre point que la sienne, on voit qu'il se formera une étrange complication. M. Bouguer s'y est engagé, ne fût-ce que parce qu'on n'y avoit pas touché jusqu'à présent.

Dans le Vuide, le Mobile décrit une certaine Courbe avec des vîtesses qui varient selon les distances du foyer. Si le Milieu est résistant, ce mouvement qu'on peut appeller *primitif*, est alteré & dans la vîtesse & dans la direction de chaque instant, dans la vîtesse, parce que la résistance la diminuë toûjours selon une certaine loi, dans la direction, parce que l'action de la résistance du Milieu s'éxerçant par des lignes droites qui ne sont pas les mêmes que celles des directions instantanées du Mobile, il est obligé de prendre des lignes moyennes, & d'autant plus que la différente densité des couches l'oblige encore à des détours, pareils à ceux des Refractions.

Mais quand le Milieu se meut, & dans les circonstances

que nous venons de marquer, la vîtesse, & la direction du mouvement primitif sont encore beaucoup plus alterées. Puisque le Milieu circule ou plus généralement décrit une Courbe autour d'un point différent de celui autour duquel le Mobile décrit la sienne, & puisqu'il a une vîtesse différente, il ne peut que changer sans cesse les directions primitives du Mobile, & en augmenter ou diminuer les vîtesses, le tout sans préjudice des altérations qui naissent d'ailleurs de la seule résistance. De plus il influë aussi par sa force centrifuge sur celle qu'avoit primitivement le Mobile, il la favorise, ou s'y oppose en partie, & cela plus ou moins selon les différentes combinaisons.

Le grand nombre d'Elements qui entrent dans cette recherche étant tous exprimés algébriquement de la maniére la plus générale, M. Bouguer en tire deux formules, dont l'une est pour la pesanteur ou tendance du Mobile à son foyer, telle qu'elle résultera du concours de tous ces élements, l'autre pour la densité du milieu, telle qu'il faudra qu'elle soit par ce même concours.

Ces formules, quoique simples, vû le sujet, sont cependant assés chargées. Tout y est indéterminé, Courbes décrites tant par le Milieu, que par le Mobile, angles de ces deux Courbes entre elles, vîtesses, forces centrales excepté la loi qui les régle, résistances selon une puissance quelconque des vîtesses, &c. en un mot ce n'est qu'un assemblage de rapports nécessaires, indépendants des grandeurs absoluës, & qui recevront toutes celles qu'on voudra.

La Courbe décrite par le Mobile & la vîtesse variable dont il la décrit, sont les effets de l'action combinée de tous les élements qu'on suppose ici, & dont on ne connoît pas l'absolu, de sorte que quand cette Courbe & cette vîtesse seroient données, ou connuës par observation, comme cela est possible en Astronomie, on seroit pourtant encore bien éloigné d'en pouvoir rien conclurre pour la pesanteur du Mobile, ou pour la densité du Milieu. Il faudroit faire des suppositions, qui ne pourroient être que plus ou moins vraisemblables.

En supposant que le Mobile décrive une Logarithmique Spirale, & de plus que les vîtesses du Mobile, celles du Milieu, & les impulsions de ce Milieu fluide sur le Mobile solide, soient toutes en même raison que les différentes distances au centre de cette Logarithmique, M. Bouguer trouve aisément par ses deux Formules que la pesanteur du Mobile sera toûjours comme ces mêmes distances, & que la densité du Milieu sera par-tout la même.

Il est remarquable qu'en ce cas-là le Mobile monteroit à l'infini le long de sa Courbe, & ne pourroit jamais redescendre, car s'il redescendoit, la formule de la densité la donneroit négative, or une densité négative n'est pas concevable. On voit encore assés d'ailleurs que ce cas-là n'est guere possible, & que du moins il ne s'appliqueroit à rien de connu. Mais on trouve toûjours la Géométrie beaucoup plus riche que la Phisique.

Plusieurs Philosophes croyent que la pesanteur des Planetes vers le Foyer de leurs Orbites n'est que l'effet de la Force centrifuge des Milieux fluides où elles nagent. Les Formules de M. Bouguer admettront cette idée, il n'y aura qu'à y traiter de zero ce que nous avons appellé la pesanteur primitive du Mobile, qui n'en aura alors qu'une plus simple, ou exprimée plus simplement. En joignant à cela que le Mobile décrive un Cercle, & le Milieu fluide ou Tourbillon un autre Cercle excentrique au premier d'une quantité déterminée, M. Bouguer tire de ses Formules le rapport des vîtesses & des densités du Milieu aux différentes distances du Mobile au point où sa pesanteur se rapporte, car elle se rapporte en ce cas, non au centre du cercle que le Mobile décrit, mais à celui du cercle décrit par le Milieu, puisque toute la pesanteur du Mobile vient de la Force centrifuge du Milieu.

Si l'on tire une droite par ces deux centres, elle sera ce qu'on appelle en Astronomie la ligne *des Apsides*, & l'une de ses extrémités sera la plus grande distance du Mobile au centre de sa pesanteur, l'autre, sa moindre distance. M. Bouguer

trouve que la vîteſſe du Mobile & celle du Milieu fluide, inégales par tout ailleurs, ſeront égales aux deux extrémités de la ligne des Apſides, & que cela arriveroit encore, quand même le Mobile n'auroit pas un mouvement uniforme, tel qu'on le ſuppoſe ici, parce qu'il eſt circulaire, pourvû cependant que la plus grande & la moindre vîteſſe du mouvement variable du Mobile fuſſent aux deux extrémités de la ligne des Apſides.

Ce qu'il y a de plus ſingulier dans l'hipotheſe, ou dans les hipotheſes préſentes, c'eſt que des deux côtés de la ligne des Apſides, qui coupe en deux moitiés égales le Cercle décrit par le Mobile, les vîteſſes & les denſités du Milieu, néceſſaires pour ce mouvement circulaire du Mobile, ne ſont pas égales, de ſorte que s'il faut qu'elles le ſoient, comme il eſt très-naturel & preſque indiſpenſable de le concevoir, le 2^d^ demi-cercle ne pourra plus être décrit par le Mobile, mais ſeulement quelque autre Courbe, quoique peu différente, ſi l'on veut.

Indépendamment de cette vûë qui naît des Formules de M. Bouguer, on peut s'aſſûrer que les deux moitiés de l'Orbite du Mobile, ſéparées par la ligne des Apſides, ne doivent pas appartenir à la même Courbe. Les différentes couches du Milieu décrivent toûjours des Cercles concentriques, dont les ſupérieures montent ou tendent à monter par rapport aux inférieures. Le Mobile parti du point de ſon Orbite le plus éloigné du centre de ſa peſanteur, qui eſt le même que celui des couches du Milieu, deſcend donc par rapport à ce centre dans la 1re moitié de ſon cours, & paſſant d'une couche ſupérieure dans une inférieure, rencontre toûjours des couches qui tendent à monter, & s'oppoſent en partie au mouvement qu'il avoit reçû du Milieu même vers le centre. Ce ſera le contraire dans la 2de moitié de l'Orbite, où en montant il trouvera des couches qui montent auſſi. Il n'eſt donc pas pouſſé dans les deux moitiés par une force égale, & par conſéquent il ne peut pas décrire de part & d'autre une Courbe préciſément la même.

Cependant

Cependant on ſuppoſe ordinairement en Aſtronomie qu'il la décrit, & cela eſt aſſés conforme aux obſervations. Auſſi ne prétend-on pas tirer encore de la Théorie de M. Bouguer le vrai Siſteme de la Nature, ce n'eſt qu'un moyen que l'on fournit, d'éprouver promptement & ſûrement ce qui s'enſuivra ou des faits obſervés, ou des ſuppoſitions vrai-ſemblables qu'on imaginera. On a une Pierre de Touche en attendant l'Or.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires

Une Machine de M. d'Onzembray pour meſurer ſur Mer l'angle de la ligne du Vent & de la Quille du Vaiſſeau, &c. V. les M. p. 236.

CEtte année parut un Livre de M. Pitot, intitulé *la Theorie de la Manœuvre des Vaiſſeaux réduite en Pratique, ou les Principes & les Regles pour Naviguer le plus avantageuſement qu'il eſt poſſible.*

Nous avons rendu compte en 1714* d'un Livre de M. Bernoulli ſur le même ſujet. C'eſt le ſort des bons ouvrages, de ceux ſur-tout qui, comme celui là, renferment beaucoup de choſes en peu d'eſpace, d'être ſuivis par d'autres, qui les développent, qui en étendent les vûës, qui même y en ajoûtent de nouvelles, & portent encore les connoiſſances à un plus haut point, ou de clarté ou de perfection. C'eſt ce que fait le Livre de M. Pitot. D'ailleurs M. Bernoulli avoit déſiré des Tables pour la commodité de la Pratique, mais ſans en donner, & M. Pitot en donne de beaucoup plus étenduës que celles que M. Bernoulli avoit déſirées. Elles ſont ici telles que les Pilotes, avec leurs connoiſſances ordinaires, en pourront aiſément faire uſage. Comme nous ne prétendons pas répéter ce qui a été dit en 1714 avec aſſés d'étenduë ſur la Theorie de la Navigation, ni même nous engager particuliérement dans ce qu'elle peut avoir de nouveau de la

* p. 107. & ſuiv.

part de M. Pitot, nous ne nous attacherons qu'à ce qui ſe rapporte le plus immédiatement à la conſtruction de ſes Tables.

Si, ſans ſe propoſer une certaine Route déterminée, il n'étoit queſtion que de faire en ſorte qu'un Vaiſſeau fendît l'eau avec la plus grande vîteſſe poſſible, il eſt clair que ce Vaiſſeau étant ſuppoſé de la figure ordinaire, mais avec une ſeule Voile platte, il ne faudroit que mettre cette Voile dans une poſition perpendiculaire à la ligne du Vent, & la Quille du Vaiſſeau dans cette même ligne. Si, par exemple le Vent étoit Eſt, la Voile poſée Nord & Sud, recevroit toute l'impreſſion de ſa force abſoluë, & la Quille étant poſée Eſt & Oüeſt, le Vaiſſeau fendroit l'eau directement par ſa Prouë qui eſt ſa pointe, & l'endroit qui fend l'eau avec la plus grande facilité. Alors l'angle de la ligne du Vent, ou ſimplement du Vent, avec la Quille ſeroit de 180 degrés, puiſque ces deux lignes concourroient en une, & l'angle du Vent & de la Voile ſeroit de 90. Le Vent s'appelleroit *Vent arriére,* ou *Vent en poupe.*

Mais un Vaiſſeau n'a pas pour une Voile, il en a pluſieurs dont les poſitions doivent être à peu près paralleles, & quand le Vent eſt perpendiculaire à la premiére Voile qui lui eſt expoſée, elle le dérobe néceſſairement à toutes celles qui ſont derriére elle, & par conſéquent ſi l'on veut profiter de toutes les Voiles, il faut abſolument prendre le Vent de côté, & le faire tomber ſur toutes ſous le même angle aigu. Le moins aigu ſera le plus avantageux, puiſque le droit, s'il étoit poſſible, ſeroit le plus avantageux de tous. Tant que l'angle du Vent & de la Voile ne va que depuis 90, qui eſt ſon terme impoſſible, juſqu'à 81 ou 82, on dit que le Vent eſt arriére.

Il eſt fort différent qu'une Voile ſoit pouſſée par un Vent qui lui ſoit perpendiculaire, ou par un oblique. Dans le premier cas le Vent agit ſur elle de toute ſa force abſoluë, dans le ſecond, il n'agit que ſelon ce qu'il a de perpendiculaire à la Voile dans ſon impulſion oblique, c'eſt ſelon la direction

de cette perpendiculaire à la Voile, qui a été appellée *ligne de la force mouvante,* qu'il tend à faire aller le Vaisseau.

Si le Vent étoit perpendiculaire à la Voile, la ligne de la force mouvante étant la même que celle de la Quille, le Vaisseau iroit donc selon sa Quille, & fendroit l'eau avec la plus grande facilité, & par conséquent avec la plus grande vîtesse possible. Mais quand le Vent est oblique, il n'arrive presque jamais que la ligne de la force mouvante soit la même que celle de la Quille, & il faut que le Vaisseau prenne une direction moyenne entre ces deux lignes, & une vîtesse moindre que celle qu'il eût eûë, mais la plus grande qu'il se puisse par rapport aux circonstances.

La plus grande difficulté qu'il y ait à trouver les rapports des différentes vîtesses que peut avoir un Vaisseau mû, comme il l'est toûjours, par des vents obliques aux Voiles, consiste à connoître la valeur des lignes des forces mouvantes. Pour cela M. Pitot prend un petit circuit qui paroît plus commode, il évaluë la force de la Résistance de l'eau, qui, selon qu'il a été dit en 1714, est toûjours égale à la force du Vent, & agit par la même ligne.

La ligne par laquelle agit la Résistance de l'eau doit donc être conçûë dans une direction qui seroit perpendiculaire à la Voile ou aux Voiles. Cette perpendiculaire aux Voiles est, selon ce que nous venons de dire, inclinée à la direction du chemin que fera le Vaisseau, & par conséquent elle peut & doit se décomposer en deux forces latérales, dont l'une sera parallele à ce chemin, l'autre perpendiculaire. On calcule ces deux forces latérales pour tous les angles qu'elles peuvent faire entre elles. Plus la latérale parallele au chemin est grande par rapport à l'autre, plus l'Eau résiste au mouvement du Vaisseau, & enfin elle y résiste de toute la force possible quand la latérale perpendiculaire est nulle par rapport à la parallele, & la parallele par conséquent égale à la force totale, ce qui ne pourroit arriver que dans le cas où le Vent seroit perpendiculaire à la Voile, & parallele au chemin du Vaisseau.

En mettant au lieu de la Résistance de l'Eau la force du

Vent, on voit par là toutes les variations que peut avoir de ce chef la force du Vent, & par conséquent la vîtesse du Vaisseau. Je dis *de ce chef,* car la ligne de la force mouvante varie encore d'ailleurs en elle-même. Sa valeur absoluë dépend de l'angle d'incidence du Vent sur la Voile, cette valeur est d'autant plus grande que le Sinus de cet angle, ou plûtôt le quarré de ce Sinus est plus grand.

Reprenons maintenant la considération de ces Angles du Vent sur les Voiles. Depuis l'angle de 81 ou 82 jusqu'à 66 ou 67 le Vent n'est plus arriére, il est *largue,* & il est clair qu'il va toûjours diminuant de force, ou imprimant une moindre vîtesse au Vaisseau. Depuis 66 ou 67, c'est un *Vent de Bouline,* & la vîtesse du Vaisseau est encore moindre.

Ce Vent largue & le Vent de Bouline ne différent que de dégré par rapport à la vîtesse du Vaisseau. Mais ils différent essentiellement par rapport à un autre effet très-considérable. Tant que le Vent est largue, le Vaisseau s'éloigne du lieu d'où vient le Vent, du point de l'Horison d'où il part, ou est censé partir, & l'on dit que le Vaisseau *fuit* ou *perd au Vent.* Quand le Vent est de Bouline, le Vaisseau s'approche du lieu d'où vient le Vent, & l'on dit qu'il *va* ou *gagne au Vent.* On entend assés qu'il ne va pas directement vers le point de l'Horison d'où le Vent part, mais qu'il s'en approche par une ligne inclinée à celle du Vent. Plus l'angle de ces deux lignes est petit, plus le Vaisseau *serre* le Vent, mais il ne peut pas le serrer jusqu'à se mettre dans la même ligne, la Voile ne recevroit plus aucune impulsion du Vent; il y a un angle ou cette impulsion seroit si petite que le Vaisseau *s'abattroit,* & c'est-là le terme où le Vent de Bouline finit.

La figure du Vaisseau, que nous n'avons point encore considerée, fait beaucoup à sa vîtesse, puisque plus il est pointu par la Prouë ou l'*avant,* plus il a de facilité à fendre l'eau. M. Pitot suppose, comme avoit fait M. Bernoulli, qu'une coupe horisontale du Vaisseau, qu'il faut encore supposer semblable à toutes les autres, a sa circonférence formée

de deux Arcs circulaires ſemblables & égaux, qui ſont entre eux à la Prouë un angle curviligne d'autant plus grand que ces Arcs ſont d'un plus grand nombre de degrés de leur Cercle, car il eſt viſible que s'ils étoient de 90, ils feroient entre eux à la Prouë un angle de 180, c'eſt-à-dire, qu'en cet endroit ils feroient poſés l'un au bout de l'autre en ligne droite, & que le Vaiſſeau n'auroit point de pointe. Pour lui en donner une ſuffiſante, M. Pitot ne prend point des Arcs qui faſſent entre eux un angle curviligne plus grand que 60, & d'un autre côté pour conſerver au Vaiſſeau la largeur néceſſaire, il ne prend point des Arcs, dont l'angle curviligne ſoit moindre que 20.

Selon ces différentes figures la Réſiſtance de l'Eau, & par conſéquent la force du Vent & la vîteſſe du Vaiſſeau, ſont différentes. La ligne du mouvement du Vaiſſeau étant la même, l'Eau frappe différemment ou ſous différents angles les parties de différents Arcs, à cauſe de leur différente poſition, & ſa force totale eſt différemment décompoſée en deux forces laterales. Quand le chemin du Vaiſſeau eſt dans la ligne de la Quille, il arrive que les deux forces latérales perpendiculaires priſes des deux côtés de la Prouë à diſtances égales, ſont égales & directement oppoſées, d'où il ſuit qu'elles ſe détruiſent l'une l'autre, & qu'il ne reſte que les forces paralleles correſpondantes. Il eſt aiſé de voir en général les conſéquences qui naiſſent de-là pour la vîteſſe du Vaiſſeau.

Il eſt clair que cette vîteſſe dépend enfin de la vîteſſe abſoluë du Vent, c'eſt-à-dire, de l'eſpace plus ou moins grand qu'il parcourt dans un temps déterminé, comme une ſeconde. Cela ſe peut connoître par quelque Machine, & ce ſera une expérience fondamentale.

Pour raſſembler tout, la vîteſſe du Vaiſſeau dépend donc, 1° de la vîteſſe abſoluë du Vent, 2° de l'angle d'incidence du Vent ſur les Voiles, 3° de la grandeur de la ſuperficie des Voiles expoſées au Vent, 4° de la figure du Vaiſſeau, qui modifie la réſiſtance de l'eau, ou, ce qui revient au même, l'action du Vent.

Mais il ne s'agit pas dans la Navigation de faire un chemin quelconque avec la plus grande vîteſſe poſſible, comme nous l'avons ſuppoſé juſqu'ici, il s'agit de faire avec cette condition un chemin déterminé, une certaine Route. La Route doit entrer dans toute la Théorie, & dans tous les Calculs, dont elle eſt un Element principal. La plus grande vîteſſe poſſible ne ſera plus que celle qu'elle permettra.

Le Rumb de Vent eſt toûjours connu, c'eſt-à-dire, la ligne droite tirée du point de l'Horiſon, d'où le Vent part, juſqu'au Vaiſſeau. Si cette ligne étoit la même que celle de la Route qu'on veut faire, ce qui eſt un cas unique, nous avons vû qu'il vaudroit mieux prendre le Vent de côté, & par conſéquent oblique à la Route. Ainſi on peut compter que le Rumb de Vent, & la Route font toûjours un angle, & cet angle eſt connu, ou donné.

Cela poſé, le Vent fait un angle aigu avec la Voile. Le moins aigu, ou le plus approchant du droit, ſera le plus avantageux, à ne rien conſidérer de plus, & je ſuppoſe qu'il ait été déterminé. De-là il ſuit que la Voile aura néceſſairement une certaine poſition par rapport à la Quille, ou fera un certain angle avec elle. Il faudroit pour le mieux parfait que la Route fût dans la ligne de la Quille, mais la poſition de la Voile par rapport à la Quille ayant été déterminée, & par conſéquent celle de la ligne de la force mouvante par rapport à la Quille, puiſque cette ligne eſt toûjours perpendiculaire à la Voile, il peut arriver, & il arrive le plus ſouvent que la direction de la ligne de la force mouvante eſt trop éloignée de celle de la Quille, & de la Route qui ſe feroit ſelon la Quille, ce qui diminüeroit beaucoup la force dont le Vaiſſeau ſeroit pouſſé. Il faut donc, pour regagner de la force du Vent, changer l'angle de la Voile & de la Quille, & pour cela changer auſſi celui du Vent ſur la Voile, ce qui fera perdre quelque choſe de la grandeur de l'angle d'incidence du Vent, & diminüera ſa force à cet égard. Il y a là un mêlange d'avantages & de déſavantages, qui produit néceſſairement un état, un point où tout étant

compensé, il se trouvera le plus grand avantage possible, & la Géométrie moderne le détermine par des Regles de calcul connuës.

L'angle du Rumb de Vent, & de la Route qu'on veut faire, étant toûjours connu, on détermine donc quel sera, pour faire cette Route, l'angle le plus avantageux, tant du Vent sur la Voile, que de la Voile avec la Quille. Ces deux angles étant trouvés, il arrive rarement que la Route soit éxactement sur la ligne de la Quille, mais ces deux lignes ne s'écartent l'une de l'autre que le moins, ou ne font que le moindre angle de *dérive*, qu'il est possible, & si on vouloit gagner en diminuant cet angle, on perdroit davantage d'ailleurs.

Les deux angles les plus avantageux, celui du Vent sur la Voile, & celui de la Voile avec la Quille, & même celui de la dérive, qui en resulte, changent, comme il est bien naturel de le juger, pour chaque angle différent du Rumb de Vent avec la Route. Un Vent arriére, un Vent largue, un Vent de Bouline, & tous ceux qui dans chacune de ces trois especes ne différent entre eux que de degré, demandent une Voile différemment posée & par rapport à eux, & par rapport à la Quille, & en même temps les dérives deviennent différentes. Il est évident que le Vent arriére parfait, & qu'on ne prend pourtant pas, étant celui dont le Rumb fait avec la Route l'angle de 180, & auquel par conséquent la Voile dans sa plus avantageuse position seroit perpendiculaire, & perpendiculaire aussi à la Quille, tous les autres Vents pris depuis celui-là, selon l'ordre qu'on vient de les nommer, demanderont toûjours pour les deux sortes d'angles les plus avantageux des angles décroissants depuis 90.

Il y a plus. Tout ce que nous venons de voir qui change par le changement de l'angle du Rumb de Vent avec la Route, change aussi par la différente figure du Vaisseau. On a vû par la Théorie combien cette figure influë sur la vîtesse, & pour le faire voir par un exemple bien sensible, il est sûr qu'un Vaisseau, qui aura la Prouë plus aiguë, pourra se servir

de tel Vent de Bouline, dont un autre ne se serviroit pas. Cela vient de ce que dans le Vaisseau qui a la Prouë moins aiguë, elle a trop peu d'avantage sur le côté pour fendre l'eau; par conséquent elle ne détermine pas assés le Vaisseau à suivre une ligne où il éprouveroit moins de résistance, & il ne peut, à cause de la foiblesse du Vent supposé, surmonter la résistance qu'il éprouve. Puisqu'une certaine figure de Vaisseau peut rendre inutile un certain Vent, qui ne le seroit pas sans cela, la figure est un Elément indispensable, qui doit entrer aussi-bien que le Vent, dans toute la considération, & dans tous les calculs du mouvement & de la vîtesse du Vaisseau.

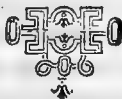
Ainsi M. Pitot a construit des Tables où en supposant une certaine figure de Vaisseau, ou, ce qui est le même, un certain angle curviligne de la Prouë depuis 20 jusqu'à 60 degrés, il donne pour chacune de ces figures les positions les plus avantageuses de la Voile, tant par rapport au Vent que par rapport à la Quille, & les différentes vîtesses resultantes, qui répondent aux différents angles donnés du Rumb de Vent, & de la Route. Les angles de la Prouë depuis 20 jusqu'à 60 ne sont pris que de 5 en 5, parce que les nombres moyens ne produiront pas des différences assés sensibles. M. Pitot a même ajoûté les angles correspondants les plus avantageux que puisse avoir le Gouvernail avec la Route, pour *virer vent devant ou vent arriére.*

Par le seul coup d'œil de ces Tables on voit plusieurs déterminations importantes; par exemple, quel est pour chaque figure de Vaisseau le dernier Vent de Bouline dont on puisse se servir, ou jusqu'à quel point on peut serrer le Vent, que les Vaisseaux à Prouë plus pointuë sont ceux qui le peuvent serrer de plus près, & il est aisé d'en voir la raison, que dans ceux dont la Prouë n'auroit qu'un angle de 20 degrés, la Route pouvant se faire sous un angle de 24° 30′ avec le Vent, elle ne peut plus se faire que sous un angle de 69 dans ceux dont la Prouë auroit un angle de 60, que les Dérives sont d'autant plus grandes que l'angle du Vent avec

la

la Route eſt plus petit, & l'angle de la Prouë plus grand, que l'angle du Vent avec la Route étant de 69 degrés pour deux Vaiſſeaux, dont l'un n'auroit l'angle de la Prouë que de 20 degrés, & l'autre de 60, le premier n'auroit que 1 de Dérive, & le ſecond 20, que la plus grande vîteſſe d'un Vaiſſeau à Prouë de 20 degrés peut être plus de trois fois plus grande que la plus petite, & qu'un Vaiſſeau à Prouë de 60, ne peut avoir ſa plus grande vîteſſe qu'un peu plus que double de la plus petite, &c. Pluſieurs de ces ſortes de déterminations, qui ſont nées des principes & des calculs de M. Pitot, ſe ſont trouvées d'accord avec les obſervations & les expériences qu'il a pû avoir des habiles gens de Mer.

Il ne prétend pas avoir encore arrêté bien ſûrement les différentes figures des Vaiſſeaux, & il promet d'en faire une recherche particuliére, mais il y a bien de l'apparence qu'une plus grande exactitude ſur ce point produira plûtôt des difficultés de Théorie, qu'un changement conſidérable dans la Pratique. En attendant on a des Tables que l'on n'avoit pas eûës juſqu'ici, & qui ont coûté beaucoup de travail pour mettre les Pilotes & les Matelots en état de travailler fort peu, en faiſant tout pour le mieux, ſi cependant il arrive qu'ils puiſſent s'y réſoudre. La Théorie avance toûjours beaucoup plus que la Pratique, parce que l'une n'eſt qu'entre les mains de gens d'eſprit, & ardents pour la perfection de leurs ſcienees, au lieu que l'autre n'eſt maniée que par des gens ordinairement très-groſſiers, & fort indifférents pour la perfection, quelque intéreſſante qu'elle pût être pour eux-mêmes, comme elle l'eſt dans la Navigation.



MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADÉMIE EN M. DCCXXXI.

I.

UN Projet de M. Gallon pour lancer les Vaiſſeaux à la Mer avec moins d'inconvénients & plus de facilité que par la pratique ordinaire. On conſtruira un Baſſin ſemblable à ceux de Breſt & de Rochefort, qui ſervent actuellement à placer les Vaiſſeaux pour les radouber, & les caréner. Il ſera creuſé en ſorte que l'Eau de la Mer y entre par deux Portes, & y ſoit toûjours à une certaine profondeur que l'on déterminera ; la ſurface de la Mer, & celle de l'Eau de ce Baſſin ſeront donc de niveau. Les bords en ſeront beaucoup plus élevés que ce niveau, & le Baſſin pourra contenir beaucoup plus d'eau quand il le faudra. A ſon extrémité la plus éloignée de la Mer, on fera un ſecond Baſſin dont le bas ou le fond ſera un peu plus élevé que le niveau de la Mer, & dont les bords iront auſſi haut que ceux du premier. Ce ſera dans ce ſecond Baſſin que l'on conſtruira le Vaiſſeau à ſec, & ſans aucune incommodité. Lorſqu'il ne s'agira plus que de le lancer, on fermera les Portes du premier Baſſin, & par le moyen de pluſieurs Corps de Pompe placés auprès des Portes, & que des Hommes ou des Moulins à vent feront joüer, on remplira d'eau tout le vuide que laiſſe le premier Baſſin juſqu'à l'extrémité ſupérieure de ſes bords, & tout le ſecond Baſſin entier, & on les remplira en même temps, parce qu'ils n'ont rien qui les ſépare. Alors le Vaiſſeau qui étoit dans le ſecond ſe trouvera naturellement à flot, pourvû qu'il ait toute l'eau qu'il doit tirer, & on le fera paſſer très-facilement dans le premier Baſſin. Quand il y ſera, on ouvrira pluſieurs Sabords, pratiqués dans les Portes alors fermées, & quand on en aura laiſſé écouler aſſés d'eau

pour mettre la ſurface de ce Baſſin au niveau de celle de la Mer, il n'y aura plus qu'à ouvrir les Portes, qui ne feront aucune réſiſtance, puiſqu'elles n'auront aucune charge d'eau, & le Vaiſſeau ſortira de ce Baſſin avec autant de facilité que de l'autre. L'Auteur donne ce Projet principalement pour les Ports de la Méditerranée, qui ſont exempts de Flux & de Reflux. Il a paru nouveau.

II.

Une Machine de M. du Buiſſon, Ingénieur, pour empêcher que les Monnoyeurs en mettant les Piéces ſur les Quarrés du Balancier pour y être marquées, ne courent le riſque d'avoir les doigts écraſés. Quoique l'accident ſoit très-rare, il mérite d'être prévenu. A chaque coup du Balancier, une Piéce viendra ſe placer d'elle-même à l'endroit où elle doit recevoir le coup, & cela peut encore être plus utile dans les cas où l'on manqueroit de Monnoyeurs aſſés adroits pour mettre les Piéces ſur le Quarré. Malgré quelques objections qu'on peut faire ſur cette Machine, elle a paru ſimple, & ingénieuſement imaginée.

III.

Une Machine à élever l'Eau, de M. Jean-Baptiſte le Brun. Pourvû que l'on ait une chûte d'eau, ſoit naturelle, ſoit procurée par art, l'Eau à l'aide de cette Machine, & ſans aucun Moteur étranger, s'éleve d'elle-même à une hauteur conſidérable. Quand elle eſt élevée, il faut qu'il y en ait une certaine quantité qui redeſcende pour agir de nouveau ſur la Machine, & contribuer avec la chûte de la ſource à entretenir le mouvement, le reſte de l'eau montée eſt deſtiné aux uſages qu'on aura eûs en vûë, & c'eſt le produit ou le profit de la Machine.

Elle eſt executée à Séve, où l'on a vû qu'une Eau qui tomboit de $9\frac{1}{2}$ pieds de hauteur, étoit portée à 32 pieds, & par conſéquent à $22\frac{1}{2}$ pieds au deſſus de ſa ſource, qu'il s'élevoit 120 Muids d'eau par jour, & qu'on en avoit 6 pour le profit, ou $\frac{1}{20}$.

Il a paru que cette Machine étoit nouvelle, très-ingénieuſe-

ment inventée, & exécutée, qu'elle avoit peu de frottements parce que le Piston & les Soupapes étoient toûjours entre deux eaux, & n'avoient point de Colonne à soûtenir, qu'elle pouvoit être très-utilement établie dans tous les lieux où l'on avoit déja une chûte d'eau, que selon les circonstances on pourroit aisément avoir un plus grand profit que $\frac{1}{20}$ de l'eau élevée, & qu'enfin l'Inventeur étoit très-capable de donner à sa Machine toute la perfection qu'elle pourroit encore recevoir.

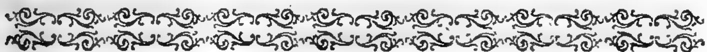
IV.

Un Instrument présenté par M. de Mean, où il a réüni les usages de plusieurs Instruments déja connus, du Quartier de Reduction, du Cadran Solaire Horisontal, du Vertical Méridional, & qui sert pour trouver la Méridienne, & la Déclinaison de l'Aiguille. Le fondement en est une Table de multiplication, par laquelle se font toutes les principales Regles d'Arithmetique. Quoiqu'on ne puisse pas attendre de cet Instrument une grande précision pour ce qui concerne l'Astronomie & la Navigation, il peut être cependant de quelque utilité à cause de son petit volume, qui le rend aisé à porter par tout avec soi. Il a paru d'ailleurs qu'on n'avoit pas encore pensé à tous les usages ausquels M. de Mean a fait voir qu'on pouvoit appliquer la Table de multiplication, ce qui mérite l'attention des Mathématiciens, & prouve les connoissances, & l'intelligence de l'Auteur.

V.

Deux Chaises roulantes du Sieur Maillard Maître Menuisier pour les Carosses du Roy. Elles sont un peu différentes de construction ; un Homme assis dedans ou derriére, les fait mouvoir en tournant deux Manivelles, qui font joüer le Roüage, on avance & on recule avec la même facilité, & on peut tourner fort vîte. Des Chaises dont l'Histoire de
* p. 142. l'Academie a parlé dans les Histoires de 1710 * & 1711 *,
* p. 101. & celle qui est décrite par Mathurin Jousse dans son Traité de Serrurerie, ne sont que pour aller dans des Appartements, & celles-ci peuvent faire de plus grands voyages, étant à

grandes Rouës, comme celles qui ſont tirées par des Chevaux; elles ſont auſſi différentes des autres par le Roüage. Celle que M. Ozanam a donnée dans ſes Récréations Mathématiques, quoiqu'à grandes Rouës, a été trouvée auſſi d'une conſtruction différente, & moins commode, tant pour le recul, que pour l'application de la force de l'Homme.



E'LOGE

DE M. GEOFFROY.

E'TIENNE FRANÇOIS GEOFFROY naquit à Paris le 13 Février 1672, de Matthieu François Geoffroy, Marchand Apotiquaire, ancien E'chevin, & ancien Conſul, & de Loüiſe de Vaux, fille d'un Chirurgien, célébre en ſon temps. Le biſayeul paternel de M. Geoffroy avoit été auſſi premier E'chevin de Paris, & alors on ne choiſiſſoit que des Bourgeois d'ancienne famille, & d'une réputation bien nette, eſpece de nobleſſe qui devroit bien valoir celle dont la preuve ne conſiſte que dans les filiations.

Si nous diſions que l'éducation d'un jeune homme a été telle que quand il fut en Phiſique, il ſe tenoit chés ſon Pere des Conférences réglées, où M. Caſſini apportoit ſes Planiſphéres; le P. Sébaſtien ſes Machines, M. Joblot ſes Pierres d'Aiman, où M. du Verney faiſoit des diſſections, & M. Homberg des opérations de Chimie, où ſe rendoient du moins par curioſité pluſieurs autres Sçavants fameux, & de jeunes gens qui portoient de beaux noms, qu'enfin ces Conférences parurent ſi bien entenduës, & ſi utiles, qu'elles furent le modéle & l'époque de l'établiſſement des expériences de Phiſique dans les Colleges; ſans doute on croiroit qu'il s'agiſſoit de l'éducation d'un fils de Miniſtre, deſtiné pour le moins aux grandes dignités de l'Egliſe; cependant tout cela fut fait pour le jeune Geoffroy, que ſon Pere ne

destinoit qu'à lui succéder dans sa profession. Mais il sçavoit combien de connoissances demande la Pharmacie embrassée dans toute son étenduë, il l'aimoit, & par goût, & parce qu'elle lui réussissoit fort, & il croyoit ne pouvoir mieux faire que de fournir à son fils les moyens de poursuivre avec plus d'avantage la carriére où lui-même auroit vieilli.

Après cette premiére étude de Phisique générale, M. Geoffroy fit des Cours particuliers, de Botanique, & de Chimie, & même d'Anatomie, quoique cette science ne fût pas de son objet principal. Il s'en écartoit encore davantage dans ses heures de délassement, où l'on est le maître de choisir ses plaisirs. Il tournoit, il travailloit des Verres de Lunettes, il executoit des Machines en petit, il apprenoit l'Italien de l'Abbé Roselli, si connu par le Roman de l'*Infortuné Napolitain.*

En 1692 son Pere l'envoya à Montpellier pour y apprendre la Pharmacie chés un habile Apotiquaire, qui de son côté envoya son fils à Paris chés M. Geoffroy, échange bien entendu, puisque l'un & l'autre de ces jeunes gens en laissant dans la maison paternelle ce qu'il étoit bien sûr d'y retrouver toûjours, alloit chercher dans une maison étrangére ce qu'il n'eût pas trouvé chés lui.

M. Geoffroy suivit les plus habiles Professeurs de la fameuse Ecole de Montpellier, & il vit presque naître alors dans cette ville un grand nom qui s'est toûjours accrû depuis, & qui par lui-même, & sans nul secours étranger, s'est élevé à la premiére place.

Avant que de revenir à Paris, M. Geoffroy voyagea dans les Provinces Méridionales du Royaume, & alla voir les Ports de l'Océan, car il embrassoit aussi ce qui n'étoit que de pure curiosité. Il en eût peut-être été bien puni à St. Malo où il se trouva enfermé en 1693, dans le temps du Bombardement des Anglois, si la terrible Machine Infernale, qui ménaçoit d'abîmer tout, n'eût manqué son effet. M. le Comte de Tallard, depuis Duc, Pair, & Marêchal de France, ayant été nommé au commencement de 1698 à l'Ambassade

extraordinaire d'Angleterre, il choisit M. Geoffroy, qui n'étoit point Médecin, pour avoir soin de sa santé, & il ne crut point que cette confiance donnée au mérite dépourvû de titre, fût trop hardie. M. Geoffroy, qui sçavoit voyager, ne manqua pas de profiter du séjour de Londres, il gagna l'amitié de la plûpart des Illustres d'un Pays, qui en produit tant, & principalement celle de M. le Chevalier Sloane, & en moins de six mois il devint leur confrere par une place qu'ils lui donnérent dans la Société Royale.

De-là il passa en Hollande, où il vit d'autres Sçavants, fit d'autres observations, acquit de nouvelles connoissances. Il se présenta encore à lui l'occasion de faire un voyage agréable, celui d'Italie, où il alla en 1700 avec M. l'Abbé de Louvois, en qualité de son Médecin selon le langage de M. Geoffroy, & en qualité d'Ami, selon le langage de cet Abbé, car ils avoient tous deux le mérite de ne pas parler de même.

Le grand objet de M. Geoffroy étoit toûjours l'Histoire Naturelle, & la matiére Médicinale, & il étoit d'autant plus obligé à porter ses vûës de ce côté-là, que son pere avoit dessein de lui laisser sa place & son établissement. Dès 1693 il avoit subi l'examen pour la Pharmacie, & fait son Chef d'œuvre, cependant ce n'étoit point là le fond de son intention, il vouloit être Médecin, & n'osoit le déclarer. Il faisoit des études équivoques, qui convenoient également au plan de son pere & au sien, telle étoit la matiére Médicinale, qu'un habile Apotiquaire ne sçauroit trop connoître, & que souvent un habile Médecin ne connoît pas assés.

Enfin quand le temps fut venu de ne pouvoir plus soûtenir la dissimulation, & de prendre un parti décisif, il se déclara, & le pere se rendit. Il avoit destiné à la Médecine son second fils, qui est aujourd'hui l'un des Chimistes de cette Académie, celui-là prit la Pharmacie au lieu de son Aîné. Cette légére transposition dut être assés indifférente au pere, mais enfin ce n'étoit pas-là son premier projet, & il apprit combien la nature qu'il n'avoit pas assés consultée sur ses enfants, est jalouse de ses droits.

M. Geoffroy ſe mit donc ſur les Bancs de Médecine, & fut reçû Bachelier en 1702. Sa premiére Theſe fut extrêmement retardée, parce que M. Fagon, premier Médecin, qui devoit y préſider, & qui avoit coûtume de commettre pour la préſidence, voulut préſider en perſonne, honneur qui ſe fit acheter par des délais. M. Geoffroy, qui avoit fait ſa Theſe lui-même, quoique ſelon l'uſage établi elle dût être l'ouvrage du Préſident, avoit choiſi cette Queſtion, *ſi le Médecin eſt en même temps un Méchanicien Chimiſte!* On ſent aſſés qu'il avoit intérêt de conclurre pour l'affirmative, au hazard de ne pas comprendre tous les Médecins dans ſa définition. Il compoſa pareillement ſes deux autres Theſes de Bachelier, & à plus forte raiſon celles dont il fut Préſident après avoir été reçû Docteur en 1704. Il prenoit toûjours des ſujets utiles ou intéreſſants; celle où il demandoit *ſi l'Homme a commencé par être Ver,* piqua tellement la curioſité des Dames, & des Dames du plus haut rang, qu'il fallut la traduire en François, pour les initier dans des miſteres, dont elles n'avoient pas la Théorie. On aſſûre que toutes les Theſes ſorties de ſa main n'ont pas ſeulement été regardées dans nos Ecoles comme des Traités preſque complets ſur les ſujets choiſis, mais qu'elles ſe ſont trouvées plus au goût des Etrangers, qu'un grand nombre d'autres, où ils ſe plaignent que le ſoin dominant a été celui de l'élégance du ſtile, & de la belle Latinité.

Il ne ſe preſſa point de ſe jetter dans la pratique, dès qu'il en eut le droit, il s'enferma pendant dix ans dans ſon Cabinet, & il voulut être ſûr d'un grand fonds de connoiſſances, avant que de s'en permettre l'uſage. Les Médecins ont entre eux ce qu'ils appellent les bons principes, & puiſqu'ils ſont les bons, ils ne ſont pas ceux de tout le monde. Les Confreres de M. Geoffroy conviennent qu'il les poſſedoit parfaitement. Son caractere doux, circonſpect, moderé, & peut-être même un peu timide, le rendoit fort attentif à écouter la nature, à ne la pas troubler par des remedes ſous prétexte de l'aider, & à ne l'aider qu'à propos, & autant qu'elle le demandoit.

demandoit. Une chose singuliére lui fit tort dans les commencements, il s'affectionnoit trop pour ses Malades, & leur état lui donnoit un air triste & affligé qui les alarmoit; on en reconnut enfin le principe, & on lui sçut gré d'une tendresse si rare, & si chere à ceux qui souffrent.

Persuadé qu'un Médecin appartient également à tous les Malades, il ne faisoit nulle différence entre les bonnes pratiques & les mauvaises, entre les brillantes & les obscures. Il ne recherchoit rien, & ne rejettoit rien. De-là il est aisé de conclurre que ce qui dominoit dans le nombre de ses pratiques, c'étoient les obscures, ou les mauvaises, & d'autant plus que ses premiers engagements lui étoient sacrés, & qu'il n'eût pas voulu les rompre, ou s'en acquitter légérement, pour courir aux occasions les plus flatteuses qui seroient survenuës. D'ailleurs souverainement éloigné de tout faste, il n'étoit point de ceux qui sçavent aider à leur propre réputation, & qui ont l'art de suggérer tout bas à la Renommée, ce qu'ils veulent qu'elle répéte tout haut avec ses cent bouches. Cependant le vrai avoit percé à la longue, & M. Geoffroy étoit bien connu. Dans les grandes affaires de Médecine, ceux qui s'étoient saisis des premiers postes l'appelloient presque toûjours en consultation, il étoit celui dont tous les autres vouloient emprunter des lumiéres. Ciceron conclut que les Romains étoient le plus vaillant peuple du monde, de ce que chaque peuple se donnoit le premier rang pour la valeur, & accordoit toûjours le second aux Romains.

En 1709, le Roi lui donna la place de Professeur en Médecine au College Royal, vacante par la mort de M. de Tournefort. Il entreprit de dicter à ses Auditeurs toute l'Histoire de la matiére médicinale, sur laquelle il avoit depuis long-temps amassé de grandes provisions. Tout le Regne Minéral a été expédié, c'est-à-dire, tous les Minéraux qui sont en usage dans la Médecine, & c'est ce qu'on a jusqu'à présent sur ce sujet de plus recherché, de plus certain, & de plus complet. Il en étoit au Regne Végétal, & comme il suivoit l'ordre Alphabétique, il en est resté à la *Melisse*,

qui quoiqu'assés avancée dans l'Alphabet, laisse après elle un grand vuide, & beaucoup de regret aux curieux de ces sortes de matiéres. Il n'avoit point touché au Regne Animal, mais du moins tout ce qu'il a dicté s'est trouvé en très-bon ordre dans ses papiers, & on espere que sa famille le donnera au Public.

M. Fagon, qui étoit toûjours demeuré titulaire de la Charge de Professeur en Chimie au Jardin Royal, la faisoit exercer par quelqu'un qu'il choisissoit. M. de S.t Yon, à qui il avoit donné cet emploi, n'ayant pû le remplir en 1707, à cause de ses infirmités, M. Geoffroy eut sa place, & s'en acquitta si bien que dans la suite M. Fagon se démit absolument de la Charge en sa faveur. Cela arriva en 1712. M. Fagon, pour mettre en œuvre M. Geoffroy tout entier, lui demanda qu'aux leçons ordinaires de Chimie, il en joignît sur la matiére médicinale, ce qui, dans une même séance, ajoûtoit deux heures, & quelquefois trois, à deux autres heures déja employées. M. Geoffroy y consentit, emporté par son zele, & sans doute aussi par un certain sentiment de gloire, qui agit, & qui doit agir sur les ames les plus éloignées de la vanité; il étoit soûtenu par le plaisir de voir que de si longues séances, loin de rebuter les Auditeurs, ne les rendoient que plus assidus, & plus attentifs, mais enfin il consulta trop peu les intérêts de sa santé, qui étoit naturellement foible, & qui en souffrit.

La Faculté de Médecine, qui se choisit tous les deux ans un Chef qu'on appelle Doyen, crut en 1726 se trouver dans des circonstances où il lui en falloit un, qui quoique digne de l'être, ne fit aucun ombrage à sa liberté, & qui aimât mieux sa Compagnie que sa place. M. Geoffroy fut élû, mais comme tous les membres d'une République ne sont pas également Républicains, quelques-uns attaquerent son élection par des irrégularités prétenduës, & lui-même auroit été volontiers de leur parti, mais l'élection fut confirmée par le jugement de la Cour.

Ses deux années de Décanat finies, il fut continué, &

cela par les suffrages mêmes qui auparavant lui avoient été contraires. On sentoit un nouveau besoin qu'on avoit de lui. Il s'étoit élevé un Procès entre les Médecins & les Chirurgiens, espece de guerre civile, qui divisoit les Citoyens d'un même Etat, & il falloit ou du zéle pour la soûtenir, ou de la douceur pour la terminer, & même en la soûtenant il falloit toûjours de la douceur avec le zéle. On lui fit un honneur singulier ; il y a sous le Doyen un Censeur, qui est son Lieutenant, & ce Censeur est toûjours le Doyen, qui vient de sortir de place. On supprima le titre de Censeur pour les deux années du nouveau Décanat de M. Geoffroy, & on le laissa le maître de choisir ceux qu'il voudroit pour l'aider. Ces témoignages d'estime de la part de sa Compagnie, qu'il n'auroit pas recherchés par ambition, il les sentit vivement par un principe de reconnoissance, d'autant plus fort qu'on est plus dégagé de passions tumultueuses ; il se livra sans ménagement aux travaux extraordinaires du second Décanat, qui joints à ceux qu'exigeoient sa profession, & ses différentes places, ruinérent absolument sa santé, & au commencement de 1730 il tomba accablé de fatigues. Il eut cependant le courage de mettre la derniére main à un ouvrage que ses prédécesseurs Doyens avoient jugé nécessaire, mais qu'ils n'avoient pas fini, c'est un Recüeil des Médicaments composés les plus usités, que les Pharmaciens doivent tenir toûjours prêts.

Nous ne l'avons point encore représenté comme Académicien, parce que nos Histoires imprimées font foi qu'il n'a pas rempli ce devoir avec moins d'éxactitude que les autres, si ce n'est dans les quatre derniéres années, où le Décanat étoit une dispense assés légitime. Il donna en 1718 un Sisteme singulier & une Table des Affinités ou Rapports des différentes substances en Chimie. Ces Affinités firent de la peine à quelques-uns, qui craignirent que ce ne fussent des Attractions déguisées, d'autant plus dangereuses, que d'habiles gens ont déja sçû leur donner des formes séduisantes, mais enfin on reconnut qu'on pouvoit passer par dessus ce

ſcrupulé, & admettre la Table de M. Geoffroy, qui bien entenduë & amenée à toute la préciſion néceſſaire, pouvoit devenir une loi fondamentale des opérations de Chimie, & guider avec ſuccès ceux qui travaillent.

Il étoit entré dans cette Compagnie dès l'an 1699, & il eſt mort le 6 Janvier 1731.



E'LOGE

DE M. RUYSCH.

FRÉDÉRIC RUYSCH naquit à la Haye le 23 Mars 1638 de Henry Ruyſch Secretaire des États Généraux, & d'Anne Van Berghem. La famille des Ruyſch étoit d'Amſterdam, où depuis 1365 elle avoit continuellement occupé les premiéres Magiſtratures juſqu'en 1576, que la guerre contre l'Eſpagne apporta du changement à ſa fortune.

M. Ruyſch ſe deſtina à la Médecine, & il commença par s'appliquer à la matiére Médicinale, aux Plantes, aux Animaux ou parties d'Animaux, aux Mineraux qui y appartiennent, aux opérations de Chimie, aux diſſections Anatomiques, & de tout cela il ſe fit de bonne heure un Cabinet déja digne des regards & de l'attention des Connoiſſeurs. Il étoit tout entier à ce qu'il avoit entrepris; peu de ſommeil avec beaucoup de ſanté, point de ces amuſements inutiles, qui paſſent pour des délaſſements néceſſaires, nul autre plaiſir que ſon travail, & quand il ſe maria en 1661, ce fut en grande partie pour être entiérement ſoulagé des ſoins domeſtiques, ce qui lui réuſſit aſſés aiſément dans le Pays où il vivoit.

En ce temps-là vint à Leyde un Anatomiſte aſſés fameux, nommé Bilſius, que le Roi d'Eſpagne avoit envoyé profeſſer à Louvain. Ce Docteur traitoit avec très-peu de conſidération ceux qui avoient juſque-là le plus brillé dans cette Science,

& préféroit de beaucoup, & hautement ſes découvertes aux leurs, principalement ſur ce qui regarde le mouvement de la Bile, de la Limphe, du Chile, de la Graiſſe. Mrs del Boé ou Sylvius & van Horne, Profeſſeurs à Leyde, qui auroient voulu réprimer la vanité de cet Etranger, crurent ne le pouvoir ſans le ſecours du jeune Ruyſch qui avoit donné plus de temps qu'eux à des diſſections fines & délicates. De la Haye, où il demeuroit, il venoit les nuits à Leyde leur apporter ſes préparations, & leur mettre en main dequoi étonner Bilſius, & il retournoit bien vîte à la Haye pour travailler à de nouvelles préparations, deſtinées au même uſage.

Après avoir fourni en ſecret des armes contre Bilſius, il vint enfin à ſe battre avec lui à viſage découvert, car ceux qu'il avoit aidés n'avoient pas prétendu le tenir toûjours caché. Il avoit dit que la réſiſtance qu'il ſentoit en ſoufflant les Vaiſſeaux Limphatiques d'un certain ſens, lui faiſoit croire qu'il s'y trouvoit des Valvules, qu'il n'avoit pourtant pas encore vûës, & il n'étoit pas le ſeul qui eût eû cette penſée. Bilſius nia ces Valvules avec la derniére aſſûrance, & même avec mépris pour ceux qui les jugeoient ſeulement poſſibles. M. Ruyſch fit ſi bien par ſon adreſſe ſinguliére qu'il les découvrit, & au nombre de plus de deux mille, & les démontra, à la grande ſatisfaction de ceux qui étoient bien aiſes de voir confondre des déciſions téméraires, & ſuperbes. L'Adverſaire, qui ſe tenant bien ſûr qu'il ne verroit pas, avoit promis de ſe rendre s'il voyoit, fit effectivement tout ſon poſſible pour ne pas voir, & quand il y fut forcé, il ſe ſauva par un endroit qu'on n'avoit pas prévû, il dit qu'il connoiſſoit bien ces Valvules, mais qu'il n'avoit pas jugé à propos de le déclarer. M. Ruyſch dans un très-petit Volume qu'il donna en 1665, & qui eſt le premier des ſiens, a fait l'hiſtoire détaillée de cette conteſtation, où le vaincu, qui pouvoit l'être ſans honte, & même avec honneur, trouva moyen de l'être honteuſement.

M. Ruyſch fut dès l'an 1664 Docteur en Médecine dans l'Univerſité de Leyde, & il eut preſque auſſi-tôt après une

occasion, qui n'étoit que trop décisive, de prouver combien il méritoit cette dignité. La Peste ravagea la Hollande, & il se dévoüa aux Pestiferés de la Haye, sa Patrie, début qui, quelque glorieux qu'il soit, ne sera pas envié.

Mais sa grande occupation, celle qui a rendu son nom si célébre, a été de porter l'Anatomie à une perfection jusque-là inconnuë. On s'étoit long-temps contenté des premiers Instruments, qui s'étoient d'abord offerts comme d'eux-mêmes, & qui ne servoient guére qu'à séparer des parties solides, dont on observoit la structure particuliére, ou la disposition qu'elles avoient entre elles. Reynier Graaf, ami intime de M. Ruysch, fut le premier, qui pour voir le mouvement du sang dans les Vaisseaux, & les routes qu'il suit pendant la vie, inventa une nouvelle espece de seringue par où il injectoit dans les Vaisseaux une matiére colorée, qui marquoit tout le chemin qu'elle faisoit, & par conséquent celui du Sang. Cette nouveauté fut d'abord approuvée, mais ensuite on l'abandonna, parce que la matiére injectée s'échapoit continuellement, & que l'injection devenoit bien-tôt inutile.

Jean Swammerdam remédia au défaut de l'invention de Graaf. Il pensa très-heureusement qu'il falloit prendre une matiére chaude, qui en se refroidissant à mesure qu'elle couloit dans les Vaisseaux, s'y épaissît de sorte qu'arrivée à leur extrémité elle cessât de couler, ce qui demande, comme on voit, une grande précision, tant pour la nature particuliére de la matiére qu'on employera, que pour le juste degré de feu qu'il faudra lui donner, & le plus ou moins de force, dont on la poussera. Par ce moyen Swammerdam rendoit visibles pour la premiére fois les Arteres & les Veines Capillaires de la Face, mais il ne suivit pas lui-même bien loin sa nouvelle invention. Une grande piété, qui vint à l'occuper entiérement, l'en empêcha, & ne le rendit pourtant pas assés indifférent sur son secret, pour en faire part à M. Ruysch son ami, qui en étoit extrêmement curieux.

Il le chercha donc de son côté, & le trouva pour le moins, car il y a beaucoup d'apparence que ce qu'il trouva étoit

encore plus parfait que ce qu'avoit Swammerdam lui-même. Les parties étoient injectées de façon que les derniéres ramifications des Vaisseaux, plus fines que des fils d'Araignées, devenoient visibles, &, ce qui est encore plus étonnant, ne l'étoient pas quelquefois sans Microscope; quelle devoit-être la matiére assés déliée pour pénétrer dans de pareils canaux, & en même temps assés solide pour s'y durcir?

On voyoit de petites parties, qui ne s'apperçoivent ni dans le vivant, ni dans le mort tout frais.

Des cadavres d'Enfants étoient injectés tout entiers; l'opération n'eût guére été possible dans les autres, cependant en 1666 il entreprit par ordre des Etats Généraux le Cadavre déja fort gâté de Guillaume Bercley, Vice-Amiral Anglois tué à la Bataille donnée le 11 Juin entre les Flottes d'Angleterre & de Hollande, & on le renvoya en Angleterre, traité comme auroit pû l'être le plus petit Cadavre. Les Etats Généraux récompenserent ce travail d'une maniére digne d'eux, & du travail même.

Tout ce qui étoit injecté conservoit sa consistance, sa mollesse, sa fléxibilité, & même s'embellissoit avec le temps, parce que la couleur en devenoit plus vive jusqu'à un certain point.

Les Cadavres, quoiqu'avec tous leurs Visceres, n'avoient point de mauvaise odeur, au contraire ils en prenoient une agréable, quand même ils eussent senti fort mauvais avant l'opération.

Tout se garentissoit de la corruption par le secret de M. Ruysch. Une fort longue vie lui a procuré le plaisir de ne voir aucune de ses Piéces se gâter par les ans, & de ne pouvoir fixer de terme à leur durée. Tous ces Morts sans dessechement apparent, sans rides, avec un teint fleuri, & des membres souples, étoient presque des Ressuscités; ils ne paroissoient qu'endormis, tout prêts à parler, quand ils se réveilleroient. Les Momies de M. Ruysch prolôngeoient en quelque sorte la vie, au lieu que celles de l'ancienne Egipte ne prolongeoient que la mort.

Quand ces prodiges commencérent à faire du bruit, ils trouverent, ſelon une Loi bien établie de tout temps, beaucoup d'Incrédules ou de Jaloux. Ils détruiſoient par quantité de raiſonnements les faits qu'on leur avançoit; quelques-uns diſoient en propres termes qu'*ils ſe laiſſeroient plûtôt crever les yeux, que de croire de pareilles fables.* A tous leurs diſcours M. Ruyſch répondoit ſimplement, *Venés & voyés;* ſon Cabinet étoit toûjours prêt à leur parler, & à raiſonner avec eux. Ces deux mots étoient devenus ſon Refrain perpetuel, ſon Cri de guerre.

Un Profeſſeur en Médecine lui écrivit bien gravement qu'il feroit mieux de renoncer à toutes ces nouveautés, & de s'attacher à l'ancienne doctrine ſi ſolidement établie, & qui renfermoit tout. Comme le Novateur ne ſe rendoit point, le Docteur redoubla ſes lettres, & lui dit enfin que tout ce qu'il faiſoit dérogeoit à la dignité de Profeſſeur. M. Ruyſch répondit, *Venés & voyés.*

Il a caché le nom de ce Profeſſeur ſi délicat ſur cette dignité, mais il n'a pas ménagé de même ceux de M.rs Rau & Bidloo, célébres tous les deux dans l'Anatomie, & qui s'étoient hautement déclarés contre lui, Bidloo ſur-tout. Celui-ci ſe vantoit d'avoir, & même avant Ruyſch, le ſécret de préparer & de conſerver les Cadavres, & ſur cela M. Ruyſch lui demande pourquoi donc il n'a pas vû telles & telles choſes, pourquoi il a gâté ſes Tables Anatomiques, par des fautes qu'il lui marque, &c. Juſque-là, tout eſt dans les regles, & Ruyſch paroît avoir tout l'avantage, mais il faut avoüer qu'il en perd une partie pour la forme, quand ſur ce que Bidloo l'avoit traité de Boucher ſubtil, il répond qu'il aime mieux être *Lanio ſubtilis* que *Leno famoſus.* Le jeu des mots Latins peut l'avoir tenté, mais c'étoit aller trop rudement aux mœurs de ſon Adverſaire, dont il ne s'agiſſoit point. Il eſt vrai auſſi qu'on ne ſçait quel nom donner à Bidloo, lorſqu'il s'emporte juſqu'à appeller Ruyſch *le plus miſérable des Anatomiſtes.* Sera-ce donc toûjours un écueil pour la vertu des Hommes, qu'un ſimple combat d'eſprit ou de ſçavoir?

Après

Après un premier feu, quelquefois cependant assés long, essuyé de la part de l'Ignorance ou de l'Envie, la Vérité demeure ordinairement victorieuse. Comment eût-on fait pour ne pas sentir à la fin les avantages de l'invention de M. Ruysch? Les Sujets nécessaires pour les dissections, & que la superstition populaire rend toûjours très-rares, périssoient en peu de jours entre les mains des Anatomistes, & lui, il sçavoit les rendre d'un usage éternel. L'Anatomie ne portoit plus avec elle ce dégoût, & cette horreur, qui ne pouvoient être surmontés que par une extrême passion. On ne pouvoit auparavant faire les démonstrations qu'en Hiver, les Etés les plus chauds y étoient devenus également propres, pourvû que les jours fussent également clairs. Enfin l'Anatomie, aussi-bien que l'Astronomie, étoit parvenuë à offrir aux Hommes des objets tout nouveaux, dont la vûë leur paroissoit interdite.

Et comme dans l'une & l'autre de ces Sciences, il est impossible de mieux voir sans découvrir, on ne sera pas surpris que M. Ruysch ait beaucoup découvert. Nous en renvoyons le détail à ses Ouvrages; une Artére Bronchiale inconnuë aux plus grands Scrutateurs du Poumon, le Périoste des Osselets de l'Organe de l'Ouïe qui paroissoient nuds, les Ligaments des Articulations de ces Osselets, la Substance Corticale du Cerveau uniquement composée de Vaisseaux infiniment ramifiés, & non pas Glanduleuse, comme on le croyoit, plusieurs autres parties qui passoient pareillement pour Glanduleuses, réduites à n'être que des tissus de Vaisseaux, toûjours simples dans chacune, & qui ne différoient que par leur longueur, leur diametre, les Courbes décrites dans leur cours, la distance de l'extrémité de ce cours à l'origine du mouvement de la liqueur, différences d'où devoient naître les différentes Sécrétions, ou filtrations, &c. Cependant il faut avoüer, & il l'avoüoit sans peine, qu'il n'avoit pas tout vû. Quelquefois il tombe dans des difficultés, où il ne feint pas d'avoir recours, soit à la volonté de Dieu, qui opére sans méchanisme, soit au dessein qu'il a eu de

nous cacher le méchanisme. Un premier Voile, qui couvroit l'Isis des Egiptiens, a été enlevé depuis un temps, un second, si l'on veut, l'est aussi de nos jours, un troisiéme ne le sera pas, s'il est le dernier.

M. Ruysch, outre les fonctions de Médecin & de Professeur en Anatomie, avoit encore été chargé par les Bourgmestres d'Amsterdam, où étoit son domicile, de l'inspection de tous ceux qui avoient été tués ou blessés dans des querelles particuliéres, pour en faire son rapport aux Juges. De plus, par des vûës d'un bon gouvernement, on avoit créé pour lui une place de Professeur ou Maître des Sages-femmes, qui souvent n'étoient pas assés instruites. Elles se hâtoient, par éxemple, de tirer, & même avec violence, le Placenta lorsqu'il tardoit à venir, & elles aimoient mieux le mettre en pieces, ce qui causoit souvent la mort. Il leur apprit, quoiqu'avec peine, à l'attendre sans impatience, ou à n'aider que doucement à sa sortie, parce qu'un Muscle Orbiculaire, qu'il avoit découvert au fond de la Matrice, le poussoit naturellement en dehors, & pouvoit même suffire pour le chasser entiérement.

Il est aisé de juger combien dans ses différentes fonctions, il lui tomboit entre les mains de faits remarquables, & avec quel soin s'en emparoit un homme si curieux de ramasser, & si habile à conserver.

Enfin il étoit Professeur en Botanique, & l'on peut bien croire qu'il ne démentoit pas dans cette occupation, son caractére naturel. Le grand commerce des Hollandois lui fournissoit des Plantes de tous les Climats de l'Univers. Il les disséquoit avec la même adresse que les Animaux, & dégageant entiérement leurs Vaisseaux de la Pulpe ou Parenchime, il montroit à découvert tout ce qui faisoit leur vie. Les Animaux & les Plantes étoient également embaumés, & sûrs de la même durée.

Son Cabinet, où tout alloit se rassembler, devint si abondant & si riche, qu'on l'eût pris pour le Trésor sçavant d'un Souverain. Mais non-content de la richesse, & de la rareté,

il voulut encore y joindre l'agrément, & égaïer le ſpectacle. Il mêloit des bouquets de Plantes & des Coquillages à de triſtes Squéletes, & animoit le tout par des Inſcriptions, ou des Vers pris des meilleurs Poëtes Latins.

C'étoit pour les Etrangers une des plus grandes merveilles des Païs bas, que ce Cabinet de M. Ruyſch. Les Sçavants ſeuls l'admiroient dignement, tout le reſte vouloit ſeulement ſe vanter de l'avoir vû. Les Généraux d'Armée, les Ambaſſadeurs, les Princes, les Electeurs, les Rois y venoient comme les autres, & ces grands titres prouvent du moins la grande célébrité. Quand le Czar Pierre I. vint en Hollande pour la premiére fois en 1698, il fut frappé, tranſporté à cette vûë. Et en effet quelle ſurpriſe, & quel plaiſir pour un Génie naturellement auſſi avide du Vrai, qu'un pareil Spectacle, où il n'avoit point été conduit par degrés! Il baiſa avec tendreſſe le Corps d'un petit Enfant, encore aimable, & qui ſembloit lui ſoûrire. Il ne pouvoit ſortir de ce lieu, ni ſe laſſer d'y recevoir des inſtructions, & il dînoit à la Table très-frugale de ſon Maître, pour paſſer les journées entiéres avec lui. A ſon ſecond voyage en 1717, il acheta le Cabinet, & l'envoya à Peterſbourg, préſent des plus utiles qu'il pût faire à la Moſcovie, qui ſe trouvoit tout d'un coup, & ſans peine, en poſſeſſion de ce qui avoit coûté tant de travaux à un des plus habiles hommes des Nations Sçavantes.

Auſſi-tôt après M. Ruyſch, âgé de 79 ans, recommença courageuſement un Cabinet nouveau. Sa ſanté toûjours ferme le lui permettoit, le goût & l'habitude l'y obligeoient. Ce ſecond travail devoit même lui être plus facile, & plus agréable que le premier. Il ne perdoit plus de temps en tâtonnements, & en épreuves, il étoit ſûr de ſes moyens, & du ſuccès. D'ailleurs des choſes rares, qui autrefois lui auroient échappé, ou qu'il n'auroit obtenuës qu'avec peine, venoient alors s'offrir d'elles-mêmes à lui.

En 1727, il fut choiſi par cette Académie, pour être un de ſes Aſſociés Etrangers. Il étoit membre auſſi de

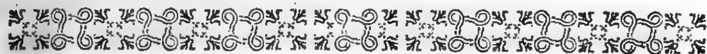
l'Académie Léopoldine des Curieux de la Nature, & de la Société Royale d'Angleterre.

Il eut le malheur en 1728, de se casser l'Os de la Cuisse par une chûte. Il ne pouvoit plus guere marcher, sans être soûtenu par quelqu'un, mais du reste il n'en fut pas moins sain de corps & d'esprit jusqu'en 1731, qu'il perdit en peu de temps toute sa vigueur qui s'étoit maintenuë sans altération sensible. Il mourut le 22 Février, âgé de plus de 92 ans, & n'ayant eu sur une si longue carriére qu'environ un mois d'infirmité. Peu de temps avant sa mort, il avoit fini le Catalogue de son second Cabinet qu'il avoit rendu fort ample en 14 ans. Beaucoup de grands Hommes n'ont pas assés vécu pour voir la fin des contradictions injustes, & désagréables, qu'ils s'étoient attirées par leur mérite, & leur nom seul a joüi des honneurs, qui leur étoient dûs. Pour lui il en a joüi en personne, grace à sa bonne constitution, qui l'a fait survivre à l'Envie.

Il a donné un grand nombre d'Ouvrages, ses 16 Epitres Problematiques, les 3 Décades de ses *Adversaria Anatomico-Medico-Chirurgica*, ses 11 *Trésors*, &c. Tout cela est le produit d'une très-longue vie, dont tous les moments ont été occupés du même objet, faits nouveaux, observations rares, réflexions de Théorie, remarques de Pratique; tout est écrit d'un stile simple & concis, dont toutes les paroles signifient, & qui n'a pour but que l'instruction sans étalage. Le plus souvent, en parlant de ses découvertes, il ne se regarde que comme l'Instrument, dont il a plû à Dieu de se servir, pour manifester au genre humain des verités utiles, & ce ton si humble, & si Chrétien ne peut être suspect dans un homme, qui n'étoit obligé à le prendre, ni par son état, ni par l'exemple des autres Auteurs de découvertes.

Encore une singularité de ses Ouvrages. Il a publié ses *Adversaria* en Hollandois & en Latin sur deux colomnes, l'un étant la traduction de l'autre. Il y a des matiéres qu'il n'est permis qu'aux Phisiciens de traiter sans enveloppe, & dans les termes propres. Quand il les traite, ce n'est qu'en

Latin, & on s'apperçoit d'un vuide dans la colomne Hollandoiſe. Il n'a pas voulu préſenter des images dangereuſes à ceux ou à celles qui n'en avoient pas beſoin.



E'LOGE

DE M. LE PRESIDENT DE MAISONS.

JEAN RENÉ DE LONGUEIL naquit à Paris le 15 Juillet 1699 de Claude de Longueil Marquis de Maiſons, Préſident du Parlement, & de Charlotte Roque de Varangeville.

On ſçait que la maiſon de Longueil eſt diſtinguée par ſon ancienneté, tant dans l'Epée que dans la Robbe, & plus encore par les dons de l'eſprit, qui s'y ſont aſſés perpetüés pour lui donner un caractere général, & former en faveur du nom une prévention agréable.

Le jeune M. de Maiſons, à cauſe de la délicateſſe de ſa ſanté, fut élevé dans la maiſon paternelle. On aſſûre qu'à 12 ans il ne trouvoit plus de difficultés dans les Poëtes Latins, & ſentoit toutes les beautés des François, car à quoi ſert d'entendre avec beaucoup de peine des Auteurs dans une Langue étrangére, quand on ne ſçait pas juger, comme il arrive ſouvent, de ceux qu'on lit dans la Langue que l'on parle? la partie de l'Education qui regarde le Goût, extrêmement négligée juſqu'ici, ne le fut pas à l'égard de M. de Maiſons. On pourroit lui reprocher de s'être fait un goût trop ſévére, mais le plaiſir de critiquer peut être pardonné à la grande jeuneſſe.

A l'âge de 14 ans, il fit un Cours de Phiſique, mais de vraïe Phiſique, & il y entra avec cette ardeur qui annonce le génie. Il ſe plaiſoit à faire lui-même les expériences, ce qui inſtruit beaucoup plus que de les laiſſer faire à des gens plus exercés, & d'en être ſimple ſpectateur. On eſt obligé

d'entrer dans des détails dont l'importance & les ſuites ne ſont bien connuës que de ceux qui y ont prêté leurs mains.

On le mit à 15 ans dans la Juriſprudence qui devoit être ſon grand objet, & il en embraſſa l'étude d'une maniére à contenter une famille accoûtumée à fournir de bons ſujets pour une importante place. Ce fut alors qu'il perdit ſon Pere, Magiſtrat très-conſidéré, & dans ſa Compagnie, & dans le Public, & à qui il n'a manqué qu'une plus longue vie pour monter encore à une plus haute conſidération. Le feu Roi eut la bonté de réparer autant qu'il ſe pouvoit le malheur du fils, & il lui accorda la Charge de Préſident du Parlement *dans l'eſpérance*, lui dit-il, *qu'il le ſerviroit avec la même fidelité qu'avoient fait ſes Anceſtres*. Cette grace a une époque remarquable, elle fut la derniére d'un ſi long Regne.

La Régence ne fut pas moins favorable à M. de Maiſons. Il eut par grace ſinguliére voix & ſéance à ſa place de Préſident dès l'âge de 18 ans.

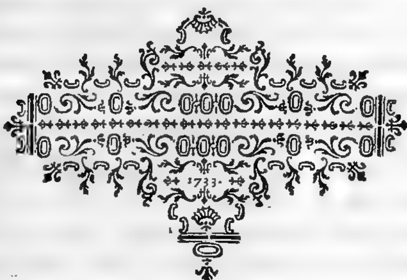
Il travailla à mériter tout ce qu'il avoit obtenu, & le mérita en effet par ſon application aux affaires, par la pénétration qu'il y faiſoit déja paroître, par une droiture infléxible dans l'adminiſtration de la Juſtice.

Cependant il conſervoit toûjours du goût pour la Phiſique. Ceux à qui il n'eſt permis de prendre les Sciences que pour le délaſſement ou pour l'ornement ne peuvent choiſir ni des délaſſements plus nobles, ni des ornements qui ſiéent mieux. Il ſe fit à Maiſons un Jardin de Plantes rares, & un Laboratoire de Chimie, dignes tous les deux d'un Lieu où tout ce qui n'auroit pas été magnifique auroit eu fort mauvaiſe grace. Il eſt ſorti du Jardin le ſeul Café, que l'on ſçache, qui ait encore pû venir à maturité en France, & on aſſûre qu'il n'a pas moins de parfum que celui de Moka. M. de Maiſons a fait lui-même dans le Laboratoire, le Bleu de Pruſſe, le plus parfait que l'on ait encore dans cette eſpece de Couleur. Il avoit auſſi depuis peu fait préparer des lieux pour les Expériences de M. Newton ſur la Lumiére, qui ne ſont pas aiſées à répéter, & qui peut-être euſſent été pouſſées

plus loin. Nous ne nous intéressons pas tant à son Cabinet de Médailles, quoique très-curieux, mais nous ne laissons pas de bien connoître tout le prix de l'étenduë & de la variété de ses connoissances.

Avec tous les droits qu'il avoit par rapport à nous, il desira d'être un de nos Honoraires, & il le fut vers la fin d'Août 1726. Le Roi le nomma Président de l'Académie pour l'année 1730. Il marqua par un redoublement d'assiduité qu'il ne regardoit pas ce titre comme un vain titre d'honneur, & il le marqua encore mieux dans les occasions où il fut question de quelque interêt général de la Compagnie. Alors un Corps ne peut guére se mouvoir par lui-même, toute son action, toute sa vie réside dans son Chef, & le nôtre s'acquitta de ses fonctions avec une ardeur & un zéle qui nous firent bien sentir l'avantage de le posseder. Il prenoit une habitude, qui lui devoit être utile dans des fonctions pareilles, & plus importantes ausquelles il étoit destiné, mais dont il à été privé par une fin trop prompte.

Il mourut de la petite Vérole le 13 Septembre 1731, ne laissant qu'un fils de la fille unique de M. d'Angervilliers Secretaire d'Etat.



Fautes à corriger dans les Mémoires.

Page 134. ligne premiére. pour *K*, *lisés X.*
ligne derniére. pour *A*, *lisés C.*
Page 138. ligne 4. pour *A*, *lisés E.*
Page 143. ligne 13. pour quantité *xx*, *lisés* quantité *zz*.

MEMOIRES



MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,

TIRÉS DES REGISTRES de l'Academie Royale des Sciences.

De l'Année M. DCCXXXI.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES faites à Aix par M. DE MONTVALON, Conseiller au Parlement d'Aix, comparées avec celles qui ont été faites à Paris en 1730.

Par M. CASSINI.

Observations sur la quantité de Pluye.

	A Paris.		A Aix.	
EN Janvier.....	0^p	$0^l\ \frac{4}{6}$	0^p	$3^l\ \frac{14}{24}$
Février......	1	4	2	$2\ \frac{9}{24}$
Mars........	1	$5\ \frac{3}{6}$	2	$3\ \frac{11}{24}$

	A Paris.		A Aix.		
Avril.......	1p	6l	1p	8l	$\frac{16}{24}$
Mai.........	1	3 $\frac{2}{6}$	1	1	$\frac{4}{24}$
Juin........	2	6 $\frac{3}{6}$	1	4	$\frac{23}{24}$
Juillet......	2	1 $\frac{3}{6}$	0	1	$\frac{6}{24}$
Août........	0	8 $\frac{1}{6}$	0	5	$\frac{5}{24}$
Septembre...	1	3 $\frac{1}{6}$	0	8	$\frac{16}{24}$
Octobre.....	1	9 $\frac{2}{6}$	1	1	$\frac{5}{24}$
Novembre...	1	1 $\frac{2}{6}$	0	4	$\frac{12}{24}$
Décembre...	0	11 $\frac{1}{6}$	0	0	
	16	0 $\frac{1}{3}$ Pluye tombée à Paris en 1730.	11	9	$\frac{5}{12}$ Somme de la Pluye tombée à Aix en 1730.

Il paroît par ces Observations comparées ensemble, qu'il n'est tombé à Aix que 11 pouc. 9 lign. $\frac{1}{2}$ de pluye, 4 pouc. 3 lignes moins qu'à Paris, au lieu que l'année précédente il en étoit tombé à Aix 18 pouc. 3 lign. $\frac{2}{3}$, un pouce & 3 lign. plus qu'à Paris, & que dans l'année 1728 il y en avoit eu à Aix 24 pouc. 9 lign. $\frac{1}{2}$, 8 pouces 8 lignes plus qu'à Paris; d'où l'on voit qu'il y a eu bien plus de variation dans la quantité de pluye à Aix qu'à Paris pendant les trois années dernières, puisqu'à Paris, de la plus grande à la plus petite, il n'y a eu qu'un pouce de différence, au lieu qu'à Aix il y en a eu plus de douze.

A l'égard de la distribution de la pluye dans chaque saison, elle a été aussi fort différente dans ces deux Villes, puisque dans les trois premiers mois de l'année elle a été à Aix de 4 pouc. 9 lign. $\frac{1}{2}$, plus grande de près de 2 pouces qu'à Paris, au lieu que dans les mois de Juin, Juillet & Août, dans lesquels il tombe ordinairement le plus de pluye à Paris, il n'y en a eu à Aix qu'un pouce 11 lign. $\frac{1}{2}$, 3 pouc. 4 lign. moins qu'à Paris.

Observations sur le Thermometre.

Le plus grand froid est arrivé à Aix le 22 Janvier, le Thermometre y étant descendu par un vent de Nord-est à 21 degrés, qui répondent environ à 25 degrés du Thermometre de l'Observatoire.

A Paris le plus grand froid est arrivé par un vent de Nord-est le 27 Janvier à 23 degrés, c'est-à-dire, 2 degrés ou environ plus bas que le 22 Janvier à Aix.

La plus grande chaleur est arrivée à Aix le 14 Août, le Thermometre étant le matin à $66^{d}\frac{1}{2}$, & le soir à 2 heures & demie à $84^{d}\frac{1}{2}$, ce qui peut répondre à 81 ou $81^{d}\frac{1}{2}$ de celui de l'Observatoire. Il faisoit alors un vent d'Oüest-sud-oüest qui est toûjours chaud en ce pays, & fond plus vîte la glace ou la neige en Hiver que le vent de Sud-est, au lieu que les plus grands froids se font sentir ordinairement par un vent de Nord-est ou Est-nord-est, comme il arriva en 1709.

A Paris la plus grande chaleur est arrivée par un vent de Sud-oüest le 5 Août, où le Thermometre étoit le matin à 63 degrés, & a monté à 3 heures après midi à 76 degrés, c'est-à-dire, 5 à 6 degrés plus bas que le 11 Août à Aix.

Sur le Barometre.

A Aix la plus grande hauteur du Barometre a été observée le 31 Decembre à 27 pouces 10 lignes, elle étoit ce jour-là à Paris de 28 pouc. 3 lign. & la plus grande hauteur y a été observée le 22 Janvier de 28 pouc. 5 lign. $\frac{1}{2}$ dans le temps qu'elle n'étoit à Aix que de 27 pouces 5 lignes.

A Aix la plus petite hauteur du Barometre a été observée le 9 Mars à 26 pouces 8 lignes $\frac{1}{2}$, elle étoit le 10 Mars de 26 pouc. 9 lign. $\frac{1}{4}$, & le 11 de 26 pouc. 9 lign. avec une différence seulement de $\frac{3}{4}$ de ligne pendant ces trois jours.

A Paris la plus petite hauteur du Barometre a été observée de 27 pouc. 2 lign. le 9 Mars, qui est le même jour que le Barometre a été le plus bas à Aix, & il est resté à Paris à la même élévation le 10 & le 11 du même mois. Ainsi la

différence de hauteur du Barometre dans ces deux Villes feroit de 5 lignes, de même qu'elle résulte de l'Observation du 31 Decembre.

Pour pouvoir réduire au niveau de la Mer les Observations du Barometre faites à Aix, qui n'en est éloignée que de 4 lieües, M. de Montvalon est allé le 30 Mai de l'année 1730 au bord de la Mer, où il a observé la hauteur du Barometre précisément de 28 pouces. Il a réïtéré cette expérience trois fois sur trois Tuyaux différents sans s'en éloigner d'un quart de ligne. Cette hauteur fut observée en même temps à Aix de 27 pouc. 4 lign. avec une différence de 8 lignes, ce qui, suivant les regles prescrites dans les Mémoires de l'Académie de 1703 & 1705, donneroit l'élévation d'Aix au dessus du niveau de la Mer d'environ 85 toises. A Paris, qui est éloigné d'environ 40 lieües de la Mer, l'élévation de la Tour où l'on observe le Barometre, n'a été jugée que d'environ 45 toises ; ainsi la hauteur du Barometre y doit être plus grande d'environ 4 lignes qu'à Aix, ce qui ne differe que d'une ligne des Observations des 9, 10 & 11 Mars.

M. de Montvalon ayant pris une hauteur moyenne entre toutes celles du Barometre pendant l'année 1730, l'a trouvée de 27 pouc. 4 lign. $\frac{11}{24}$, & comme la différence entre la hauteur du Barometre à Aix & au niveau de la Mer a été déterminée de 8 lignes, il s'ensuit que si cette différence est constante, la hauteur moyenne au niveau de la Mer a dû être pendant l'année 1730 de 28 pouc. 0 ligne $\frac{11}{24}$. Il doit réïtérer cette expérience dans la belle saison, pour essayer de déterminer la hauteur moyenne du Barometre au niveau de la Mer, & pouvoir la comparer aux hauteurs moyennes observées en divers pays.

Il espere par ce moyen connoître les hauteurs de divers pays au dessus du niveau de la Mer, ce qu'il juge être peut-être l'usage le plus utile des Barometres, ou du moins sur lequel l'on peut le plus compter.

Dans le grand nombre d'expériences que M. de Montvalon a faites sur le Barometre, il remarque qu'une petite

bulle d'air qui s'eſt introduite dans un de ſes Barometres, & qui en ſépare le Mercure d'une ligne de diſtance, paroît lumineuſe pendant la nuit pour peu qu'il ſoit ſecoüé. Il paroît en même temps une autre lumiére au haut du même Mercure, ainſi voilà deux eſpeces de Phoſphore, l'un dans l'air comprimé, celui-ci eſt très-vif, l'autre dans le vuide.

M. de Montvalon obſerva à Aix le 15 Février un Phénomene très-remarquable. Il commença ſur la fin du Crépuſcule du ſoir à l'Oüeſt-ſud-oüeſt par une Lumiére aſſés claire, élevée d'environ 25 degrés ſur l'horiſon, ſemblable à celle qui échapperoit à travers des nuages qui couvriroient la Lune. Il ſortoit de cette lumiére une eſpece d'arc-en-ciel élevé de près de 80 degrés au Méridien, & de 6 ou 7 degrés de largeur d'une couleur rouge comme du ſang, ſi ce n'eſt auprès de la lumiére qui ſembloit le produire, & auprès du Méridien où il étoit tout-à-fait imperceptible à 10 degrés de diſtance de part & d'autre. Cette bande circulaire ſe terminoit à l'Eſt-ſud-eſt, & ſe perdoit en s'élargiſſant dans un nuage rougeâtre dont l'horiſon étoit couvert juſqu'à la hauteur de 15 à 18 degrés depuis l'Eſt-nord-eſt juſqu'au Sud-ſud-eſt, ce qui reſſembloit aſſés à l'éclat d'un incendie dont la flamme ſeroit cachée à nos yeux; ce phénomene reſta dans le même état ou à peu-près juſqu'à 10 heures du ſoir qu'il commença à s'affoiblir, & diſparut entiérement à 11 heures.

Cette lumiére a été vûë à peu-près de la même maniére en divers endroits de Provence & de Languedoc, & on apperçut le même jour à Paris une grande lumiére, quoique le Ciel fût couvert.

Le 7 Mars on apperçut à Toulouſe une autre Phénomene qui arriva à 7 heures du ſoir, & finit environ à minuit, on vit près de l'horiſon à l'Occident deux Arcs lumineux qui traverſoient tout l'hémiſphere méridional, s'élevoient du côté du Midi à la hauteur de 40 degrés, & ſe joignoient aux extrémités. Ces deux Arcs avoient environ 15 degrés de largeur vers le milieu, & leur lumiére étoit ſi vive, que les yeux avoient de la peine à les contempler.

Nous avons rendu compte à l'Académie d'une Lumiére qui fut apperçûë à Paris & aux environs le 7 Octobre vers le Nord-est. Le même jour on en observa une en même temps en divers endroits de la France plus méridionnaux. A Toulouse & aux environs, sur les 7 heures $\frac{1}{2}$ du soir, on vit une petite lumiére fort vive à l'endroit où le Soleil s'étoit couché; cette lumiére s'augmenta peu-à-peu, & devint fort éclatante; elle étoit dirigée au Nord-oüest, changeoit souvent de figure, s'élevoit sur l'horison par intervalle, & s'abbaissoit en même temps. Elle jettoit des flammes vives & légeres qui étoient quelquefois ondoyantes. Sur les 9 heures cette lumiére occupa un espace d'environ 50 degrés, elle demeura dans cette situation jusqu'à $11^h \frac{1}{2}$ qu'elle s'éleva insensiblement à la hauteur de plus de 40 degrés, & se divisa en trois bandes presque paralleles entr'elles, dont les extrémités étoient cannelées & jettoient un grand nombre de flammes qui s'étendoient par tout le Ciel, & éclairoient toute la Campagne, où l'on pouvoit lire très-distinctement une Lettre; à minuit & demi une de ces bandes, qui étoit du côté de l'Orient, forma une queüe semblable à celle d'une Comete, où l'on distinguoit une infinité de couleurs, comme rouge, bleu, jaune, vert, &c. Ce Phénomene dura jusqu'à $4^h \frac{1}{2}$.

Quoique cette lumiére ait paru le même jour & à la même heure que celle que l'on a vûë à Paris, il n'y a point d'apparence que ce soit la même, puisqu'à Paris on l'apperçut vers le Nord-est, & qu'elle se dissippa entiérement à 9^h du soir, au lieu qu'à Toulouse, qui n'est pas fort éloigné du Méridien de Paris, & où elle auroit dû paroître vers la même région, on la vit au Nord-oüest, où elle forma diverses apparences jusqu'au lendemain matin à $4^h \frac{1}{2}$. Ainsi on peut juger que ces deux lumiéres différentes ont été causées en même temps par la même disposition ou température de l'air, & qu'elles ont duré plus long-temps dans l'endroit où il y avoit une plus grande quantité de matiére propre à s'enflammer.

On remarquera ici que ces lumiéres qui étoient autrefois fréquentes dans le Nord, & plus rares dans ces pays-ci, ont

commencé l'année 1730 à se faire appercevoir plus souvent & avec plus d'éclat dans les Pays méridionnaux.

OBSERVATIONS Astronomiques & Météorologiques faites à Marseille par le P. Pezenas, Professeur d'Hydrographie, pendant l'année 1730.

Le P. Pezenas, Jesuite, Professeur d'Hydrographie à Marseille, a envoyé à M. le Comte de Maurepas plusieurs Observations Astronomiques & Météorologiques qu'il y a faites pendant l'année 1730, dans son Observatoire, qui est élevé de 24 toises sur le niveau de la Mer.

Entre ces Observations il y en a deux d'Eclipse de Lune. La première du 8 Août 1729, dont le commencement est arrivé à .... $11^h\ 31'\ 32''$.
L'Immersion totale à.................... 12 32 0
Le commencement de l'Emersion à...... 14 10 32
Et la fin à.............................. 15 11 24

La seconde, du 2 Février 1730, dont le commencement est arrivé à .... $15^h\ 2'\ 0''$
Et la fin à.............................. 16 58 0

Cette Eclipse n'a pas pû être observée à Paris, où on ne l'a vûë que l'espace de quelques secondes à $3^h\ 20'$ & à $4^h\ 35'$, sans avoir eu le loisir d'en déterminer la quantité.

Entre les Observations Météorologiques, le P. Pezenas rapporte celles de la Lumiére céleste du 15 Février 1730, qui paroissoit appuyée du côté de l'Oüest sur quelques broüillards à la hauteur de 2 ou 3 degrés. Elle s'étendoit obliquement à peu-près suivant la position du Zodiaque, & formoit une espece de ceintre large par ses deux extrémités de 10 à 12 degrés, cette lumiére étoit beaucoup plus blanche & plus dense que la Voye de lait du côté de l'Oüest, elle étoit un peu interrompüe au milieu du Ciel, où elle se terminoit en différentes pointes ou lances lumineuses qui ne parurent

pas tout le temps de l'Obſervation. La baſe de cette lumiére étoit plus large au Nord-eſt, où elle paroiſſoit d'un rouge clair qui éclairoit toute la Campagne, elle paſſoit par le cœur du Lion & par l'Ecreviſſe où elle couvroit un peu Jupiter. Elle raſoit l'épaule ſupérieure d'Orion, & paſſoit par les Pléïades, paroiſſant dirigée vers le Soleil. Cette lumiére n'empêchoit pas de voir les plus petites Etoiles, même au Nord-eſt où elle étoit plus denſe. Elle s'affoiblît du côté du Nord-eſt ſur les 8 heures, elle parut plus vive ſur les 9 heures qu'elle prit de nouvelles forces juſqu'à 10 heures que l'horiſon parut de ce côté-là très-éclaircie. Elle diminua enſuite, & elle ceſſa preſque entiérement ſur les 11 heures.

Le P. Pezenas a auſſi obſervé pendant les ſix derniers mois de l'année 1730 la quantité de Pluye qui eſt tombée à Marſeille, par le moyen d'une Cuvette de Fer blanc qui a quatre pieds de ſurface, & d'un petit Vaſe cubique de deux pouces de diametre, dont ſix remplis d'eau meſurent une ligne de hauteur ſur la ſurface de la grande Cuvette.

Obſervations ſur la quantité de Pluye, à Marſeille.

En Juillet	0ᵖ	0ˡ $\frac{1}{3}$
Août	1	0 $\frac{1}{3}$
Septembre	0	7
Octobre	0	11 $\frac{1}{12}$
Novembre	0	2 $\frac{1}{6}$
Décembre	0	2

Somme de la Pluye tombée à Marſeille pendant les ſix derniers mois de 1730.... 2ᵖ 10ˡ $\frac{11}{12}$.

Il en étoit tombé pendant le même temps à Aix.................... 2 8 $\frac{5}{6}$.

Ainſi la quantité de Pluye tombée à Aix pendant les ſix derniers mois de 1730 ne differe que de 2 lignes de celle qui eſt tombée à Marſeille. Il paroît même qu'elle y a été diſtribuée aſſés uniformément dans chacune de ces deux Villes.

Le

Le P. Pezenas a auſſi obſervé à Marſeille, pendant l'année 1730, la hauteur du Barometre placé dans la Salle de l'Obſervatoire, qui, comme on l'a dit ci-deſſus, eſt élevée de 24 toiſes au deſſus du niveau de la Mer.

Obſervations ſur le Barometre.

A Marſeille la plus grande hauteur du Barometre a été obſervée le 31 Decembre 1730 de......... 28^{p} $2^{l}\,\frac{3}{4}$

Le Barometre étoit ce jour-là à Aix à ſa plus grande hauteur, où il fut obſervé de......... 27 10

Ainſi la différence de hauteur entre Aix & Marſeille a été de......................... 0 $4\,\frac{3}{4}$

A Marſeille la plus petite hauteur du Barometre a été obſervée le 11 Mars de.............. 27 2

Il fut obſervé à Aix deux jours auparavant à ſa plus petite hauteur de.................. 26 $8\,\frac{1}{2}$

Et le 11 Mars de......................... 26 9

De ſorte que la différence entre la plus petite hauteur obſervée à Marſeille & à Aix dans deux jours différents a été de.................................. 0 $5^{l}\,\frac{1}{2}$

Et le 11 Mars de......................... 0 5

fort approchante de celle que l'on a trouvée par la plus grande hauteur du Barometre.

Le 29 Décembre 1729 le P. Pezenas obſerva à Marſeille la Déclinaiſon de l'Aimant de $14^{d}\ 50'$ vers le Nord-oüeſt.



EXAMEN DES LIGNES DU QUATRIÉME ORDRE.

TROISIÉME PARTIE DE LA SECTION I.

Dans laquelle on traite des Osculations, des Lemniscates infiniment petites, des points triples, & enfin d'une nouvelle espece de point multiple invisible, dont les Lignes du quatriéme ordre sont susceptibles.

Par M. L'Abbé DE BRAGELONGNE.

LEs Osculations & les Lemniscates infiniment petites, dont on va parler dans ce Mémoire, sont des especes de points multiples qui ont beaucoup plus de rapport avec les points doubles qu'avec les points triples, ausquels seuls nous avions destiné cette troisiéme partie. Il étoit donc naturel que le Mémoire imprimé en 1730, page 363 & suivantes, renfermât la Théorie de ces Osculations & de ces Lemniscates infiniment petites, & en même temps l'application de cette Théorie aux lignes du 4.me ordre. Mais comme j'étois obligé, en quelque sorte, de ne donner à mon second Mémoire qu'une certaine étenduë, & que cette Théorie, jointe à la matiére qui devoit nécessairement y entrer, excedoit de beaucoup les bornes dans lesquelles je me trouvois renfermé; j'ai crû qu'il étoit plus à propos de renvoïer à la tête de la troisiéme partie tout ce qui concerne ces deux especes de points multiples, que de faire, dans la seconde partie de cette Section, quelques retranchements qui auroient pû causer de l'obscurité dans la suite de ce Traité.

Ainsi on va commencer ce troisiéme Mémoire par une matiére qui devroit naturellement être à la fin du second; par la Théorie de deux points multiples, qui ont beaucoup de choses communes avec les points doubles & sur-tout

avec les points de rebrouſſement, mais qui n'ont rien de commun avec les points triples, ſi ce n'eſt que les lignes Algébriques ne commencent d'en être ſuſceptibles que dans le 4.me ordre.

Après cela nous ferons voir comment on applique aux lignes du 4.me ordre, la Théorie contenüe dans les art. 53 & 54 du premier Mémoire, où l'on a donné des regles pour connoître ſi un point donné ſur une ligne donnée, eſt triple, & de quelle eſpece de triplicité il eſt.

Enfin nous traiterons d'une nouvelle eſpece de point multiple que je nomme le *Lemniſceros infiniment petit :* c'eſt un point triple, lequel, quoiqu'inviſible ſur le plan & quoiqu'adhérant à la courbe, eſt très-différent de celui dont on a parlé dans les art. 59 & 60 du premier Mémoire.

Nous nommons celui-ci *Lemniſceros infiniment petit,* parce qu'il eſt produit par un entrelacement de la Courbe, qui ſe fait dans un eſpace infiniment petit, pareil à ces entrelacements qu'on appelle vulgairement *Las-d'amour.*

Si on ne l'a pas annoncé dans la premiére partie de cette Section, c'eſt parce que, le Lemniſceros ſuppoſant trois interſections de la même courbe à certaines diſtances les unes des autres, on a crû qu'il falloit démontrer qu'une ligne du quatriéme ordre pouvoit avoir trois interſections, avant de faire voir que ces interſections, en devenant infiniment près les unes des autres, pouvoient former, dans de certains cas, ce que l'on appelle ici un *Lemniſceros infiniment petit,* & ce n'eſt que par les articles 83 & 84 du ſecond Mémoire, qu'on a démontré qu'il pouvoit y avoir trois points d'interſection ſur une même ligne du 4.me ordre. Ainſi on s'eſt vû obligé, en quelque façon, de rejetter la Théorie des *Lemniſceros infiniment petits,* juſqu'à la troiſiéme partie de cette Section, dont les articles doivent ſuivre le même ordre que ceux des Mémoires précédents, puiſqu'elle en eſt la ſuite.

DÉFINITION ET EXPLICATION.

CXII. Tous les Géometres conviennent aujourd'hui,

comme nous l'avons déja dit plusieurs fois, que la Tangente d'une courbe n'est autre chose qu'une ligne droite qui coupe cette courbe en deux points infiniment près l'un de l'autre. Sur cette idée, il est aisé de voir qu'une courbe, qui en touche une autre, la coupe en deux points infiniment près l'un de l'autre, ensorte que ces deux points sont communs, & à la courbe touchée, & à la courbe touchante.

Ainsi, lorsqu'une courbe se touche elle-même, elle passe deux fois par un point du plan sur lequel elle est décrite, & deux fois par un autre point, du même plan, infiniment près du premier. Le lieu où cette courbe se touche elle-même, sera nommé ici l'*Osculation* de la Courbe.

COROLLAIRE I.

CXIII. De-là il est aisé de conclure, 1.° Que l'Osculation d'une courbe est équivalente à deux points d'intersection infiniment près l'un de l'autre. 2.° Que la tangente à l'Osculation d'une courbe quelconque est équivalente à une sécante en deux points doubles infiniment près l'un de l'autre, ou, ce qui est la même chose, à une sécante en quatre points simples. 3.° Que les lignes du 4.me ordre sont susceptibles d'Osculation : car, puisque ces lignes peuvent avoir jusqu'à trois points doubles *, s'il arrive que deux de ces points doubles soient des points d'intersection infiniment près l'un de l'autre, ces deux points formeront une Osculation. 4.° Mais en même temps, il est évident que les lignes du 3.me ordre *, & à plus forte raison celles du 2d, ne sçauroient avoir d'osculation.

* *Art. 83. 2.d Mem.*

* *Art. 36. & 42. 1.er Mem.*

COROLLAIRE II.

CXIV. De-là il est aisé de conclurre encore, qu'une ligne du 4.me ordre ne sçauroit jamais avoir plus d'une Osculation : car, puisqu'une Osculation est équivalente à deux points doubles *, deux Osculations doivent être équivalentes à quatre points doubles, & par conséquent une courbe qui a deux Osculations a réellement quatre points doubles, qui

* *Art. 113. n.° 1.*

pris deux à deux ſont infiniment près l'un de l'autre : or, par l'art. 110 du ſecond Mémoire, une ligne du 4.me ordre ne ſçauroit avoir quatre points doubles; donc une ligne du 4.me ordre ne ſçauroit jamais avoir deux Oſculations.

COROLLAIRE III.

CXV. Il n'eſt pas moins évident que la tangente à l'Oſculation d'une ligne du 4.me ordre ne ſçauroit rencontrer ſa courbe en un autre point : car, cette tangente étant équivalente à une ſécante en quatre points infiniment près les uns des autres *, ſi elle rencontroit ſa courbe en quelqu'autre point, elle ſeroit ſécante en cinq points : or, il eſt impoſſible * qu'une droite ſoit ſécante, en cinq points, d'une ligne du 4.me ordre. Donc, &c.

* *Art. 113. n.° 2.*

* *Art. 33. 1.er Mem.*

COROLLAIRE IV.

CXVI. Il eſt viſible * qu'une tangente *BT*, en un point d'oſculation *B* d'une courbe quelconque *MBmNBn*, eſt tangente en *B* de la branche *MBm*, & tangente en ce même point *B* de la branche *NBn*, enſorte qu'elle eſt deux fois tangente de la courbe *MBmNBn* en un même point *B*; donc la ſeconde différentiation de l'équation de cette courbe (faite ſuivant ce qui eſt dit dans l'art. 63 du ſecond Mémoire) doit fournir deux valeurs, égales & de même ſigne, du rapport de l'ordonnée à la ſoûtangente de la courbe en ce point d'oſculation. Propriété qui convient auſſi au point de rebrouſſement ſimple, comme on l'a remarqué dans l'art. 52 du premier Mémoire.

* Fig. 59.

COROLLAIRE V.

CXVII. La tangente au point de rebrouſſement ſimple n'étant équivalente qu'à une ſécante en trois points infiniment près les uns des autres, comme on l'a démontré dans les art. 19 & 35 * du premier Mémoire, & la tangente à l'Oſculation étant équivalente à une ſécante en quatre points infiniment près les uns des autres *, il eſt évident qu'après

* *n.° 5.*

* *Art. 113. n.° 2.*

avoir trouvé, par l'art. 63 du ſecond Mémoire, pour un point multiple donné, dont on ignore la nature, deux tangentes qui tombent exactement l'une ſur l'autre, ce point
* Art. précéd. pouvant être ou un Rebrouſſement, ou une Oſculation *, il eſt évident, dis-je, que l'on connoîtra la véritable nature de ce point, en traitant cette double tangente comme une ſécante de la courbe : car ſi cette double tangente, conſidérée comme une ſécante, ſe trouve ſécante en quatre points infiniment près les uns des autres, le point multiple en queſ-
* Art. 113. n.° 2. tion ſera une Oſculation*; ſi elle ne ſe trouve que ſécante en trois points infiniment près les uns des autres, le point
* Art. 19. 1.er Mem. multiple en queſtion ne ſera qu'un point de rebrouſſement*. Donc quoique le calcul analytique ait quelque choſe de commun & aux points de rebrouſſement, & aux points d'oſculation, néantmoins ce même calcul fera toûjours connoître ſi le point en queſtion eſt un Rebrouſſement ou une Oſculation.

EXEMPLE.

* Fig. 59. CXVIII. On demande quel eſt le point multiple de la courbe *ANBmMBn**, dans laquelle le rapport des abſciſſes *AQ (x)* aux ordonnées *QM (y)* eſt exprimé par l'équation marquée ici par *(D)*.

$$(D)\ 4y^4 - 5cy^3 - \overline{7cx - 6ca} \times y^2 - \overline{3cx^2 - 4cax + caa} \times y = cx^3 - 2cax^2 + ca^2x.$$

Il eſt viſible (par l'art. 81 du ſecond Mémoire) que cette équation déſigne une courbe qui paſſe deux fois par un point *B* de ſon axe *AQ*, (diſtant de *A*, origine de cet axe, de la grandeur $AB = a$); puiſque dans le dernier membre de cette équation égalé à zero (c'eſt-à-dire, dans $cx^3 - 2cax^2 + ca^2x = 0$) il y a deux racines égales & de même ſigne (qui ſont $x - a = 0$ & $x - a = 0$), & que cette grandeur $(x - a)$ eſt un diviſeur exact du pénultiéme membre de cette même équation (c'eſt-à-dire, de $3cx^2 - 4cax + caa$).

* Art. 46. 1.er Mem. Cela poſé, il eſt clair* qu'il faut différentier deux fois l'équation donnée, pour avoir en ce point *B*, le rapport du

(dy) au (dx) ou, ce qui eſt la même choſe, pour connoître les tangentes de la courbe en ce point. Cette double différentiation donnera l'équation différentielle qu'on voit marquée ici par Σ.

$$\Sigma \ldots \frac{dy^2}{dx^2} - \frac{\overline{6cx + 14cy - 4ca} \times dy}{24y^2 - 15cy - 7cx + 6ca \times dx} - \frac{\overline{3cy + 3cx - 2ca}}{24y^2 - 15cy - 7cx + 6ca} = 0,$$

On rendra cette équation différentielle, propre au point multiple B, en y ſubſtituant, au lieu des indéterminées (x) & (y), leurs valeurs en ce même point B, qui ſont $x = a$ & $y = 0$: or cette ſubſtitution donne $\frac{dy^2}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + 1 = 0$, d'où l'on tire $\frac{dy}{dx} = -1$, & $\frac{dy}{dx} = -1$, ce qui fait voir que les deux tangentes de la courbe au point multiple B, tombent exactement l'une ſur l'autre (en faiſant avec l'axe AB & une droite QT, parallele aux ordonnées, un triangle iſoſcel BQT). D'où il ſuit que le point multiple B, de la courbe en queſtion, eſt ou* un Rebrouſſement, ou bien* une Oſculation. * Art. 63. 2.d Mem. * Art. 116.

Mais puiſque la droite BT, double tangente de la courbe en B, fait, avec l'axe AB & les droites QT paralleles aux ordonnées, des triangles iſoſcels comme BQT, il eſt clair que l'équation $u = a - x$ eſt l'équation de cette droite BT, par rapport à l'axe AQ; donc toutes les fois que (y) ordonnée de la courbe deviendra $= u = a - x$, la courbe en queſtion & la droite BT ſe rencontreront. Ainſi la ſubſtitution de $(a - x)$ au lieu de l'indéterminée (y), dans l'équation marquée (D), doit* donner une égalité du quatriéme degré, dans laquelle il n'y ait que des (x) & des conſtantes, dont les racines ſeront les expreſſions des abſciſſes correſpondantes aux points de rencontre de la courbe en queſtion & de la droite BT; or cette ſubſtitution donne l'égalité $x^4 - 4ax^3 + 6aaxx - 4a^3x + a^4 = 0$, dont les quatre racines $x = a$, $x = a$, $x = a$, & $x = a$, ſont égales & de même ſigne : donc les quatre points de rencontre de la courbe * Art. 35. 1.er Mem.

ANBmMBn & de la droite *BT*, tangente au point multiple *B*, tombent tous quatre en *B* : donc la tangente *BT* eſt, en *B*, équivalente à une ſécante en quatre points infiniment près les uns des autres : donc le point multiple *B* n'eſt pas un point de rebrouſſement, car s'il étoit un Rebrouſſement, la tangente *BT* ne ſeroit équivalente, en *B*, qu'à une ſécante en trois
* Art. 19. 1.er Mem. points infiniment près les uns des autres *. Donc ce point multiple *B* eſt une Oſculation *. *Ce qu'il falloit faire voir par*
* Art. 117. *cet Exemple.*

REMARQUES.

CXIX. 1.° Si de tous les points de la courbe *ANBmMBn*, on mene des droites comme *Mm* & *Nn*, paralleles à la tangente *BT* de la courbe au point d'oſculation *B*, & terminées de part & d'autre par la courbe : ces droites ſeront coupées par l'axe *AQ* en deux parties égales, en des points comme *P* & *p* : d'où il ſuit que cet axe *AQ* eſt un diametre de la courbe *ANBmMBn*.

2.° Si par le point *A*, origine des abſciſſes, on mene une droite *AT*, parallele à la tangente *BT* du point d'oſculation *B*, cette droite *AT* ſera tangente de la courbe *ANBmMBn* au ſommet *A* de l'axe *AQ*.

3.° Toutes les droites, comme *mPM*, menées parallelement à la tangente *BT*, du côté des *(x)* poſitifs, rencontrent toûjours la courbe en deux points, à quelque diſtance qu'elles ſoient de l'origine *A* de l'axe *AQ*. D'où il ſuit que cette courbe s'étend à l'infini de part & d'autre de l'axe, du côté où les *(x)* ſont poſitifs.

4.° Les droites menées parallelement à la tangente *BT*, du côté des *(x)* négatifs, ne rencontrent jamais la courbe, à quelque diſtance qu'elles ſoient de l'origine *A* de l'axe *AQ*. D'où il ſuit que la courbe *ANBmMBn* ne s'étend pas au de-là du point *A* par rapport au point *B*.

5.° De-là il eſt aiſé de conclurre que cette courbe eſt compoſée de deux branches infinies *BM*, *Bm*, qui s'uniſſent en *B*, ſommet d'une ſinuoſité *MBm*, & qui y baiſent une ovale

ovale *ANBn*, qui fait partie de la courbe, & y est adhérente par le moyen de l'osculation *B*.

AVERTISSEMENT.

On pourroit donner ici plusieurs autres exemples d'Osculations prises parmi les lignes du 4.me ordre, mais je crois que l'exemple précédent suffit pour faire connoître de quelle maniére on doit manier l'Analyse pour reconnoître les Osculations, des autres points multiples, dont les lignes algébriques sont susceptibles.

DÉFINITION ET EXPLICATION.

CXX. On a remarqué dès le commencement de ce Traité* que les lignes du 4.me ordre, soit qu'elles s'étendent à l'infini, soit qu'elles rentrent en elles-mêmes, peuvent avoir des *Lemniscates conjuguées* : on en a même déja vû un exemple dans l'art. 104 du second Mémoire. Ces Lemniscates conjuguées peuvent être infiniment petites, & alors elles forment un certain point multiple invisible, mais conjugué, dont nous n'avons pas encore parlé; c'est ce que je nommerai dans la suite *Lemniscate infiniment petite conjuguée*, ou bien, *Lemniscate invisible*, parce qu'effectivement, lorsque la courbe est tracée, cette Lemniscate ne paroît pas, quoiqu'elle existe réellement, & quoique son existence se fasse sentir par l'équation qui exprime la nature de la courbe.

* *Art. 2. 1.er Mem.*

REMARQUES.

CXXI. Il est aisé de voir, 1.° Qu'une Lemniscate finie *GEBεGFAφG** n'est autre chose que deux ovales finies, & infiniment près l'une de l'autre qui se noüent en *G*, point d'intersection de cette Lemniscate; de même une Lemniscate infiniment petite n'est autre chose que deux ovales infiniment petites, & infiniment près l'une de l'autre noüées ensemble par une intersection, qui ne différe des autres intersections qu'en ce que les portions de courbe qui s'y noüent sont invisibles à cause de leur infinie petitesse.

* Fig. 60.

2.° Puisque les deux tangentes à l'interſection, d'un *Folium* infiniment petit, ne forment entre elles qu'un angle infiniment petit*; il eſt clair que les angles *TGA*, *tGA* (formés par les tangentes *GT*, *GT* au nœud *G* de la Lemniſcate *GEBε GFAς G*, & par la droite *GA* qu'on peut nommer le parametre de cette Lemniſcate) ſeront infiniment petits, ſi cette Lemniſcate eſt infiniment petite ; d'où il faut conclure que les tangentes à l'interſection d'une Lemniſcate infiniment petite ſe confondent enſemble, par rapport au fini, n'y ayant point de grandeur finie aſſés petite pour exprimer le ſinus de l'angle qu'elles forment entre elles.

* *Art. 7. & 20. 1.er Mem.*

COROLLAIRE I.

CXXII. Puiſque les Lemniſcates infiniment petites ſont formées par la réünion de deux ovales infiniment petites qui ſe noüent enſemble*, il eſt viſible, 1.° Qu'une Lemniſcate infiniment petite eſt équivalente à deux points doubles inviſibles infiniment près l'un de l'autre. 2.° Que les lignes du 4.me ordre peuvent avoir des Lemniſcates infiniment petites conjuguées ; car puiſque ces lignes peuvent avoir deux points doubles inviſibles ſur la même droite*, s'il arrive que ces deux points doubles inviſibles ſoient infiniment près l'un de l'autre, ces deux points formeront une Lemniſcate inviſible*. 3.° Que les lignes du 3.me ordre ne ſçauroient avoir de Lemniſcates inviſibles, par la raiſon qu'elles ne ſçauroient jamais avoir plus d'un point double*. 4.° Que les lignes du 2d ordre ne pouvant pas avoir de points doubles, elles ne peuvent, à plus forte raiſon, avoir de Lemniſcates inviſibles.

* *Art. préced. n.° 1.*
* *Art. 38. n.° 3. 1.er M.*
* *Art. préced.*
* *Art. 42. 1.er Mem.*

COROLLAIRE II.

CXXIII. De-là il eſt aiſé de conclure encore qu'une ligne du 4.me ordre ne ſçauroit jamais avoir plus d'une Lemniſcate infiniment petite conjuguée : car puiſqu'une Lemniſcate infiniment petite conjuguée eſt équivalente à deux points doubles inviſibles*, il eſt clair que deux Lemniſcates

* *Art. 121.*

infiniment petites conjuguées sont équivalentes à quatre points doubles invisibles; donc une courbe qui a deux Lemniscates infiniment petite conjuguée, a quatre points doubles : or une ligne du 4.me ordre ne sçauroit jamais avoir quatre points doubles *: donc une ligne du 4.me ordre ne sçauroit jamais avoir deux Lemniscates infiniment petites conjuguées.

* Art. 109. & 110. 2.^{d} Mem.

COROLLAIRE III.

CXXIV. Puisque l'intersection d'une Lemniscate infiniment petite conjuguée ne differe pas * essentiellement des autres points d'intersection, il est évident que, pour avoir, à l'intersection de ces especes de Lemniscates, les rapports de l'ordonnée aux soutangentes de la courbe, il faut différentier * deux fois l'équation de la courbe (suivant la méthode de l'art. 163 de l'Analyse des infiniment petits). Mais il n'est pas moins évident que la seconde différentiation doit fournir alors deux valeurs réelles, égales & de même signe, du rapport de l'ordonnée aux deux soutangentes, puisque * dans tout point d'intersection d'une Lemniscate infiniment petite conjuguée, les deux tangentes sont censées, par rapport au fini, se confondre ensemble. Propriété qui convient aussi & au point de rebroussement simple, comme on l'a dit dans l'art. 52 du premier Mémoire, & au point d'osculation suivant l'art. 116 de celui-ci.

* Art. 121. n.° 1.

* Art. 46. 1.er Mem.

* Art. 121. n.° 2.

COROLLAIRE IV.

CXXV. Il suit encore des art. 121 & 122, & de ce que les Lemniscates infiniment petites sont composées de deux *Folium* égaux, que la tangente à l'intersection d'une Lemniscate infiniment petite conjuguée, est équivalente à une sécante en quatre points; car l'intersection de toute Lemniscate, dont les *Folium* sont égaux entre eux, est une intersection de la 3.me espece; or les tangentes à l'intersection de la 3.me espece sont équivalentes à des sécantes en quatre points infiniment près les uns des autres *; donc les tangentes à l'intersection d'une Lemniscate infiniment petite sont

* Art. 51. n.° 3. 1.er M.

équivalentes à des sécantes en quatre points simples infiniment près les uns des autres. Propriété qui convient aussi aux points d'osculation *, mais qui ne convient pas aux Rebroussemens ordinaires, dont les tangentes ne sont équivalentes qu'à des sécantes en trois points simples infiniment près les uns des autres *.

* *Art. 116.*

* *Art. 35. n.° 5. 1.er M.*

COROLLAIRE V.

* Fig. 61.

CXXVI. Il suit encore * de l'art. 120, c'est-à-dire, de ce que l'on suppose que la Lemniscate infiniment petite est conjuguée, il suit, dis-je, qu'entre cette Lemniscate & un point quelconque *C* de la courbe *MCm*, à laquelle elle est conjuguée, il doit y avoir, sur l'axe *GC*, des abscisses réelles, comme *GC*, auxquelles il n'y a que des ordonnées imaginaires qui puissent correspondre : car de ce qu'une Lemniscate est conjuguée, il s'ensuit qu'il y a un espace vuide entre elle & la courbe à laquelle elle est conjuguée.

REMARQUE.

CXXVII. De-là naît la différence qui doit se trouver par le calcul analytique entre un point de rebroussement ordinaire, une Osculation & une Lemniscate infiniment petite. Car quoique ces trois points ayent cela de commun, que dans les uns & dans les autres les deux tangentes ne font entre elles qu'un angle infiniment petit, ensorte que par rapport au fini ces deux tangentes sont censées tomber l'une sur l'autre; quoique ce soit, dis-je, le calcul analytique qui donne cette propriété commune à ces trois points multiples, néantmoins ce calcul fera connoître; 1.° Si cette double tangente, dont la position par rapport à l'axe a été découverte, est équivalente à une sécante en trois points simples infiniment près les uns des autres, ou bien à une sécante en quatre points simples infiniment près les uns des autres. Dans le premier cas le point multiple en question seroit un Rebroussement * : dans le second cas ce seroit ou une Osculation * ou une Lemniscate infiniment petite conjuguée *. 2.° Ce même calcul

* *Art. 35. n.° 5. 1.er M.*
* *Art. 116.*
* *Art. 125.*

fera connoître dans le second cas, où il reste encore de l'ambiguité, si les ordonnées, qu'on imagine entre le point multiple en question & un autre point quelconque *C* de la courbe, sont des ordonnées réelles ou imaginaires : car si elles sont réelles, le point multiple en question est une Osculation*; si elles sont imaginaires, c'est une Lemniscate infiniment petite conjuguée*. C'est ce que l'on va voir par l'Exemple suivant.

* *Art. 116.*

* *Art. précéd.*

EXEMPLE.

CXXVIII. On demande quel est le point multiple de la courbe *MCm**, dont la nature est exprimée par l'équation suivante marquée *(1)* dans laquelle l'indéterminée *(x)* exprime les abscisses *GQ*, & l'indéterminée *(y)* les ordonnées *QM*, faisant avec l'axe *GQ* des angles droits *GQM*.

* Fig. 61.

$$(1) \ldots\; y^4 + by^3 - \overline{3bx - bb} \times yy + \overline{3bx^2 - 2bbx}.\, y = bx^3 - bbxx.$$

Il est évident (par l'art. 81 du 2d Mémoire) que cette équation désigne une courbe qui passe deux fois par le point *G*, origine de son axe, puisque dans le dernier membre de cette équation égalé à zero (c'est-à-dire, dans $bx^3 - bbxx = 0$) il y a deux racines réelles égales & de mêmes signes (qui sont $x = 0$ & $x = 0$), & que cette grandeur *(x)* est un diviseur exact du pénultiéme membre de cette même équation (c'est-à-dire de $3bx^2 - 2bbx$).

Cela posé, il est clair * qu'il faut différentier deux fois l'équation donnée pour avoir, en ce point *G*, le rapport du *(dy)* au *(dx)*, ou (ce qui est la même chose) pour connoître les tangentes de la courbe en ce point. Cette double différentiation donnera l'équation differentielle qu'on voit marquée ici par (Σ).

* *Art. 46. 1.er Mem.*

$$(\Sigma)\; \frac{dy^2}{dx^2} - \frac{\overline{6by - 6bx + 2bb}.\, dy}{6yy + 3by - 3bx + bb.\, dx} + \frac{3by - 3bx + bb}{6yy + 3by - 3bx + bb} = 0.$$

On rendra cette équation differentielle propre au point multiple *G*, en y substituant, au lieu des indéterminées *(x)* & *(y)*, leurs valeurs en ce même point *G*, qui sont $x = 0$,

& $y = 0$: or cette ſubſtitution donne $\frac{dy^2}{dx^2} - 2 \times \frac{dy}{dx} + 1 = 0$, d'où l'on tire $\frac{dy}{dx} = 1$ & $\frac{dy}{dx} = 1$, ce qui fait voir que les deux tangentes de la courbe, au point multiple *G*, tombent l'une ſur l'autre (en faiſant avec l'axe *GQ* un angle de 45 degrés); d'où il ſuit que ce point multiple *G* eſt ou
* *Art.* 52. *1.er Mem.* un Rebrouſſement * ou une Oſculation * ou une Lemniſcate infiniment petite conjuguée *.
* *Art.* 116.
* *Art.* 125.

Mais toutes les droites menées parallelement à l'ordonnée principale *GL* entre ce point *G* & le point *C* (diſtant de *G* de la grandeur $GC = b$) où la courbe rencontre ſon axe, étant des ordonnées imaginaires, il s'enſuit que le point multiple *G* eſt abſolument ſéparé & iſolé de la courbe *MCm*,
* *Art. préced.* à laquelle il appartient, & par conſéquent * que ce point multiple eſt une Lemniſcate infiniment petite. *Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.*

SCHOLIES.

CXXIX. Puiſque l'Oſculation eſt équivalente à deux
* *Art.* 113. points d'interſection *, & que la Lemniſcate infiniment petite
* *Art.* 122. *n.° 1.* conjuguée vaut autant que deux points doubles inviſibles *, il eſt évident, 1.° Qu'une ligne du 4.me ordre, qui a une Oſculation, peut encore avoir un point double : de même celle qui a une Lemniſcate infiniment petite conjuguée, peut avoir en même temps un point double : c'eſt une ſuite de l'art. 83 du ſecond Mémoire, où nous avons prouvé qu'une ligne du 4.me ordre pouvoit avoir trois points doubles. 2.° Il n'eſt pas moins évident qu'une ligne du 4.me ordre, qui a ou une Oſculation ou une Lemniſcate infiniment petite conjuguée, ne ſçauroit avoir de point triple; car puiſqu'une ligne du 4.me ordre, qui a un point double, ne ſçauroit avoir de
* *Art.* 44. *1.er Mem.* point triple *, à plus forte raiſon celle qui a deux points doubles, ne ſçauroit avoir de point triple : or une Oſculation & une Lemniſcate infiniment petite conjuguée ſont l'une &
* *Art.* 113. *&* 122. l'autre équivalentes à deux points doubles *. Donc, &c.

AVERTISSEMENT.

On pourroit donner ici quantité d'Exemples de Lignes du 4.me ordre qui ont en même temps & un point d'Osculation & un point double, ou bien une Lemniscate infiniment petite conjuguée & un point double; Telles sont, par exemple, les courbes désignées par les équations $y^4 - 2bxyy = x^4 + 2bx^3 + bbxx$, *&* $y^4 - \frac{1}{2}bxyy + x^4 - 2bx^3 + bbxx = 0$. *La premiére désigne une ligne du 4.me ordre qui a une osculation à son origine & une intersection sur son axe, distante de l'origine des indéterminées* x *&* y *d'une grandeur* $= -b$. *La seconde désigne une ligne du 4.me ordre qui a une lemniscate infiniment petite conjuguée à son origine, & un point d'intersection sur son axe distant de la lemniscate infiniment petite conjuguée d'une grandeur* $= + b$. *Mais je craindrois, en m'y arrêtant davantage, d'allonger inutilement ce Mémoire: ainsi je passe à ce qui concerne les points triples, & en premier lieu à cette espece de point triple que nous avons nommé le Lemnisceros infiniment petit.*

REMARQUE.

CXXX. On a vû, dans le second Mémoire, qu'une ligne du 4.me ordre, soit qu'elle rentre en elle-même, soit qu'elle s'étende à l'infini, peut avoir jusqu'à trois points d'intersection: on en a même donné des exemples dans les art. 84 & 86, où l'on a fait voir que les courbes *MRBKEVCRFΦBVm** & *ERBKfVCReΦBVF** avoient trois points d'intersection, & que ces trois intersections venoient à la suite d'un entrelacement que nous avons nommé *Lemnisceros** à cause de sa ressemblance avec cet entrelacement qu'on nomme vulgairement *Las-d'Amour*. * Fig. 62. * Fig. 63. * *Art. 85. 2.^d Mem.*

Si les droites *BA*, *BC* & *KΦ**, qui sont, pour ainsi dire, les parametres, ou les droites qui mesurent la hauteur & la largeur du Lemnisceros *RBKEVCRFΦBV*, sont toutes trois infiniment petites, il est visible non seulement que les trois points d'intersection sont infiniment près les uns des autres, mais encore que l'entrelacement, des branches de la courbe, se fait dans un espace infiniment petit. * Fig. 62. & 63.

DÉFINITION.

CXXXI. Ainſi ce que je nomme *Lemniſceros infiniment petit* eſt un entrelacement des branches de la courbe, qui ſe fait dans un eſpace infiniment petit, lorſque les trois parametres *BA, BC, K*φ, de cet entrelacement, ſont infiniment petits.

COROLLAIRE I.

CXXXII. Il eſt évident, 1.° Que le Lemniſceros infiniment petit eſt un point triple : car lorſque le parametre *BC* d'un Lemniſceros fini *VB*φ*FRCVEKB** devient = o, il eſt évident que les points *B* & *C* tombent exactement l'un ſur l'autre, & par conſéquent que la courbe a un point triple en *B*, puiſqu'elle paſſe alors trois fois par ce point *B* : or dans tout Lemniſceros infiniment petit le parametre *BC* devient infiniment petit, ou = o *; donc dans tout Lemniſceros infiniment petit il y a un point triple.

* Fig. 62.

* Art. preced.

2.° Il n'eſt pas moins évident que la triplicité du Lemniſceros infiniment petit, eſt inviſible lorſque la courbe eſt décrite : car le Lemniſceros étant infiniment petit, ou, ce qui eſt la même choſe*, les droites *BA, K*φ, étant infiniment petites, il eſt clair que l'entrelacement de la courbe eſt inviſible; or c'eſt cet entrelacement des branches de la courbe qui cauſe la triplicité du point *B*; donc cette triplicité eſt inviſible puiſque l'entrelacement n'eſt pas viſible.

* Art. préced.

COROLLAIRE II.

CXXXIII. Lorſque les droites *BC, BA* & *K*φ ſont infiniment petites, il eſt évident que les tangentes des trois points *C, K,* φ ſont infiniment près les unes des autres. D'où il ſuit que dans tout les Lemniſceros infiniment petits, il y a trois tangentes, qui ſont infiniment près les unes des autres, c'eſt-à-dire, trois tangentes qui, par rapport au fini, ſont ſenſées tomber les unes ſur les autres.

COROLLAIRE

COROLLAIRE III.

CXXXIV. Puiſque le Lemniſceros infiniment petit eſt un point triple*, il eſt clair qu'il faut differentier trois fois l'équation de la courbe* pour avoir, en ce point, le rapport de l'ordonnée aux ſoutangentes de la courbe; mais puiſque les trois tangentes de la courbe, en ce point, ſe confondent enſemble par rapport au fini*, il eſt viſible que la troiſiéme différentiation doit donner, pour ces ſortes de points triples, trois valeurs réelles, égales & de même ſigne, de la fraction $\frac{du}{dz}$, c'eſt-à-dire, du rapport de l'ordonnée à la ſoutangente de la courbe en ce point.

* Art. 132.
* Art. 46. 1.er Mem.
* Art. preced.

REMARQUES.

CXXXV. De-là naît la différence qui doit ſe trouver, dans le calcul algébrique, entre les quatre eſpeces de points triples, dont nous avons parlé juſqu'ici, ſçavoir, entre les Lemniſceros infiniment petits; les points triples d'interſection; les points de rebrouſſement par leſquels il paſſe une 3.me branche de la courbe; & enfin entre les points triples inviſibles formés par l'adhéſion d'une ovale infiniment petite ſur une des branches de la courbe. Car, 1.° dans les points triples d'interſection, la troiſiéme différentiation doit fournir trois valeurs réelles & inégales du rapport $\frac{du}{dz}$*. 2.° Dans les Rebrouſſements, par leſquels il paſſe une troiſiéme branche de la courbe, des trois valeurs de $\frac{du}{dz}$, il doit y en avoir deux égales entre elles & de même ſigne, & une troiſiéme inégale*. 3.° Dans les points triples formés par l'adhéſion d'une ovale infiniment petite, des trois valeurs de $\frac{du}{dz}$, il doit y en avoir deux imaginaires & une réelle*. 4.° Enfin dans le point triple, que l'on nomme ici le *Lemniſceros infiniment petit*, la troiſiéme différentiation doit fournir trois valeurs réelles égales, & de même ſigne, du rapport $\frac{du}{dz}$*. Donc chaque

* Art. 54. 1.er Mem.
* Art. id.
* Art. id.
* Art. 134.

eſpece de point triple eſt diſtingué dans le calcul analitique par un caractere différent : donc il eſt aiſé de reconnoître, par le calcul ſeul, & avant de ſuppoſer la courbe décrite, de quelle eſpece eſt un point triple donné ſur cette courbe.

PROPOSITION XI.

THEOREME.

CXXXVI. *Toutes les lignes du 4.me ordre (telle que* MGDGCGmμEBFN) *dont la nature eſt exprimée par une*
* Fig. 64. *équation particuliére qui peut ſe rapporter à l'équation générale, marquée ici par* (30), *dans laquelle* (z) *exprime les abſciſſes* GQ, *&* (u) *les ordonnées* QM, *ont un point triple à l'origine* G *de leur axe.*

$$(30)\ldots \Delta u^4 + \overline{Qz + A} \times u^3 + \overline{Bzz + cz} \times u^2 + \overline{Ez^3 + Fz^2} \times u + Kz^4 + Lz^3 = o.$$

DÉMONSTRATION.

Lorſque le point *Q* tombe en *G*, alors *GQ* (z) étant $=$ o, l'égalité marquée par *(L)*, dans l'art. 49 du premier Mémoire, eſt telle qu'on la voit ici.

$$(L)\ldots \Delta u^4 + Au^3 = o.$$

Cette égalité ayant trois racines égales & de même ſigne, qui ſont $u = o$, $u = o$, & $u = o$, il eſt viſible qu'il y a au point *G*, trois ordonnées égales & de même ſigne. Mais quand l'ordonnée $QM = o$, l'égalité marquée par *(A)*, dans le même art. 49, qui donne les valeurs des abſciſſes *GQ* (z), lorſque les ordonnées *QM* (u) ſont égales à une des racines de l'égalité *(L)*, cette égalité, dis-je, eſt telle qu'on la voit ici en *(A)*.

$$(A)\ldots Kz^4 + Lz^3 = o.$$

Or cette ſeconde égalité ayant encore trois racines égales & de même ſigne, qui ſont $z = o$, $z = o$, & $z = o$, il eſt viſible qu'il y a au point *G*, non-ſeulement trois ordonnées égales & de même ſigne, comme on vient de le voir, mais encore trois abſciſſes égales & de même ſigne, ſçavoir $z = o$,

$z=0$ & $z=0$. Donc * il doit y avoir en G, ou un point triple auquel GQ & GL ſoient ſécantes, ou bien un point double auquel GQ & GL ſoient tangentes. * Art. 53. 1.er Mem.

Mais en ſubſtituant, dans l'égalité marquée par (K) art. 33 du premier Mémoire, en ſubſtituant, dis-je, dans cette égalité, au lieu des coëfficients $1, q, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \eta, \lambda, \mu, \nu, \rho, \pi, \phi, \sigma$, leurs valeurs $\Delta, Q, A, B, C, o, E, F, o, o, K, L, o, o, o$, & au lieu des indéterminées (t) & (s), les indéterminées (z) & (u), & au lieu de l'expoſant indéfini n, l'expoſant défini (4), on a l'égalité marquée ici par $(2K)$, dont les racines réelles donnent les quatre points auſquels la courbe $MGDGCGM\mu EBFm$ eſt coupée par une ligne droite quelconque GM qui paſſe par l'origine G des abſciſſes GQ.

$$(2K)\ldots \left\{\begin{matrix} +\Delta h^4 \\ +Q h^3 \\ +B h^2 \\ +E h \\ +K \end{matrix}\right\} z^4 \quad \left.\begin{matrix} +A h^3 \\ +C h^2 \\ +F h \\ +L \end{matrix}\right\} z^3 = 0.$$

Or cette égalité, ayant trois racines égales à zero, il eſt évident que la ſécante GM rencontre, en G, trois points de la courbe $MGDGCGm\mu EBFN$, tandis que l'axe GQ, & l'ordonnée principale GL rencontrent auſſi en G trois points de la même courbe. Donc * le point G eſt un point triple, & cela, dans toutes les courbes $MGDGCGm\mu EBFN$, dont la nature peut être exprimée par l'équation marquée (30) dans l'expoſé de ce Théoreme. *C. Q. F. D.* * Art. id.

PROPOSITION XII.

PROBLEME.

CXXXVII. *Les mêmes choſes étant poſées : déterminer ſi le point triple* G, *de la courbe en queſtion (dont la nature eſt exprimée par l'équation* (30), *eſt un point triple d'interſection* * *de trois branches, ou s'il eſt un point triple formé par le Rebrouſſement de deux branches & le paſſage d'une troiſiéme branche par* * Fig. 64.

* Fig. 65. *ce point de rebrouſſement* *, *ou ſi c'eſt un point triple inviſible produit par l'adhéſion d'une ovale infiniment petite ſur une des branches de la courbe* *, *ou enfin ſi c'eſt un point triple inviſible* * Fig. 66. *cauſé par l'entrelacement des branches de la courbe en forme de Lemniſceros* *. * Fig. 67.

SOLUTION.

On cherchera d'abord quel eſt le rapport de *(du)* à *(dz)* au point *G*, origine de la courbe, & pour cela, le point *G* étant un point triple, on commencera par différentier trois fois l'équation marquée * par *(30)*, ſelon la méthode de M. Bernoulli : la troiſiéme différentiation donnera l'équation différentielle qu'on voit ici marquée par (Σ). *Art. preced.

$$(\Sigma)\ldots\left\{\begin{matrix}+4\Delta u\\+Qz\\+A\end{matrix}\right\}du^3\left\{\begin{matrix}+2Bz\\+3Qu\\+C\end{matrix}\right\}du^2dz\left\{\begin{matrix}+2Bu\\+3Ez\\+F\end{matrix}\right\}dudz^2\left\{\begin{matrix}+Eu\\+4Kz\\+L\end{matrix}\right\}dz^3=0.$$

Cela fait, on rendra cette équation propre au point *G*, en y ſubſtituant, au lieu des indéterminées *(z)* & *(u)*, leurs valeurs en ce même point *G*, qui ſont * $z=0$, & $u=0$; ainſi l'équation (Σ), étant devenüe telle qu'on la voit ici en *(P)*, exprimera le rapport de *(du)* à *(dz)*, ou, ce qui eſt la *Art. preced.

$$(P)\ldots\frac{dz^3}{du^3}+\frac{Fdz^2}{Ldu^2}+\frac{Cdz}{Ldu}+\frac{A}{L}=0$$

même choſe, le rapport de l'ordonnée à la ſoutangente de la courbe au point triple *G*.

Mais ce rapport de l'ordonnée à la ſoutangente, au point triple *G*, c'eſt-à-dire, $\frac{dz}{du}$ étant ici élevé juſqu'à la 3.me puiſſance, il eſt manifeſte qu'il doit y avoir quatre différents cas. Car, 1.° Si l'équation *(P)* a trois racines réelles & inégales, c'eſt-à-dire, ſi elle fournit trois valeurs réelles & inégales du rapport $\frac{dz}{du}$, la courbe aura trois tangentes réelles & diſtinctes au point triple *G*, & par conſéquent * ce point triple *G* ſera formé par l'interſection de trois branches.

* Art. 22. n.° 1. & Art. 54. 1.er Mem.

2.° Si, des trois racines réelles de l'égalité marquée *(P)*, il y en a deux égales & de même ſigne, la troiſiéme étant

inégale, des trois tangentes de la courbe au point triple *G*, il y en aura deux qui tomberont exactement l'une sur l'autre, & ne feront plus qu'une même tangente, tandis que la troisiéme demeurera distincte, & dans ce cas * le point triple *G* sera produit par le Rebroussement d'une branche & l'intersection d'une autre branche de la même courbe. * *Art.* 22. *n.°* 2. & *Art.* 54.

3.° Si des trois racines de l'égalité *(P)*, il y en a deux imaginaires, la troisiéme étant nécessairement réelle, il est visible que des trois tangentes de la courbe au point triple *G*, il y en aura deux imaginaires & une réelle, d'où il * suit que le point triple *G* sera alors un point triple causé par l'adhésion d'une ovale infiniment petite sur une des branches de la courbe. * *Art. id. n.°* 3. & *Art.* 54.

4.° Enfin, si les trois racines de l'égalité *(P)* sont réelles, égales & de même signe, les trois tangentes de la courbe au point triple *G*, tomberont les unes sur les autres, & dans ce dernier cas * le point triple *G* sera un de ces points triples invisibles que nous avons nommé *Lemnisceros infiniment petit*, à cause de l'entrelacement des branches de la courbe, qui se fait dans un espace infiniment petit; entrelacement dont on a donné la Théorie dans les art. 131 & 132 de ce Mémoire. * *Art.* 134. & 135.

Donc par le moyen de l'équation $\frac{dz^3}{du^3} + \frac{Fdz^2}{Ldu^2} + \frac{Cdz}{Ldu} + \frac{A}{L} = 0$, on déterminera toûjours la nature du point triple *G*; ou, ce qui est la même chose, on connoîtra si ce point triple *G* est causé par l'intersection de trois branches *: ou par le rebroussement de deux branches, & le passage d'une troisiéme branche, de la même courbe, par ce point de rebroussement *: ou bien s'il est un point triple invisible produit par l'adhésion d'une ovale infiniment petite sur une des branches de la courbe *: ou enfin si c'est un Lemnisceros infiniment petit *. *Ce qu'il falloit trouver.* * Fig. 64. * Fig. 65. * Fig. 66. * Fig. 67.

COROLLAIRE I.

CXXXVIII. Lorsque le coëfficient *(A)* de l'équation marquée par *(30)* dans l'exposé de l'art. 136 est égal à zero,

l'ordonnée principale GL eſt une des tangentes de la courbe au point triple G : car alors on a $\frac{dz^3}{du^3} + \frac{Fdz^2}{Ldu^2} + \frac{Cdz}{Ldu} = 0$; dont une des racines eſt $\frac{dz}{du} = 0$; or tous les Géometres conviennent que ce rapport donne une tangente parallele aux ordonnées. Donc, &c.

COROLLAIRE II.

CXXXIX. Lorſque les coëfficients (A) & (C) de l'équation marquée par (30) dans l'art. 136, ſont l'un & l'autre égaux à zero, il n'eſt pas moins évident qu'il y a alors, au point triple G, un rebrouſſement dont la tangente ſe confond avec l'ordonnée principale : car en ce cas on a $\frac{dz^3}{du^3} + \frac{Fdz^2}{Ldu^2} = 0$, d'où l'on tire $\frac{dz^2}{du^2} = 0$, ce qui fait voir qu'il y a, en G, deux tangentes qui tombent l'une ſur l'autre, en ſe confondant avec l'ordonnée principale GL. Donc, &c.

COROLLAIRE III.

CXL. Lorſque les coëfficients A, C, F, de l'équation marquée (30) dans l'art. 136, ſont tous trois égaux à zero, il y a, au point G, un *Lemniſceros infiniment petit*, dont la tangente ſe confond avec l'ordonnée principale GL : car alors on a $\frac{dz^3}{du^3} = 0$, d'où l'on voit que les trois tangentes ſe confondent enſemble & avec la droite GL.

EXEMPLE I.

* Fig. 64. CXLI. Soit la courbe $MGDGCGmNEBFn$*, dans laquelle le rapport des abſciſſes GQ (z) aux ordonnées QM (y) eſt exprimé par l'équation

$$u^4 - 2z^2u^2 + 2bzu^2 - z^4 - 5bz^3 = 0.$$

Je dis que cette courbe a un point triple à l'origine G de ſon axe, & que ce point triple eſt formé par l'interſection de trois branches MGD, mGC, $\varphi G\varepsilon$, qui ſe coupent en ce même point G.

Il eſt viſible que l'équation donnée n'eſt qu'un cas particulier de l'équation générale marquée par *(30)* dans la 11.me Propoſition *, & que l'on a ici $\Delta = 1$, $Q = 0$, $A = 0$, $B = -2$, $C = 2b$, $E = 0$, $F = 0$, $K = -1$, & $L = -5b$; or on a démontré que toutes les lignes du 4.me ordre, dont la nature pouvoit ſe rapporter à l'équation marquée par *(30)*, avoient un point triple à l'origine G de leur axe. Donc, puiſque l'équation donnée n'eſt qu'un cas particulier de l'équation générale marquée par *(30)*, il s'enſuit que la courbe $MGDGCGmNEBFn$, dont cette équation donnée exprime la nature, a un point triple à l'origine G de ſon axe. *Ce qu'il falloit faire voir en premier lieu.* *Art. 136.

Mais il n'eſt pas moins évident, par l'art. 137, que ce point triple G eſt cauſé par l'interſection de trois branches. Car ſi l'on ſubſtitüe dans l'équation différentielle *(P)* de l'art. 137, au lieu des coëfficients A, C, F, L, leurs valeurs 0, $2b$, 0, & $-5b$, on a l'égalité $\frac{dz^3}{du^3} - \frac{2dz}{5du} = 0$, qui a trois racines réelles & inégales, ſçavoir $\frac{dz}{du} = 0$ & $\frac{dz}{du} = \pm \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$: d'où il ſuit qu'il y a trois tangentes au point triple G, & par conſéquent que ce point triple G * eſt cauſé par l'interſection de trois branches qui ſe croiſent en G. *Ce qu'il falloit faire voir en ſecond lieu par cet Exemple.* *Art. 137. n.° 1.

Corollaire.

CXLII. Il ſuit de-là, 1.° Que des trois branches qui paſſent par le point G, il y en a une qui coupe l'axe GQ parallelement à l'ordonnée principale GL à cauſe de $\frac{dz}{du} = 0$: enſorte que la tangente de cette branche, au point triple G, ſe confond avec l'ordonnée principale GL. 2.° Que les deux autres branches MGD & mGC coupent cet axe obliquement au point G, à cauſe de $\frac{dz}{du} = \pm \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$. Donc en prenant ſur l'axe GQ, du côté où les *(z)* ſont poſitifs, le point θ, tel que $G\theta$ ſoit $= \sqrt{2}$, & ſur une droite θT, parallele à

l'ordonnée principale GL, de part & d'autre du point θ, les points T & t, tels que θT & θt soient l'une & l'autre $= \sqrt{5}$, les droites TG, tG, seront les deux autres tangentes de la courbe au point triple G.

REMARQUE.

CXLIII. Il est aisé de s'appercevoir, 1.° Que l'axe GQ est le diametre de la courbe $MGDGCGmNEBFn$, puisque l'on a toûjours $u = \pm \sqrt{zz - bz \pm z\sqrt{2zz + 3bz + bb}}$.

2.° Si l'on prend sur ce diametre GQ, du côté où les (z) sont négatifs, le point B, tel que GB soit $= 5b$, ce point B sera celui où la courbe coupe son diametre parallelement à l'ordonnée principale GL.

3.° Si l'on prend sur le diametre GQ, du côté où les (z) sont négatifs, le point Ω, tel que $G\Omega$ soit $= b$; si par le point Ω on mene la droite $E\Omega F$ parallele aux ordonnées QM; si l'on prend sur cette droite, de part & d'autre du point Ω, les points E & F, tels que ΩE & ΩF soient l'une & l'autre $= b\sqrt{2}$: les points E & F seront deux des points de la courbe où les tangentes sont paralleles à l'ordonnée principale GL; ensorte que cette droite $E\Omega F$ est tangente de la courbe aux points E & F.

4.° Si l'on prend sur le diametre GQ, du côté où les (z) sont négatifs, le point π, tel que $G\pi$ soit $= \frac{1}{2}b$; si par le point π on mene la droite $C\pi D$ parallele aux ordonnées QM; si l'on prend sur cette parallele $C\pi D$, de part & d'autre du point π, les points C & D, tels que πC & πD soient l'une & l'autre $= \frac{1}{2}b\sqrt{3}$: les points C & D seront deux des points de la courbe en question auxquels les tangentes sont paralleles aux ordonnées QM; ensorte que cette même droite $C\pi D$ est tangente de la courbe aux points C & D.

5.° Toutes les droites menées parallelement à l'ordonnée principale GL au de-là du point B, par rapport au point G, ne rencontrent la courbe qu'en deux points, à quelque dis-

tance

tancé que ces droites ſoient du point *G*. Mais celles qui ſont menées parallelement à l'ordonnée principale, entre les points *B* & Ω, rencontrent la courbe en quatre points. D'où il ſuit, 1.° Que cette courbe a deux branches *BEN*, *BFn*, qui s'étendent à l'infini, le long de l'axe *GQ*, du côté où les (z) ſont négatifs. 2.° Que ces deux branches ſe réüniſſent au point *B*, où elles coupent l'axe parallelement aux ordonnées. 3.° Que ces deux branches, avant de ſe réünir, forment deux ſinuoſités *nFB*, *NEB*.

6.° Toutes les droites menées, parallelement à l'ordonnée principale *GL*, au de-là du point triple *G*, par rapport au point *B*, & à quelque diſtance qu'elles ſoient du point *G*, ne rencontrent la courbe qu'en deux points; d'où il ſuit que cette courbe n'a que deux branches *GM* & *Gm* qui s'étendent à l'infini le long de l'axe *GQ*, du côté où les (z) ſont poſitifs.

7.° Toutes les droites menées parallelement à l'ordonnée principale *GL* entre les points *G* & π, rencontrent la courbe en quatre points : car dès que $(-z)$ eſt $< \frac{1}{2} b$, les 4 racines $u = \pm\sqrt{zz - bz \pm z\sqrt{2zz + 3bz + bb}}$ ſont réelles. D'où il ſuit que les deux branches infinies *MG*, *mG*, après s'être coupées en *G*, paſſent la premiére dans l'angle $lG\pi$, la ſeconde dans l'angle $LG\pi$, où elles touchent la droite $D\pi C$, la premiére au point *D*, la ſeconde au point *C* : après quoi elles reviennent, l'une de *D* en *G* par ε, l'autre de *C* en *G* par ϕ, ſe joindre au point *G*, où elles touchent l'ordonnée principale *GL*, en formant ainſi deux *Folium* $GD\varepsilon G$ & $GC\phi G$.

8.° Les droites menées parallelement à l'ordonnée principale entre les points Ω & π, ne rencontrent jamais la courbe : car dès que $(-z)$ eſt plus grand que $\frac{1}{2} b$, & cependant plus petit que *b*, les quatre racines $u = \pm\sqrt{zz - bz \pm z\sqrt{2zz + 3bz + bb}}$ ſont imaginaires ; d'où il ſuit que les deux branches infinies *BEN*,

BFn, (dont on a parlé dans le nomb. 5 de cet art.) ſont entiérement ſéparées des branches infinies *GεDGM*, *GφCGm*.

EXEMPLE II.

CXLIV. Soit la courbe *MGmNGn*, dans laquelle le rapport des abſciſſes *GQ* (z) aux ordonnées *QM* (u) eſt exprimé par l'équation $u^4 + bzzu - 2z^4 = 0$; il eſt viſible que cette courbe a un point triple à l'origine *G* de ſon axe, puiſque l'équation donnée eſt un cas particulier de l'équation générale marquée par (30) dans l'art. 136.

Mais il n'eſt pas moins évident, que ce point triple eſt produit par le Rebrouſſement *G* d'une portion de courbe *MGm* & le paſſage, en ce même point *G*, d'une autre branche *NGn* de la même courbe. Car puiſque l'on a ici $\Delta = 1$, $Q = 0$, $A = 0$, $B = 0$, $C = 0$, $E = 0$, $F = b$, $K = -2$ & $L = 0$, l'équation différentielle marquée par (*P*) dans l'art. 137, eſt ici $\frac{dz^3}{du^3} + \frac{bdz^2}{odu^2} = 0$; dont les trois racines ſont $\frac{dz}{du} = 0$, $\frac{dz}{du} = 0$ & $\frac{dz}{du} = -\frac{b}{o}$; d'où il ſuit, 1.° Que des trois tangentes de la courbe au point triple *G*, il y en a deux qui tombent l'une ſur l'autre, en ſe confondant avec l'ordonnée principale *GL*, ce qui fait voir qu'il y a un point de Rebrouſſement en *G*, auquel *GL* eſt tangente *. 2.° Que la troiſiéme tangente de la courbe au point *G* eſt infinie, & ſe confond avec l'axe *GQ*, ce qui déſigne une branche * *NGn* qui paſſe par le point de Rebrouſſement *G*. Donc le point triple *G* de la courbe en queſtion eſt produit par le Rebrouſſement d'une portion de courbe *MGm* & le paſſage d'une autre branche *NGn*, de la même courbe, par le point de Rebrouſſement *G*. *Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.*

* *Art.* 137. *n.°* 2.

* *Art. id.*

REMARQUES.

CXLV. On remarquera, 1.° Que l'ordonnée principale

GL est le diametre de la courbe $MGmNGn$: car on a toûjours $z = \pm \frac{1}{2}\sqrt{bu \pm u\sqrt{8uu + bb}}$.

2.° Que toutes les droites menées parallelement à l'axe GQ, du côté où les (u) sont positifs, ne rencontrent jamais la courbe qu'en deux points, aussi-bien que celles qui sont, comme Mm, menées parallelement à l'axe du côté où les (u) sont négatifs.

3.° Si l'on prend sur le diametre GL, du côté où les (u) sont négatifs, le point A, tel que GA soit $= \frac{b}{4\sqrt{2}}$, & sur l'axe GQ, de part & d'autre du point G, les points S & σ, tels que GS & $G\sigma$ soient l'une & l'autre $= \frac{b}{4\sqrt{2}\sqrt{2}}$: si par les points A & S, & par les points A & σ, on tire les droites indéfinies ASE & $A\sigma\varepsilon$, prolongées de part & d'autre du point A, ces droites seront les deux Asymptotes de la courbe $MGmNGn$. Si l'on prend sur le même diametre GL, de part & d'autre du point G, les points Ω & ϕ, tels que $G\Omega$ ou $G\phi$ soient $= \pm \frac{1}{8}b$: si, par les points Ω & ϕ, on mene, parallelement à l'axe GQ, les droites $E\Omega\varepsilon$ & $F\phi f$; les points E, ε, F & f, où ces droites rencontrent la courbe $MGmNGn$, sont ceux ausquels cette même courbe est coupée par ses Asymptotes $fASE$ & $FA\sigma\varepsilon$.

EXEMPLE III.

CXLVI. Soit la courbe $MGmNBn$*, dans laquelle le rapport des abscisses GQ (z) aux ordonnées QM (u) est exprimé par l'équation $u^4 - bzu^2 - z^4 - 2bz^3 = 0$: il est clair que cette équation n'est qu'un cas particulier de l'équation générale désignée par (30) dans l'art. 136; d'où il suit, que la courbe en question $MGmNBn$ a un point triple à l'origine G de ses abscisses. * Fig. 66.

Mais puisque dans ce cas particulier, on a $\Delta = 1$, $Q = 0$, $A = 0$, $B = 0$, $C = -b$, $E = 0$, $F = 0$, $K = -1$, $L = -2b$, il est visible que l'équation marquée par (P)

dans l'art. 137, eſt ici $\frac{dz^3}{du^3} + \frac{dz}{2du} = 0$, dont les trois racines ſont $\frac{dz}{du} = 0$ & $\frac{dz}{du} = \pm\sqrt{-\frac{1}{2}}$; or la racine $\frac{dz}{du} = 0$ eſt réelle, & déſigne une tangente en *G*, qui ſe con-
* *Art. 138.* fond avec l'ordonnée principale *GL**, & les racines $\frac{dz}{du} = \pm\sqrt{-\frac{1}{2}}$ ſont des racines imaginaires qui déſignent, en *G*, deux tangentes imaginaires. Donc des trois tangentes de la courbe, au point triple *G*, il y en a une réelle & deux ima-
* *Art. 137. n.° 3.* ginaires; donc* ce point triple *G* eſt un point triple inviſible, ou, ce qui eſt la même choſe, la triplicité de ce point eſt cauſée par l'adhéſion, en *G*, d'une ovale infiniment petite ſur la branche *MGm* de la courbe. *Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.*

REMARQUES.

CXLVII. Il eſt aiſé de s'appercevoir, 1.° Que l'axe *GQ* eſt le diametre de la courbe *MGmNBn*, puiſque l'on a toûjours $u = \pm\sqrt{\frac{1}{2}bz \pm \frac{1}{2}z\sqrt{bb + 8bz + 4zz}}$.

2.° En prenant, du côté où les abſciſſes *GQ* ſont négatives, le point *B*, tel que *GB* ſoit $= 2b$, il eſt viſible que le point *B* ſera un point ſimple de la courbe, dont la tangente *BT* eſt parallele à l'ordonnée principale *GL*.

3.° Toutes les droites, comme *Mm*, menées parallelement à l'ordonnée principale *GL* au de-là du point *G*, du côté où les *(z)* ſont poſitifs, ne rencontrent jamais la courbe qu'en deux points; d'où il ſuit que cette courbe n'a que deux branches infinies *GM*, *Gm*, qui s'étendent du côté des *(z)* poſitifs.

4.° Toutes les droites, comme *Nn*, menées parallelement à l'ordonnée principale *GL* au de-là du point *B*, par rapport au point *G*, ne rencontrent jamais la courbe qu'en deux points; d'où il ſuit que cette courbe n'a que deux branches *BN*, *Bn*, qui s'étendent à l'infini du côté des *(z)* négatifs.

5.° Toutes les droites menées parallelement à l'ordonnée

principale *GL*, entre les points *B* & *G*, ne rencontrent jamais la courbe : car dès que $(-z)$ eſt plus petit que $2b$, les quatre racines $u = \pm \sqrt{\frac{1}{2}bz \pm \frac{1}{2}z\sqrt{bb + 8bz + 4zz}}$ ſont imaginaires; d'où il ſuit que les deux branches infinies *GM*, *Gm*, qui s'étendent du côté des abſciſſes poſitives, ſont ſéparées des deux branches infinies *BN*, *Bn*, qui s'étendent du côté des abſciſſes négatives, par une portion *GB* de l'axe *GQ*, qui eſt $= -2b$.

EXEMPLE IV.

CXLVIII. Soit la courbe *MGmNBn**, dans laquelle le rapport des abſciſſes *GQ* (z) aux ordonnées *QM* (u) eſt exprimé par l'équation $u^4 = z^4 + az^3$, il eſt viſible que cette courbe a un point triple à l'origine *G* de ſes abſciſſes, puiſque ſon équation eſt un cas particulier de l'équation générale marquée par *(30)* dans l'art. 136. * Fig. 67.

Mais puiſque l'on a dans cet Exemple $\Delta = 1$, $Q = 0$, $A = 0$, $B = 0$, $C = 0$, $E = 0$, $F = 0$, $K = -1$ & $L = -a$, il eſt évident que l'équation marquée par *(P)* dans l'art. 137, eſt ici $\frac{dz^3}{du^3} = 0$, dont les trois racines ſont $\frac{dz}{du} = 0$, $\frac{dz}{du} = 0$, & $\frac{dz}{du} = 0$, qui étant réelles, égales & du même ſigne, déſignent, en *G*, trois tangentes qui ſe confondent enſemble & avec l'ordonnée principale *GL*; d'où il ſuit* que ce point triple *G* eſt un *Lemniſceros* infiniment petit. *Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.* * *Art. 137, n.° 4.*

REMARQUES.

CXLIX. Il eſt viſible, 1.° Que l'axe *GQ* eſt le diametre de la courbe *MGmNBn*, puiſque l'on a toûjours $u = \pm\sqrt{\pm z\sqrt{zz + az}}$.

2.° Si l'on prend ſur le diametre *GQ*, du côté où les (z) ſont négatifs, le point *B*, tel que *GB* ſoit $= a$, il eſt évident que le point *B* eſt un point ſimple de la courbe en queſtion,

dont la tangente BT eſt parallele à l'ordonnée principale GL.

3.° On trouvera qu'en ce point ſimple B, la courbe a une inflexion de la ſeconde eſpece *, c'eſt-à-dire, ce que M. de Maupertuis a nommé *point de ſerpentement*, dont la tangente eſt parallele aux ordonnées, comme on vient de le dire.

* Art. 50. n.° 4. 1.er Mem.

4.° On remarquera enfin que cette courbe n'eſt compoſée que de quatre branches qui s'étendent à l'infini de part & d'autre de l'axe GQ, deux du côté des (z) poſitifs, & les deux autres du côté des (z) négatifs.

EXEMPLE V.

* Fig. 68.

CL. Soit la courbe $MGDGCGmEBFM$*, dans laquelle le rapport des abſciſſes GQ (z) aux ordonnées QM (u) eſt exprimé par l'équation $u^4 - 2zzuu + 2bzuu + \frac{5}{4}z^4 - 2bz^3 = 0$. Il eſt clair que cette courbe a un point triple à l'origine G de ſon axe, puiſque ſon équation n'eſt qu'un cas particulier de l'équation générale marquée par (30) dans l'art. 136 de ce Mémoire.

Mais puiſque, dans cet Exemple, on a $\Delta = 1$, $Q = 0$, $A = 0$, $B = -2$, $C = 2b$, $E = 0$, $F = 0$, $K = \frac{5}{4}$ & $L = -2b$, il eſt viſible que l'équation marquée par (P) dans l'art. 137, eſt ici $\frac{dz^3}{du^3} - \frac{dz}{du} = 0$, dont les trois racines ſont $\frac{dz}{du} = 0$, $\frac{dz}{du} = +1$, & $\frac{dz}{du} = -1$. La premiére de ces trois racines fait voir qu'une des tangentes de la courbe, au point triple G, eſt réelle, & qu'elle ſe confond avec l'ordonnée principale GL; d'où il ſuit qu'il y a une branche qui coupe l'axe, au point G, parallelement à l'ordonnée principale. Les deux autres racines $\frac{dz}{du} = \pm 1$, étant réelles, font voir que les deux autres tangentes de la courbe, au point triple G, ſont réelles & obliques à l'ordonnée principale GL, faiſant avec cette droite chacune un angle de 45 degrés, & par conſéquent qu'il y a deux autres branches CGM, DGM, qui coupent l'axe obliquement au point G; d'où il ſuit* que ce point triple G eſt produit par

* Art. 137. n.° 1.

l'interſection de trois branches CGD, DGM, CGM. *Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.*

REMARQUES.

CLI. On peut remarquer, 1.° Que l'axe GQ eſt le diametre de la courbe $MGDGCGmEBFM$, puiſque l'on a toûjours $u = \pm \sqrt{zz - bz \pm \frac{1}{2} z \sqrt{4bb - zz}}$.

2.° Qu'en prenant ſur le diametre GQ, du côté où les abſciſſes $GQ\,(z)$ ſont poſitives, le point B, tel que GB ſoit $= \frac{8}{5} b$, le point B eſt un point ſimple de la courbe en queſtion où la tangente eſt parallele aux ordonnées QM.

3.° Si l'on prend ſur le diametre GQ, de part & d'autre du point triple G, les points Ω & π, tels que $G\Omega$ & $G\pi$ ſoient l'une & l'autre $= 2b$; ſi, par les points Ω & π, on mene les droites $F\Omega E$, $C\pi D$, paralleles aux ordonnées; cela fait, ſi l'on prend 1.° ſur la parallele $F\Omega E$, de part & d'autre du point Ω, les points F & E, tels que ΩF & ΩE ſoient l'une & l'autre $= b\sqrt{2}$: les points F & E ſeront ceux où la courbe a des tangentes paralleles à l'ordonnée principale GL, & en même temps les limites de la courbe du côté où les abſciſſes ſont poſitives. 2.° Si l'on prend ſur la parallele $C\pi D$, de part & d'autre du point π, les points C & D, tels que πC & πD ſoient l'une & l'autre $= b\sqrt{6}$: les points C & D ſeront ceux où la courbe touche la parallele $C\pi D$ & en même temps les limites de la courbe du côté où les abſciſſes ſont négatives.

4.° On trouvera que toutes les droites menées, parallelement à l'ordonnée principale GL, entre les points G & B, ne rencontrent la courbe qu'en deux points; mais que les paralleles à cette droite GL, menées entre les points B & Ω, la rencontrent en quatre points. D'où il ſuit, & de ce qui a été dit dans les nombres précédents, que cette courbe forme, du côté où ſes abſciſſes ſont poſitives, une eſpece de cœur $GMFBEmG$.

5.° On trouvera de même que toutes les droites, menées

parallelement à l'ordonnée principale *GL* entre les points *G* & π, rencontrent la courbe en quatre points ; d'où il suit, & de ce qui a été dit dans le nomb. 3, que cette courbe forme, du côté où ses abscisses sont négatives, deux especes de *Folium* $G\phi CG$ & $G\varepsilon DG$.

6.° Enfin on trouvera que toutes les droites menées, parallelement aux ordonnées *QM*, au de-là des points Ω & π, par rapport au point *G*, ne rencontreront la courbe en aucun point, à quelque distance qu'elles soient des points Ω & π : d'où il suit que la courbe en question ne s'étend pas au de-là des points Ω & π, qu'elle rentre en elle-même, & par conséquent qu'elle n'est composée que de deux *Folium* $G\phi CG$, $G\varepsilon DG$, & de l'espece de cœur *GMFBEmG* : ce qui pourroit lui faire donner le nom de *Diphyllocardie*.

PROPOSITION XIII.

PROBLEME.

CLII. *Une ligne du 4.me ordre étant donnée. Ou, ce qui est la même chose, l'équation qui exprime le rapport des ordonnées aux abscisses d'un axe quelconque de cette courbe étant donnée, trouver si cette courbe a un point triple.*

SOLUTION.

Supposons que la nature de la courbe en question est donnée par l'équation générale qu'on voit ici marquée par *(4D)* : cette équation exprime la nature de toutes les lignes du 4.me ordre*, & par conséquent ce qu'on dira de cette équation pourra s'appliquer à toutes les équations particuliéres des lignes du 4.me ordre.

* *Art. 31. 1.er Mem.*

$$(4D)\ldots \Delta u^4 \left.\begin{matrix}+qz\\+A\end{matrix}\right\} u^3 \left.\begin{matrix}+\epsilon zz\\+\gamma z\\+\delta\end{matrix}\right\} u^2 \left.\begin{matrix}+\varepsilon z^3\\+\eta z^2\\+\lambda z\\+\mu\end{matrix}\right\} u \left.\begin{matrix}+\kappa z^4\\+\rho z^3\\+\pi z^2\\+\varphi z\\+\sigma\end{matrix}\right\} = 0.$$

Si on différentie cette équation, on aura le rapport de

(du)

(du) à *(dz)* exprimé par la fraction marquée ici par *(Σ)*, dont le numérateur & le dénominateur deviendront égaux à zero, dans tous les points multiples de la ligne du 4.me ordre *. * Art. 46. 1.er Mem.

$$(\Sigma)\ldots \frac{du}{dz} = -\left\{\frac{qu^3 + \overline{2\beta z + \gamma} \times u^2 + \overline{3\varepsilon zz + 2nz + \lambda} \times u + 4\nu z^3 + 3\rho z^2 + 2\pi z + \varphi}{4u^3 + \overline{3qz + 3A} \times u^2 + \overline{2\beta zz + 2\gamma z + 2\delta} \times u + \varepsilon z^3 + nz^2 + \lambda z + \mu}\right\}$$

Si on différentie séparément (suivant l'art. 163 de l'Analyse des Infiniments petits) le numérateur & le dénominateur de cette fraction, on aura les deux nouvelles fractions marquées ici par *(M)* & par *(2M)*.

$$(M)\ldots \frac{du}{dz} = -\left\{\frac{2\beta u^2 + \overline{6\varepsilon z + 2n} \times u + 12\nu z^2 + 6\rho z + 2\pi}{3qu^2 + \overline{4\beta z + 2\gamma} \times u + 3\varepsilon z^2 + 2nz + \lambda}\right\}$$

$$(2M)\ldots \frac{du}{dz} = -\left\{\frac{3qu^2 + \overline{4\beta z + 2\gamma} \times u + 3\varepsilon z^2 + 2nz + \lambda}{12\Delta u^2 + \overline{6qz + 6A} \times u + 2\beta z^2 + 2\gamma z + 2\delta}\right\}$$

Or il est constant * que si l'on substitüe, dans les fractions *(M)* & *(2M)*, au lieu de *(z)* & de *(u)*, leurs valeurs au point triple, de la ligne du 4.me ordre dont la nature est exprimée par l'équation *(4D)*; il est constant, dis-je, que les numérateurs & les dénominateurs de ces deux fractions deviendront les uns & les autres égaux à zero. Ainsi la Solution du Probleme se réduit à trouver quelles sont les valeurs des indéterminées *(z)* & *(u)*, qui étant substituées dans les fractions *(M)* & *(2M)*, font évanoüir en même temps les numérateurs & les dénominateurs de ces deux fractions. * Art. id.

Pour trouver les valeurs en question des indéterminées *(z)* & *(u)*, soient les trois équations désignées * par *(A)*, *(B)*, *(C)*, qui ne different, sçavoir, la premiére du numérateur de la fraction *(M)* égalé à zero; la seconde du dénominateur de cette fraction, ou (ce qui est la même chose) du numerateur de la fraction *(2M)* égalé à zero; la troisiéme du dénominateur de la fraction *(2M)* aussi égalé à zero; qu'en ce que l'on a mis, au lieu de l'indéterminée *(u)*, l'indéterminée *(y)*, & qu'on a ôté les communs diviseurs.

* V. ces trois équations à la page suivante.

$$(A)\ldots\ \mathcal{C}y^2 + \overline{3\varepsilon z + n} \times y + 6\nu z^2 + 3\rho z + \pi = 0;$$

$$(B)\ldots\ 3qy^2 + \overline{4\mathcal{C}z + 2\gamma} \times y + 3\varepsilon z^2 + 2nz + \lambda = 0.$$

$$(C)\ldots\ 6\Delta y^2 + \overline{3qz + 3A} \times y + \mathcal{C}z^2 + \gamma z + \delta = 0.$$

Cela posé, il est visible, 1.° Que les trois équations *(A)*, *(B)*, *(C)*, désignent trois lignes du 2^{d} ordre, qui peuvent être construites, toutes les trois, sur l'axe des *(z)* de la ligne donnée du 4.me ordre, dont la nature est exprimée par l'équation *(4D)*. 2.° Que ces trois lignes du 2^{d} ordre, que je nomme ici les *Courbes auxiliaires* du Probleme, peuvent se rencontrer en un même point du plan sur lequel elles sont décrites. 3.° Que le point d'intersection, de ces trois courbes auxiliaires, peut tomber sur un des points de la ligne du 4.me ordre.

Or, je dis que la ligne donnée du 4.me ordre aura un point triple dans l'endroit où l'intersection des trois courbes auxiliaires tombera. Car 1.° si les trois courbes auxiliaires se coupent en un même point, la substitution, des valeurs de l'ordonnée & de l'abscisse correspondante à ce point d'intersection, fait évanoüir tous les termes des équations *(A)*, *(B)*, *(C)*, & par conséquent tous ceux des numérateurs & des dénominateurs des fractions *(M)* & *(2M)*, quand l'indéterminée *(u)* est égale à l'indéterminée *(y)*. 2.° Mais le point d'intersection, des trois courbes auxiliaires, tombant sur la ligne donnée du 4.me ordre, il est constant que l'indéterminée *(y)* des trois équations *(A)*, *(B)*, *(C)*, est égale, en ce point, à l'indéterminée *(u)* des fractions marquées par *(M)* & par *(2M)*. Donc l'intersection commune des trois courbes auxiliaires *(A)*, *(B)*, *(C)*, tombant sur la ligne donnée du 4.me ordre, fait connoître les valeurs des indéterminées *(z)* & *(u)*, qui étant substituées dans les fractions *(M)* & *(2M)*, font évanoüir les numérateurs & les dénominateurs de ces fractions. Donc l'intersection commune des trois courbes auxiliaires, tombant sur la ligne donnée du 4.me ordre, désigne l'endroit de cette ligne où est son point triple.

Or, 1.° il est aisé de connoître, par les premiers principes

de l'application de l'Algebre à la Géométrie, non ſeulement ſi les trois courbes auxiliaires, déſignées par les équations *(A)*, *(B)*, *(C)*, ſe rencontrent en un même point, mais encore qu'elles ſont les valeurs de l'ordonnée & de l'abſciſſe qui correſpondent à ce point d'interſection.

2.° Il eſt auſſi aiſé de connoître ſi ce point d'interſection, des trois courbes auxiliaires, tombe ſur la ligne du 4.me ordre : car, dès le moment qu'on a les valeurs de l'abſciſſe & de l'ordonnée communes aux trois courbes auxiliaires, en ſubſtituant ces valeurs dans l'équation *(4D)*, au lieu des indéterminées *(z)* & *(u)*, ſi la ſubſtitution fait évanoüir tous les termes de l'équation *(4D)*, il ſera évident que le point commun d'interſection des trois courbes auxiliaires *(A)*, *(B)*, *(C)*, tombe ſur la ligne du 4.me ordre, & par conſéquent que cette ligne a un point triple en cet endroit ; au contraire ſi la ſubſtitution ne fait pas évanoüir tous les termes de l'équation *(4D)*, il ſera évident que l'interſection commune des trois courbes auxiliaires *(A)*, *(B)*, *(C)*, ne tombe pas ſur la ligne du 4.me ordre, & par conſéquent que cette ligne du 4.me ordre n'a aucun point triple.

3.° Enfin ſi les trois courbes auxiliaires *(A)*, *(B)*, *(C)*, ne ſe rencontrent pas toutes les trois en un même point (ce qui eſt encore très-aiſé de connoître par les premiers principes de l'application de l'Algebre à la Géométrie) la ligne du 4.me ordre, déſignée par l'équation *(4D)*, n'aura aucun point triple.

Donc par le moyen des trois équations *auxiliaires (A)*, *(B)*, *(C)*, on connoîtra toûjours ſi une ligne quelconque du 4.me ordre, déſignée par l'équation *(4D)*, a un point triple, & le lieu où il eſt ſitué, ou bien ſi elle n'en a pas. *Ce qu'il falloit trouver.*

EXEMPLE I.

CLIII. On demande s'il y a un point triple ſur la courbe *MmBGCBDM* *, dans laquelle le rapport des abſciſſes *GP (z)* aux ordonnées *PM (u)* eſt exprimé par l'équation ſuivante *(Æ)*. * Fig. 69.

$$(Æ)\ldots u^4 - bu^3 \left.\begin{matrix} +6zz \\ -\frac{17}{5}bz \\ +\frac{11}{25}bb \end{matrix}\right\} u^2 \left.\begin{matrix} +bzz \\ -\frac{2}{5}b^2z \\ +\frac{1}{25}b^3 \end{matrix}\right\} u \left.\begin{matrix} +5.z^4 \\ -3\,bz^3 \\ +\frac{3}{5}b^2z^2 \\ -\frac{1}{25}b^3z \end{matrix}\right\} = 0.$$

En comparant cette équation avec celle qu'on a désignée dans l'article précédent par la caractéristique $(4D)$, il est évident qu'on a ici $\Delta = 1$, $q = 0$, $A = -b$, $\mathfrak{C} = 6$, $\gamma = -\frac{17}{5}b$, $\delta = \frac{11}{25}bb$, $\varepsilon = 0$, $n = b$, $\lambda = -\frac{2}{5}bb$, $\nu = 5$, $\rho = -3b$, $\pi = \frac{3}{5}bb$: d'où il suit que les trois équations auxiliaires, marquées dans l'article précédent, par (A), (B), (C), sont, dans cet Exemple, telles qu'on les voit ici en (A), (B) & (C).

$$(A)\ldots\ y^2 + \tfrac{1}{6}by + 5z^2 - \tfrac{3}{2}bz + \tfrac{1}{10}bb = 0.$$

$$(B)\ldots\ \overline{z - \tfrac{17}{60}b} \times y = \tfrac{1}{60}bb - \tfrac{1}{12}bz.$$

$$(C)\ldots\ y^2 - \tfrac{1}{2}by + zz - \tfrac{17}{30}bz + \tfrac{11}{150}bb = 0.$$

Le lieu de l'équation marquée par (A) est une Ellipse; celui de la seconde marquée par (B) est une Hyperbole entre ses Asymptotes, & celui de la troisiéme est encore une Ellipse.

Or, si l'on avoit décrit sur l'axe GP, de la ligne du 4.me ordre $MmBGCBDM$, les trois Sections coniques*, qui sont les lieux des trois équations précédentes (A), (B), (C), on verroit que ces trois Sections coniques se couperoint mutuellement sur leur axe GP, en un même point B, distant de G, origine des (z) de la grandeur $GB = \frac{1}{5}b$: ensorte qu'en ce point B de l'axe GP, commun aux trois courbes auxiliaires, on a dans les trois courbes $z = \frac{1}{5}b$ & $y = 0$.

* *On n'a point tracé ces trois Sections coniques dans la Figure 69, de crainte de la rendre trop confuse.*

Mais cette commune intersection, des trois courbes auxiliaires, tombe aussi sur la ligne du 4.me ordre $MmBGCBDM$, dont la nature est exprimée par l'équation $(Æ)$; car tous les termes de cette équation $(Æ)$ s'évanoüissent, lorsqu'on y substituë, au lieu de (z), la valeur $\frac{b}{5}$, & au lieu de l'indéterminée (u), la valeur (zero) qui convient à l'indéterminée (y) au point d'intersection B des trois Sections coniques auxiliaires.

Donc il est constant que la courbe $MmBCBDM$, qu'on suppose n'être connuë que par son équation $(Æ)$, a un point triple sur son axe GP, en un point B, distant de G, origine des (z), de la grandeur $GB = \frac{b}{5}$. *Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.*

REMARQUE I.

CLIV. Si l'on veut connoître la nature du point triple B, dont on vient de découvrir l'existence & la situation sur la courbe $MmBGCBDM$, on commencera (en conséquence de l'art. 54 du premier Mémoire, & de l'art. 137 de celui-ci), on commencera, dis-je, par différentier trois fois l'équation $(Æ)$, suivant la méthode de M. Bernoulli, il en résultera l'équation différentielle marquée ici par (Σ),

$$(\Sigma)\ldots \left.\begin{matrix}+120z\\-18b\end{matrix}\right\} dz^3 \left.\begin{matrix}+72u\\+6b\end{matrix}\right\} du\,dz^2 \left.\begin{matrix}+72z\\-\frac{102}{5}b\end{matrix}\right\} du^2\,dz \left.\begin{matrix}+24u\\-6b\end{matrix}\right\} du^3 = 0.$$

dans laquelle on substituëra au lieu de (z) & de (u) les valeurs trouvées (par l'article précédent) de l'abscisse & de l'ordonnée correspondantes au point triple B, qui sont* $z = \frac{1}{5}b$, & $u = 0$. Cette substitution donne l'égalité marquée ici par (P), *Art. 153.

$$(P)\ldots \frac{dz^3}{du^3} + \frac{dz^2}{du^2} - \frac{dz}{du} - 1 = 0,$$

dont les trois racines sont $\frac{dz}{du} = 1$, $\frac{dz}{du} = -1$, & $\frac{dz}{du} = -1$, ce qui fait voir que des trois tangentes de la courbe au point triple B, il y en a deux qui tombent exactement l'une sur l'autre, tandis que la troisiéme tangente θB, coupe les deux premiéres, à angles droits. D'où il suit, 1.° Que le point triple B, trouvé par l'article précédent, est un Rebroussement* par lequel il passe une troisiéme branche de la courbe. *Art. 137. n.° 2. 2.° Que les tangentes au point triple B, font avec l'axe GP, des angles TBP, & θBP de quarante-cinq degrés.

REMARQUE II.

CLV. Il est aisé de prouver, 1.° Que la droite ABT,

tangente de la courbe *MmBGCBDM* au point de rebrouſſement *B*, eſt le diametre de cette courbe.

2.° Qu'en prenant, ſur ce diametre *BA*, le point *A*; tel que *BA* ſoit $= \frac{b}{\sqrt{2}}$, ſi, par ce point *A*, on mene, parallelement à la tangente $B\theta$, la droite *DBC*, ſur laquelle on prenne, de part & d'autre du point *A*, les parties *AD*, *AC*, l'une & l'autre égales à $\frac{b}{\sqrt{2}}$, les points *D* & *C* ſeront ceux où la courbe a des tangentes paralleles à $B\theta$.

3.° Que toutes les droites, menées parallelement à *AD* entre les points *A* & *B*, rencontrent toûjours la courbe en quatre points.

4.° Que cette courbe rentre en elle-même, & ne s'étend pas le long de ſon diametre *BA* au de-là des points *A* & *B*, enſorte qu'elle ne forme qu'un double *Folium BmMDBBCGnB*, ce qui pourroit lui faire donner le nom de *Diphyllon*, pour
* *Art. 99. 2.d Mem.* la diſtinguer de l'Ovale bifoliée du 4.me ordre *.

EXEMPLE II.

CLVI. On demande s'il y a un point triple ſur la courbe
* Fig. 70. *MBmA**, dans laquelle le rapport des abſciſſes *GQ* (z) aux ordonnées *QM* (u) eſt exprimé par l'équation (Ω).

$$(\Omega)\ldots u^4 - 4bu^3 \left.\begin{matrix} +2zz \\ -6bz \\ +10b^2 \end{matrix}\right\} uu \left.\begin{matrix} -4bzz \\ +12bbz \\ -12b^3 \end{matrix}\right\} u \left.\begin{matrix} +\frac{5}{4}z^4 \\ -7bz^3 \\ +\frac{31}{2}b^2z^2 \\ -17b^3z \\ +\frac{33}{4}b^4 \end{matrix}\right\} = 0.$$

Puiſque dans cet Exemple on a $\Delta = 1$, $q = 0$, $A = -4b$, $\beta = 2$, $\gamma = -6b$, $\delta = 10b^2$, $\varepsilon = 0$, $\eta = -4b$, $\lambda = 12b^2$, $\mu = -12b^3$, $\nu = \frac{5}{4}$, $\rho = -7b$ & $\pi = \frac{31}{2}bb$;
* *Art. 152.* il eſt évident * que les équations des trois courbes *auxiliaires* ſeront telles qu'on les voit ici marquées par (*A*), (*B*) & (*C*).

$$(A)\ldots yy - 2by + \frac{15}{4}zz - \frac{21}{2}bz + \frac{31}{4}bb = 0.$$

$$(B)\ldots zy - \frac{3}{2}by - bz + \frac{3}{2}bb = 0.$$

$$(C)\ldots yy - 2by + \frac{1}{3}zz - bz + \frac{5}{3}bb = 0.$$

Or il eſt viſible, 1.° Que ces trois lignes *auxiliaires*, dont la premiére eſt une Ellipſe, la ſeconde une ligne droite parallele à l'axe GQ, la troiſiéme une autre Ellipſe; il eſt, dis-je, évident que ces trois lignes auxiliaires*, étant décrites ſur l'axe GQ de la courbe $MBmA$, ſe rencontrent toutes les trois en un point B, auquel l'abſciſſe $GT\,(z)$, commune aux trois lignes auxiliaires, eſt $=b$, & où l'ordonnée $BT\,(y)$ commune aux trois mêmes lignes eſt auſſi $y=b$.

* *On ne les a pas tracées dans la Figure 70, dans la crainte d'y cauſer trop de confuſion, mais il eſt aiſé de les ſuppléer.*

2.° Il eſt conſtant que ce point d'interſection B, des trois lignes *auxiliaires*, tombe ſur la ligne du 4.me ordre $MBmA$: car la ſubſtitution de b, au lieu de (z), & celle de b, au lieu de u, dans l'équation de la courbe, déſignée ci-deſſus par la caractériſtique (Ω), fait évanoüir tous les termes de cette équation.

Donc la courbe $MBmA$, dont la nature eſt exprimée par l'équation (Ω), a un point triple. Donc ſi l'on prend, ſur l'axe GQ, la partie $GT=b$, & ſur une droite TB, parallele à l'ordonnée principale GL & menée par le point T, la partie $TB=b$, le point B ſera le point triple de cette courbe $MBmA$. *Ce qu'il falloit faire voir par cet Exemple.*

REMARQUE I.

CLVII. Si l'on veut maintenant connoître la nature de ce point triple B, il faut* différentier trois fois l'équation (Ω) de cette courbe, il en réſultera l'équation ſuivante marquée par (Σ), dans laquelle on ſubſtitüera, au lieu de (z) & de (u),

* *Art. 54. 1.er Mem. & 137.*

$$(\Sigma)\ldots\left.\begin{matrix}+6u\\-6b\end{matrix}\right\}du^3\left.\begin{matrix}+6z\\-9b\end{matrix}\right\}dz\,du^2\left.\begin{matrix}+6u\\-6b\end{matrix}\right\}dz^2du\left.\begin{matrix}+\frac{15}{2}z\\-\frac{21}{2}b\end{matrix}\right\}dz^3=0.$$

leurs valeurs au point triple B, qui ſont* $z=b$ & $u=b$. Cette ſubſtitution réduit l'équation (Σ) à celle que l'on voit ici en (P), dont les trois racines ſont $\frac{dz}{du}=0$, $\frac{dz}{du}=\sqrt{-1}$,

* *Art. précéd.*

$$(P)\ldots\ldots\frac{dz^3}{du^3}+\frac{dz}{du}=0.$$

& $\frac{dz}{du}=-\sqrt{-1}$, ce qui fait voir que des trois tangentes de la courbe au point triple B, il y en a deux imaginaires

* Art. 54. 1.er Mem. & 137. n.° 3. & une réelle, & par conséquent que ce point triple B* est causé par l'adhésion d'une ovale infiniment petite sur une des branches de la courbe. Mais, puisque la racine réelle, de l'équation *(P)*, est $\frac{dz}{du} = 0$, il est visible que la tangente réelle, du point triple B, est parallele à l'ordonnée principale GL, & qu'elle se confond par conséquent avec l'ordonnée particuliére BT.

REMARQUE II.

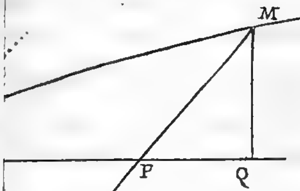
CLVIII. On peut remarquer ici, au sujet de cette courbe, 1.° Que la droite BA, menée par le point triple B, parallelement à l'axe GQ, est le diametre de la courbe $MBmA$, dont la nature est exprimée par l'équation (Ω) *. (* Art. 156.)

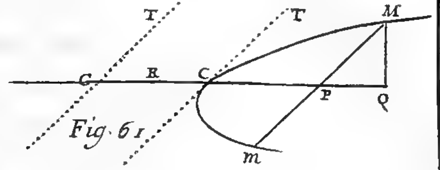
2.° Qu'en prenant sur le diametre BA, du côté où les (z) sont positifs, le point A, tel que BA soit $= \frac{8}{5} b$, le point A est celui où la courbe coupe son diametre parallelement à l'ordonnée principale GL.

3.° Que toutes les droites menées, parallelement à cette ordonnée principale GL, entre les points B & A, rencontrent toûjours la courbe en deux points M & m; au lieu que toutes les droites menées, parallelement à cette ordonnée principale GL, au de-là du point A, du côté où les abscisses sont positives, ou au de-là du point B, du côté où les abscisses sont négatives, ou bien entre les droites BT, GL, ne rencontrent jamais la courbe, à quelques distances qu'elles soient des points A & B. D'où il suit que la courbe en question n'a que deux branches BMA, BmA, qui se réünissent en A & en B, & une ovale infiniment petite, adhérante en B; ensorte que cette courbe pourroit être nommée *Ovale ponctuée* du 4.me ordre, à cause qu'il y a, en B, une ovale infiniment petite, qui y est, pour ainsi dire, réduite en un seul point.

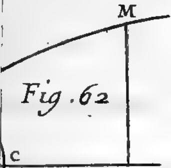
AVERTISSEMENT.

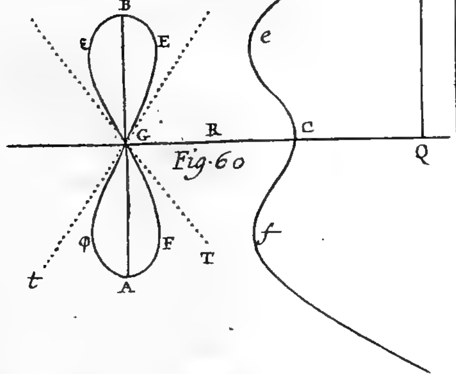
Nous finirons ici la théorie des Points multiples, dont les Lignes du 4.me ordre sont susceptibles, en avertissant néantmoins que ce qu'on

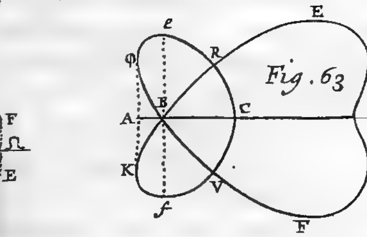

M
P
Q
9
m

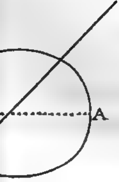

T
T
M
G
R
C
P
Q
Fig. 61
m

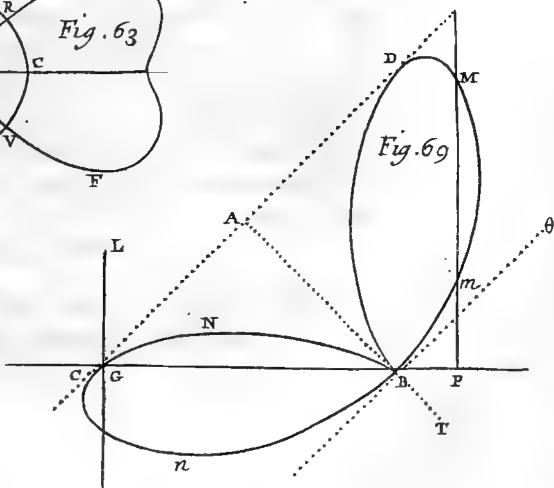

M
Fig. 62
C

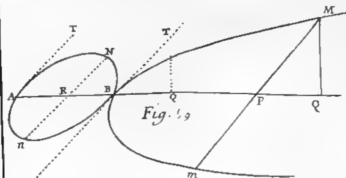

m

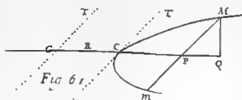

M
B
E
e
G
R
C
Q
Fig. 60
φ
F
f
t
A
T

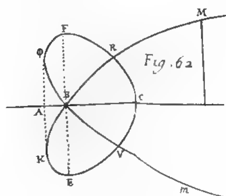

E
e
R
φ
Fig. 63
B
A
C
F
E
K
V
f
F

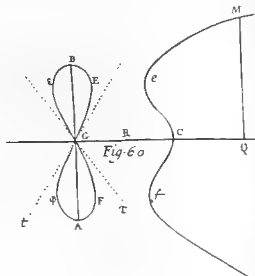

A

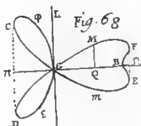

D
M
Fig. 69
A
θ
L
m
N
C
G
B
P
T
n

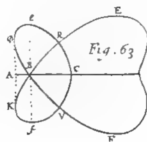


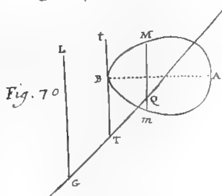


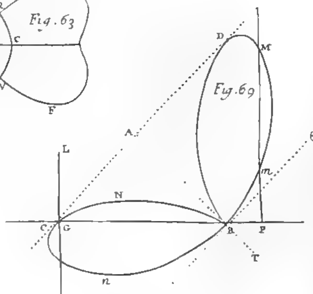












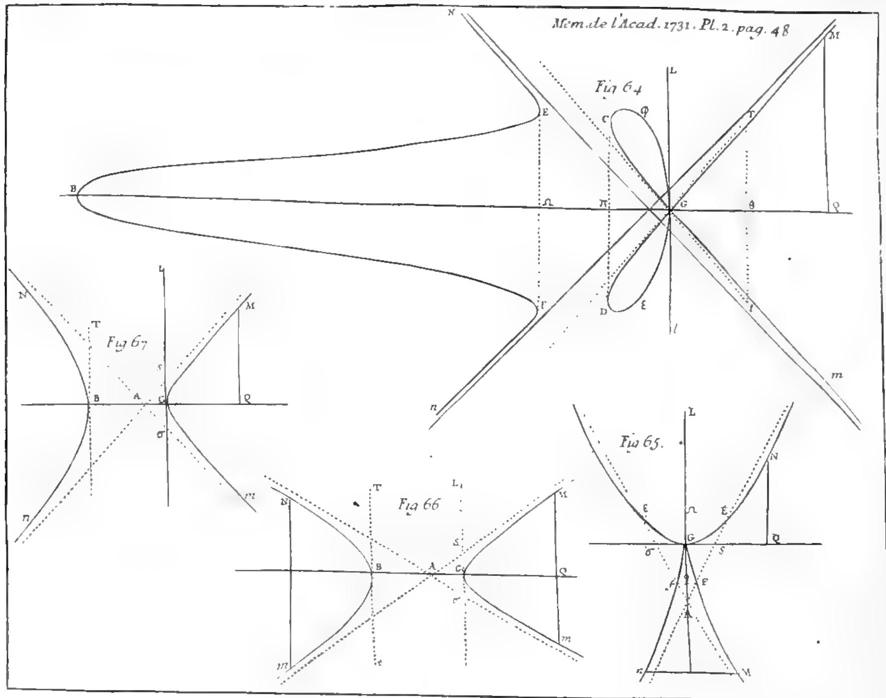
Simonneau Sculp.

Fig. 64.

Fig. 65.

.66.

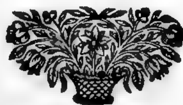
Simonneau Sculp.



Mem. de l'Acad. 1731. Pl. 2. pag. 48
Fig 64
Fig 65.
Fig 66
Fig 67

qu'on a dit (Proposition VII.) * *sur la maniére de trouver si une Ligne du 4.me ordre a un, deux, ou trois points doubles, &* * Art. 90. 1.er Mem. *(Proposition XIII.)* * *sur la maniére de trouver si une Ligne* * Art. 152. *du 4.me ordre à un point triple, peut s'appliquer aux Lignes algébriques d'un ordre quelconque. Il n'est même pas difficile de voir, 1.° Que la méthode indiquée dans l'art. 152 de ce Mémoire, pour trouver si une Ligne donnée du 4.me ordre à un point triple, peut aisément s'appliquer à ce Probleme général :* Une Ligne algébrique de l'ordre n étant donnée, trouver si elle a un point multiple de l'ordre $n-1$. *2.° Que la méthode, indiquée dans l'art. 90 du second Mémoire, pour trouver si une Ligne algébrique du 4.me ordre à des points doubles, peut aisément s'appliquer à ce Probleme général :* Une Ligne algébrique du n^e ordre étant donnée, trouver si elle a des points multiples, dont la multiplicité soit exprimée par $n-2$. *3.° Enfin qu'on peut, en suivant la route qu'on a tenuë dans la Solution des Problemes des art. 90 & 152, trouver celle qu'il faut tenir pour arriver à la Solution de celui-ci :* Une Ligne algébrique du n^e ordre étant donnée, trouver si elle a des points multiples, dont la multiplicité soit exprimée par $n-3$, ou par $n-4$, ou bien par $n-5$, ou par $n-6$, & ainsi des autres.

On donnera, dans les Sections qui suivront ce Mémoire, l'Enumération des Lignes du 4.me ordre, tout ce qu'on a dit jusqu'ici n'étant encore que les Principes généraux sur lesquels cette énumération est fondée. Il n'a pas été possible de faire imprimer tout l'ouvrage dans les Mémoires d'une même année.



DE L'ADHÉRENCE DES PARTIES DE L'AIR ENTR'ELLES,

Et de leur adhérence aux Corps qu'elles touchent.

Par M. PETIT le Médecin.

10 Février 1731.

DE toutes les choses néceſſaires pour la continuation de nôtre vie, il n'y en a point de plus importante que l'Air. Nous pouvons vivre pluſieurs jours ſans boire & manger, mais nous ne pouvons reſter que quelques moments ſans reſpirer. Il faut néceſſairement de l'Air, pour conſerver la circulation du Sang & des Eſprits, en quoi conſiſte la vie. Ce fluide nous environne toûjours, nous y ſommes comme dans un bain perpétuel; il fait la principale partie de l'Atmoſphere; il y eſt mêlé avec des parties aqueuſes, ſalines, ſulfureuſes, terreſtres, &c.* entre leſquelles coule la matiére éthérée qui en eſt, pour ainſi dire, l'ame, & qui avec l'Air, les entretient toutes en mouvement. Il entre dans la compoſition de tous les Corps animés & inanimés. C'eſt l'Air, aidé de la matiére éthérée, qui produit les changements qui leur arrive. C'eſt par ſon reſſort qu'il produit les ébullitions, les fermentations, les fulminations. Il eſt le principal agent dans la génération, la nourriture, l'accroiſſement, & le mouvement des Animaux, des Plantes & des Minéraux.

Toutes les nouvelles connoiſſances que nous pouvons nous procurer ſur les propriétés de l'Air nous ſeront toûjours importantes. Nous connoiſſons ſon reſſort qui fait ſa condenſation & ſa rarefaction, & par lequel il opére tant de merveilles. Nous allons faire voir dans ce Mémoire, par des expériences, que les parties de l'Air ſont adhérentes à

* *V. Boyle tom. 1. ſuſpic. de latentib. quibuſdam qualitat. aëris, p. 1,* où il dit qu'il n'y a peut-être point dans la Nature de corps plus hétérogene.

tous les Corps qu'elles touchent, & sont aussi adhérentes entr'elles.

Il y a peu de personnes qui ne se soient apperçûës des bulles d'air qui se forment au fond des vases dans lesquels on met de l'eau, & sur les corps que l'on jette dans cette eau, mais on n'a pas poussé plus loin cette observation.

L'attention que j'ai à tout ce qui se passe dans mes expériences, m'a fait appercevoir, en faisant des dissolutions de Sels, qu'il se formoit des bulles d'air sur la superficie de ces Sels au fond de l'eau, mais encore qu'il s'élevoit de temps en temps quelques-unes de ces bulles qui enlevoient perpendiculairement avec elles des molécules de Sel jusqu'à la superficie de la liqueur où les bulles se dissipoient, & les molécules des Sels retomboient au fond de la liqueur. Cela se voit bien dans la dissolution de Sel armoniac, & dans la dissolution de Sublimé corrosif. J'ai observé la même chose dans la dissolution du Fer, du Zinc, des Yeux d'Ecrevisse, du Corail, de la Chaux, dans l'Esprit de Vitriol : mais pour le bien voir, il faut tempérer ce dissolvant avec égale partie d'eau ; car lorsqu'il est pur, il agit d'une maniére confuse & tumultueuse, l'ébullition empêche que l'on ne distingue les parties métalliques ou terrestres enlevées par les parties d'air.

On observe plusieurs choses dans ces expériences. 1.° Les bulles d'air sont toûjours plus grosses que les molécules de Sels & de Métaux qu'elles enlevent. 2.° Les bulles d'air les plus grosses enlevent de plus grosses molécules. Il y a des bulles qui ont jusqu'à une ligne & demie de diametre, qui enlevent des molécules de Sels de demi-ligne d'épaisseur. 3.° Les bulles d'airs s'étant élevées à la superficie de la liqueur, se dissipent en se réünissant à l'air extérieur, & les molécules que ces bulles ont enlevées, se précipitent dans le moment au fond de la liqueur *. 4.° Lorsque les bulles d'air ne se

* *V. Leeuwenhoek, tom. 2. pag. 3.* où il parle de la quantité d'air qui sort d'un morceau d'Yeux d'Ecrevisse gros comme un grain de Sable très-fin, & qui est élevé à la superficie de la liqueur par ces bulles, & qui retombe au fond après que les bulles sont dissipées.

diſſipent pas, comme il arrive quelquefois, les molécules de Sel ou de Métal ne ſe précipitent pas, & reſtent attachées aux bulles d'air. 5.° Il y a des molécules qui ſe précipitent avant qu'elles ſoient parvenuës à la ſuperficie de la liqueur. Elles abandonnent les bulles d'air qui continüent leur chemin juſqu'à la ſuperficie de la liqueur; ce qui arrive lorſque les bulles d'air n'ont pas une groſſeur proportionnée à la peſanteur des molécules, qui ſe trouvant trop peſantes, ſe ſéparent facilement des bulles d'air. Cela ſe rencontre fréquemment dans la diſſolution des Métaux, & rarement dans la diſſolution des Pierres & des Sels. C'eſt pour cette même raiſon qu'il y a des bulles d'air qui reſtent au fond de la liqueur, attachées aux molécules des Sels & des Métaux, trop peſantes pour être enlevées par la bulle. 6.° Lorſque les bulles ſont fort groſſes, & qu'elles enlevent des molécules peſantes, il eſt facile de s'appercevoir que ces bulles ſont un peu allongées de haut en bas.

Après cela il n'eſt pas difficile de découvrir la raiſon pourquoi les bulles d'air enlevent avec tant de facilité des molécules de corps ſolides, malgré la peſanteur ſpécifique de ces corps par rapport à celle de l'air, qui eſt le corps le plus léger que nous connoiſſons. C'eſt par cette même légereté qu'il enleve ces molécules, mais il ne peut le faire ſans que les bulles ne ſoient, pour ainſi dire, attachées aux molécules des corps par l'adhérence qu'ils ont contractés enſemble au moment de leur contact. Les molécules ne ſont adhérentes qu'à quelques-unes des particules de l'air qui compoſent les bulles, il eſt facile de s'en convaincre par la vûë, il faut donc que les particules de l'air ſoient adhérentes les unes aux autres, ſans quoi la peſanteur des molécules les ſépareroit facilement, & ces molécules ne pourroient être enlevées, il faut même que cette adhérence ſoit forte pour ſoûtenir le poids que les bulles d'air enlevent.

Il ſe forme des bulles ſur d'autres corps que ſur les Sels. Il s'en forme de groſſes ſur le Fer, l'Antimoine, de moyennes ſur le Zinc, le Biſmuth, le Cuivre, l'Etain, le Plomb, les

Pierres & tous les Corps pierreux, & principalement ſi on ſe ſert de morceaux caſſés ou rompus. Il ne ſe forme point, ou très-peu de bulles apparentes ſur l'Or, l'Argent, l'Etain, le Plomb, le Fer, & généralement ſur tous les Métaux qui ont été polis & planés, & ſur le Mercure. L'on n'en apperçoit point ſur le Verre, à moins qu'il ne ſoit caſſé, & pour lors il s'en forme ſur les caſſures. C'eſt ce qui fait qu'il ne s'en forme point d'apparentes ſur la ſuperficie interne des fioles dans leſquelles on met de l'eau, à moins qu'il n'y ait de la craſſe, ou quelque bulle de Verre qui produiſe quelque inégalité où il ſe forme des bulles d'air. C'eſt ce que j'ai remarqué, en faiſant les expériences ſuivantes.

J'ai pris pluſieurs petites fioles, j'y ai mis de l'eau juſqu'au bas du goulot. J'ai ajoûté dans l'une des pointes de clous neufs de maréchaux, les clous ſe ſont garnis de bulles d'air; j'ai ſecoüé la fiole, les bulles ont quitté le Fer, & ſe ſont élevées à la ſuperficie de la liqueur où elles ſe ſont diſſipées. Si on a pris garde à l'endroit où l'eau étoit élevée dans le goulot, on remarque qu'après avoir diſſipé les bulles, l'eau eſt baiſſée aſſés conſidérablement.

J'ai mis dans une autre fiole de l'Antimoine caſſé en petits morceaux, il s'y eſt formé de groſſes bulles d'air, dont quelques-unes avoient 1 ligne $\frac{1}{2}$ ou environ de diametre. Il y en avoit d'autres plus petites; ces bulles étoient ſi adhérentes, que l'on avoit beaucoup de peine à les détacher par les ſecouſſes que l'on donnoit à la fiole, malgré la groſſeur des bulles qui ſe diſſipent, & ſe détachent facilement des autres corps à la moindre ſecouſſe que l'on donne à la fiole.

J'ai mis dans d'autres fioles, du Zinc, du Biſmuth, du Cuivre, de l'Argent, de l'Etain, du Plomb, caſſés ou rompus par morceaux, qui n'ont pas produit de ſi groſſes bulles que le Fer & l'Antimoine, il n'en paroiſſoit point du tout ſur les parties de ces corps qui étoient bien polies. Nous verrons dans la ſuite de ce Mémoire qu'il y en a, mais elles ſont ſi petites qu'elles échappent à la vûë.

Il s'agit préſentement de chercher la raiſon pourquoi il

ſe forme de ſi groſſes bulles ſur les corps qui ont la ſuperficie inégale. Cette inégalité ne conſiſte que dans des élevations & des enfoncements dans leſquels l'air ſe loge, & y reſte attaché. Auſſi-tôt que ces corps ſont ſous l'eau, ils ſont comprimés dans toute leur ſurface, l'eau peſe deſſus, & par conſéquent ſur l'air qui y eſt attaché, elle pouſſe cet air de tous les côtés, elle le chaſſe de tous les endroits les moins raboteux, ſelon qu'ils ſont plus ou moins inclinés ; enfin de quelque maniére que l'eau agiſſe ſur l'air, elle le preſſe, & le raſſemble en des molécules qui, aidées par la preſſion de la matiére ètherée, les rendent ſphériques, ou à peu près ſphérique, & dont la partie inférieure & latérale eſt attachée dans le fond des petites cavités de ces corps. Il ne faut pas s'étonner ſi les bulles ſont d'autant plus groſſes que ces cavités ſont grandes, car pour lors elles aſſujettiſſent d'autant plus de parties d'air. Il n'y a que des bulles très-fines ſur des corps polis, parce que la preſſion eſt égale dans toute l'étenduë de la ſurface, & qu'elles n'y ſont adhérentes que par des baſes très-étroites.

J'ai dit que l'eau pouſſe & raſſemble l'air en bulle, en le détachant de la ſuperficie des corps polis. Voici des expériences qui peuvent appuyer cette conjecture.

Je prends une boule de Verre de Thermometre, dont le col a environ 1 pouce de longueur, & 2 lignes de diametre intérieur. J'attache avec du maſtic un plomb au bas de la boule pour la tenir facilement dans l'eau ; je plonge cette bouteille, le col en bas, dans le col d'une autre bouteille pleine d'eau. Je remarque, 1.° Que l'eau repouſſe l'air dans le goulot, à proportion de la profondeur où l'on met le goulot de la bouteille, par la compreſſion que l'eau y fait. 2.° Que l'eau qui touche l'air dans le goulot fait d'abord un plan avec l'air, après quoi on s'apperçoit que l'eau pouſſe l'air, & le chaſſe de la ſurface interne du goulot. Si le goulot eſt bien ſec, cet air devient peu à peu convexe, & l'eau qui le touche eſt concave.

Il n'arrive pas la même choſe, ſi l'on plonge la bouteille le goulot en haut. L'eau qui peſe ſur l'air ne le condenſe pas

comme dans l'expérience précédente, mais l'on voit dans cette derniére que l'eau détache peu à peu les parties de l'air de la surface interne du goulot de la bouteille.

Si l'on se sert de bouteilles, dont le goulot soit plus de 2 lignes de diametre, comme de 2 lignes $\frac{1}{2}$ & plus, l'eau s'écoule peu à peu dans le fond de la bouteille, & pousse l'air au dehors du goulot, où il fait un mammelon, qui ayant plus de liberté de se dilater que dans le goulot où il est contraint, se détache tout d'un coup, & dans ce moment on voit très-clairement l'eau qui s'écoule dans le globe de la bouteille entre l'air & la surface interne du globe, puis l'eau coule plus doucement, & d'une maniére presque invisible, & recommence à repousser l'air au dehors jusqu'à ce qu'il s'en sépare une bulle. Ainsi l'air sort de la bouteille par vibrations qui se font d'autant plus vîte que le goulot est plus large; si l'on examine ce goulot par sa partie supérieure, on remarque un espace entre l'air & la surface interne du goulot.

Ce qui prouve encore ce que je viens de dire, c'est que si la bouteille que l'on plonge dans l'eau est bien séche intérieurement, la premiére vibration est plus long-temps à se faire, parce qu'il faut un peu de temps pour que l'eau puisse détacher l'air de la surface du Verre.

Quelques Phisiciens ont dit que les corps qui tombent dans l'eau y entraînent de l'air, & qu'ils en entraînent d'autant plus que ces corps sont gros, & qu'on les laisse tomber de plus haut, ce qu'ils ont remarqué en faisant des expériences avec des balles de Plomb. Il est bien vrai que ces corps entraînent de l'air avec eux, mais il n'y a point de proportion entre la petite quantité d'air que ces corps entraînent avec eux, & la grosseur & la quantité de bulles qui s'élevent de l'eau en laissant tomber de fort haut une balle de Plomb dedans; ce n'est point cet air qui produit ces grosses bulles. En voici la cause.

Plus les corps qu'on laisse tomber dans l'eau sont gros, plus il s'éleve d'air de l'eau, & il s'en éleve d'autant plus qu'on les laisse tomber de plus haut, qu'ils sont d'une matiére

plus pesante, & que leur superficie est plus inégale; mais on n'a pas pris garde, 1.° Que plus les corps sont gros, & qu'ils tombent de plus haut, plus ils frappent rudement la superficie de l'eau qu'ils écartent avec d'autant plus de force & de quantité sur les côtés du vase, d'où elle revient vers le milieu, en formant une espece d'arc ou de voûte qui fait qu'elle enveloppe d'autant plus d'air que cet arc est grand. 2.° Que cet air enveloppé forme plusieurs bulles plus ou moins grosses, qui suivent ce corps à proportion de leur grosseur : les plus petites le suivent plus profondément dans l'eau, & les plus grosses s'élevent avec plus de vîtesse à la superficie de l'eau, & ce qui prouve que c'est l'eau écartée qui enveloppe beaucoup d'air en revenant sur elle-même, c'est que si on les laisse tomber doucement & très-près de la superficie de l'eau, il ne s'éleve que peu ou point de bulles, & il se trouve des petites bulles formées sur ces corps au fond de l'eau, comme nous l'avons dit ci-dessus.

Ce n'est donc point l'air adhérent aux corps que l'on laisse tomber dans l'eau, ou celui qu'ils entraînent, qui produit ces grosses bulles; car si l'on moüille ces corps, & que par ce moyen on chasse tout l'air qui y est adhérent, avant de les laisser tomber dans l'eau, ils ne laissent pas de produire la même quantité de bulles qu'ils ont produit étant secs, suivant les différentes hauteurs qu'on les laisse tomber.

Il ne se forme point de bulles sur les corps secs qu'on laisse tomber à ces hauteurs dans l'eau, comme il s'en forme lorsqu'on les y laisse tomber près de la superficie de l'eau & doucement, parce que l'air attaché à ces corps en est chassé en frappant l'eau rudement, & par le mouvement & les secousses excitées dans l'eau.

Puisque l'air se rend adhérent à la superficie des Métaux, on ne doit plus être étonné de voir nager sur l'eau des Aiguilles de Fer & d'Acier que l'on y expose doucement, quoique le Fer & l'Acier soit sept fois & demi ou environ plus pesant que l'eau.

Si l'on examine bien une Aiguille qui nage sur l'eau, on remarque,

remarque, 1.° Qu'elle y eſt un peu enfoncée par ſa peſanteur, qui forme autour de l'Aiguille une courbure à l'eau, & dénote la preſſion que l'Aiguille fait par ſon poids, qui fait effort pour diviſer les parties de l'eau qui ſont adhérentes entr'elles, & qui réſiſtent à leur diviſion. On remarque, 2.° Qu'il n'y a que le deſſous de l'Aiguille qui touche l'eau qui s'y eſt renduë adhérente, en chaſſant & pouſſant les parties d'air vers les côtés où l'on voit les inégalités qu'elles produiſent ſur l'eau, & qui empêchent les parties de l'eau de s'y attacher. Il y a donc deux cauſes qui font nager l'Aiguille ſur l'eau. 1.° L'adhérence des parties de l'eau entr'elles qui réſiſte au poids de l'Aiguille qui fait effort pour la diviſer. 2.° L'adhérence des parties de l'air autour de l'Aiguille qui empêche les parties de l'eau de la ſurmonter, ce qui eſt abſolument néceſſaire pour faire couler l'Aiguille au fond de l'eau.

Si l'on retranche une de ces deux cauſes, l'Aiguille tombera au fond de l'eau. 1.° Il n'y a qu'à trouver le moyen d'empêcher que les parties de l'eau ne ſoient point ſi adhérentes entr'elles, & pour cela il faut faire chauffer l'eau ; la rarefaction que la chaleur produit dans l'eau, en écarte un peu les parties les unes des autres, elles ont pour lors moins d'adhérence ou point du tout entr'elles, & ſont diviſées avec facilité par le poids de l'Aiguille qui tombe au fond de l'eau.

2.° Si l'on humecte l'Aiguille avec de l'eau avant de la poſer ſur l'eau, elle ne pourra jamais s'y ſoutenir pendant une demi-ſeconde. Qu'a-t-on fait en moüillant l'Aiguille? on a chaſſé les parties de l'air qui y étoient adhérentes, & l'eau a pris la place de l'air ; ainſi l'eau qui n'a plus d'air à chaſſer de la ſurface de l'Aiguille, la ſurmonte facilement, s'y éleve, appuye deſſus, & la précipite au fond de l'eau. On produit le même effet en chauffant l'Aiguille, car la chaleur en rarefiant l'air, augmente le mouvement de ſes parties les unes à l'égard des autres, il perd une partie de ſon adhérence avec le Fer, & en eſt chaſſé facilement par l'eau.

Les corps nagent avec d'autant plus de facilité ſur l'eau, qu'ils ont plus de ſurface par rapport à leur peſanteur, non ſeulement parce qu'il y a une plus grande quantité de parties d'air adhérente à ces corps, mais encore parce qu'ils ont plus de parties d'eau à diviſer. J'ai mis des Epingles ſur l'eau, qui peſoient deux grains, & qui avoient 16 à 17 lignes de longueur, elles ont nagé ſur l'eau; mais celles qui peſoient 3 grains, & qui n'avoient pas plus de longueur, n'ont pû s'y ſoûtenir, néantmoins des lames de Cuivre d'un bien plus grand poids, s'y ſont ſoûtenües à cauſe de leur grande ſurface. J'ai pris une lame de Cuivre épaiſſe d'un quart de ligne, large de 2 lignes $\frac{3}{4}$, longue de 4 pouces, c'eſt 396 lignes, qui font 2 pouces $\frac{3}{4}$ de ſurface, elle peſoit 30 grains, elle a nagé ſur l'eau, néantmoins un filet de Cuivre quarré qui peſoit 28 grains, épais d'une ligne, long de 4 pouces, n'a pû nager ſur l'eau, parce qu'il a moins de ſurface.

Une autre lame de Cuivre, longue de 6 pouces, large de 7 lignes, c'eſt 504 lignes de ſurface, qui font 3 pouces $\frac{1}{2}$, épaiſſe d'un demi-tiers de ligne, qui peſoit 2 gros 25 grains, a fort bien nagé ſur l'eau.

Après ces expériences on ne ſera pas étonné de voir nager ſur l'eau des corps de moindre poids & d'une bien plus grande étendüe & de ſurface.

Il y a environ cinq ans que je communiquai à M. de Reaumur mes expériences ſur l'adhérence des parties de l'air; il me dit qu'en faiſant des expériences avec des feüilles d'Or, il en avoit mis une ſur l'eau, elle y nageoit très-bien, & ne put couler à fond quelque choſe qu'il pût faire. Il mit ſur cette feüille de la grenaille de Plomb une certaine quantité qu'elle ſoûtint fort bien ſur l'eau, mais en ayant mis davantage, elle coula à fond, enſuite il remarqua que les coins de cette feüille, où il n'y avoit point de grenaille, s'élevoient du fond de l'eau vers ſa ſuperficie. Il fit l'expérience d'une autre maniére. Il mit une feüille d'Or au fond d'un vaiſſeau, il la chargea de grenaille de Plomb, & n'en mit point ſur les coins, il verſa de l'eau dans ce vaiſſeau, la feüille d'Or reſta au fond, mais les coins ſe releverent.

J'ai répété les mêmes expériences non ſeulement avec des feüilles d'Or, mais auſſi avec des feüilles d'Argent, de Cuivre, d'Etain & de Plomb. J'ai pris une feüille d'Or quarrée qui avoit 3 pouces 3 lignes de largeur, cela fait 10 pouces $\frac{1}{2}$ de ſurface, elle peſoit $\frac{1}{5}$ de grain*. Je l'ai miſe ſur l'eau, je l'ai chargée de petites piéces de Cuivre en filets & en plaques, elle a ſoûtenü la peſanteur de 4 gros, mais en ajoûtant quelque choſe de plus, elle a coulé à fond. Elle en ſoûtiendroit davantage, ſi ces feüilles ne ſe fendoient pas avec tant de facilité. Il faut ſe ſervir de piéces de Cuivre, ou d'autre métail, menües & longues, & les bien ranger dans toute l'étendüe de la feüille, & de cette maniére elles ſoûtiennent un plus grand poids. J'ai mis une feüille d'Or au fond du vaiſſeau, ſans la charger d'aucun poids; j'ai verſé de l'eau dans le vaiſſeau, la feüille s'eſt élevée dans le moment ſur l'eau, quelque précaution que j'aye pris pour verſer l'eau le plus doucement qu'il a été poſſible; bien plus, c'eſt que j'ai placé cette feüille au fond du vaiſſeau, je l'ai chargée juſqu'à un certain point, j'ai verſé de l'eau dans le vaſe, la feüille s'eſt élevée ſur l'eau, & a enlevé le poids dont elle étoit chargée. Si on la charge d'un plus grand poids, & ſeulement le milieu, de la maniére dont je viens de le dire, ſi on verſe l'eau doucement, la feüille reſte au fond, mais les bords n'étant point chargés, ſe relevent vers la partie ſupérieure de la liqueur. J'ai examiné la ſurface de ces coins avec une bonne Loupe, j'y ai vû, mais fort obſcurément, de petites bulles d'air plus fines les unes que les autres, & en petite quantité. On ne les voit pas en Hyver comme en Eté, ou très-peu, à cauſe de la condenſation de l'air: il y en a ſans doute un bien plus grand nombre, que l'on ne peut appercevoir à cauſe de leur extrême petiteſſe.

J'ai fait la même expérience avec une feüille d'Argent

* Boyle, au rapport de Graveſende, *tom. 1. p. 7.* dit que 50 pouces quarrés de feüilles d'Or peſent ſeulement un grain.

M. de Reaumur a trouvé qu'un grain d'Or battu en feüilles avoit une étendüe de 36 pouces quarrés & demi & 24 lignes quarrées. *Mem. de l'Acad. 1713. p. 203.*

quarrée, qui avoit 3 pouces 6 lignes de largeur, ce qui fait 12 pouces $\frac{1}{4}$ de surface, elle pesoit demi-grain; étant chargée, comme je l'ai dit, de la feüille d'Or, elle a soûtenu le poids de 5 gros $\frac{1}{2}$. J'ai mis une pareille feüille au fond du vaisseau que j'ai chargée de 6 gros pesants, les bords se sont relevés comme celle de l'Or, après y avoir versé de l'eau, & restent en cet état tant qu'on n'y touche pas. Je les ai facilement abbaissées & assujetties au fond du vase, mais pour peu que l'on remüe le vaisseau, ou l'eau qui est dedans, les bords de la feüille se relevent & se tiennent relevés.

Les feüilles de Cuivre ont produit le même effet. Elles ne pesent pas plus que celles de l'Argent, elles sont néantmoins plus fermes, & ne se cassent pas avec tant de facilité que celles de l'Or, de l'Argent & de l'Etain, c'est ce qui fait qu'étant étendües sur l'eau, on peut les charger d'un plus grand poids. Une de ces feüilles soûtient environ une once pesant sans couler à fond.

Une feüille d'Etain, longue de 3 pouc. $\frac{1}{2}$, large de 3 pouc. 7 lignes, cela fait 13 pouces $\frac{100}{144}$, à peu-près $\frac{2}{3}$ de surface, pesant 6 grains, a soûtenu le poids d'un peu plus de 6 gros.

Une feüille de Plomb, qui avoit 3 pouces 6 lignes de largeur, ce qui fait 12 pouces $\frac{1}{4}$ de surface, & qui pesoit 14 grains, a nagé sur l'eau, & y a soûtenu le poids de 7 gros. J'ai mis une de ces feüilles au fond du vaisseau, je ne l'ai chargée d'aucun poids, j'ai versé de l'eau très-doucement, la feüille est restée en cet état, mais sans cette précaution la feüille s'éleve sur l'eau, & y reste. Si sans charger les coins de cette feüille, on la tient assujettie au fond de l'eau avec un poids, les coins se relevent en versant l'eau un peu moins doucement, mais ils retombent peu-à-peu, ce qui n'arrive pas aux feüilles d'Or, d'Argent, de Cuivre & d'Etain.

A considérer la grande surface de ces feüilles, joint à la légereté dont elles sont, il semble d'abord qu'elles peuvent être soûtenües par la seule adhérence des parties d'eau entre elles qui résistent à leur division ; mais il est difficile de bien comprendre comment ces feüilles, étant posées au fond du

vaisseau, se relevent sur l'eau que l'on verse dans ce vaisseau, principalement si l'on verse l'eau dessus la feüille d'Or, ensorte qu'elle la couvre entiérement avant qu'elle puisse se relever, & comment elles se relevent chargées d'un poids assés considérable qu'elles enlevent avec elles. Il semble que lorsque ces feüilles sont une fois recouvertes d'eau, la même adhérence des parties d'eau, jointe à leur poids, devroit empêcher ces feüilles de se relever, de même qu'elle les empêche de tomber au fond, lorsqu'elles sont sur l'eau; car l'adhérence des parties de l'eau doit avoir la même force pour résister à l'élévation de la feüille, qu'elle en a pour empêcher ces feüilles d'Or d'être précipitées par leur pesanteur spécifique, qui est dix-neuf fois plus forte que celle de l'eau, il faut donc qu'il y ait quelque autre force qui oblige ces feüilles de s'élever. Cette force n'est sans doute autre chose que des molécules d'air assés fines pour échapper à nôtre vûë, & qui, toutes invisibles qu'elles sont, ne laissent pas de vaincre par leur légereté la pesanteur de ces corps. Voici une expérience qui peut appuyer ma pensée. J'ai pris une feüille d'Or, je l'ai chiffonnée entre mes doigts, j'en ai fait un peloton, que j'ai pressé de toutes sortes de maniéres, je l'ai jetté dans l'eau, j'ai fait ce que j'ai pû pour le faire aller au fond, il a toûjours nagé sur l'eau. Je me suis bien imaginé qu'il y avoit encore beaucoup de parties d'air que je ne pouvois chasser par ce moyen, car je ne faisois au plus que les presser avec mes doigts, & supposé que je l'eusse chassé, il en revenoit s'attacher de nouveau aussi-tôt que je retirois mes doigts de dessus le peloton, ce qui m'a obligé de presser ce peloton dans l'eau pour l'humecter, & pour chasser par ce moyen, tout l'air qui pouvoit y être encore adhérent; je l'ai remis dans l'eau, il est tombé au fond. La chose a réüssi de même avec des feüilles d'Argent, de Cuivre, d'Etain, mais pour la feüille de Plomb, après l'avoir un peu chiffonnée sans l'humecter, elle est tombée au fond de l'eau, & y est restée.

Les expériences que j'ai faites avec l'huile d'Olive & l'huile

d'Amande douce, prouvent encore aſſés bien que la ſeule adhérence des parties d'eau entr'elles ne peut faire nager ſur l'eau des feüilles d'Or & d'Argent chargées d'un poids médiocre. Ces huiles ont moins de fluidité que l'eau commune; elles paroiſſent plus viſqueuſes; les parties qui les compoſent, ont ſans doute plus d'adhérence entr'elles que celles de l'eau, & quoique ces huiles ſoient plus légeres que l'eau (elles ſont à l'eau environ comme 12 à 13, l'huile d'Amande douce eſt pourtant un peu plus peſante que l'huile d'Olive) je comptois que l'adhérence de leurs parties ſuppléeroit à leur légereté. Les feüilles d'Or & d'Argent ont fort bien nagé ſur ces huiles, mais il n'a fallu qu'un filet de Cuivre peſant deux grains pour couler à fond une feüille d'Or quarrée qui avoit 16 lignes de largeur, c'eſt 256 lignes de ſurface, ce qui fait environ un pouce $\frac{3}{4}$. Il n'a fallu que 10 grains peſants de filets de Cuivre pour couler à fond une feüille d'Argent quarrée qui avoit 20 lignes de largeur, c'eſt 400 lignes de ſurface, qui font 2 pouces $\frac{3}{4}$ ou environ.

Lorſque ces feüilles ont été au fond de l'huile, leurs coins ſe ſont relevés, & ont reſté en cet état.

J'ai mis de pareilles feüilles au fond d'une terrine de terre verniſſée ſans les charger d'aucun poids, j'ai verſé de l'huile d'Amande douce deſſus, les feüilles ſe ſont relevées, mais non pas juſqu'à la ſuperficie de l'huile, elles ſe ſont tenües aſſés près du fond, c'eſt ſans doute l'adhérence des parties de l'huile qui les a empêchées de s'élever plus haut.

Il n'y a que les feüilles d'Or & d'Argent qui ſe ſoient ſoûtenuës ſur l'eſprit de Vin, mais elles n'ont pû ſoûtenir la peſanteur d'un grain ſans couler à fond, les coins des feüilles ſe ſont pourtant relevés vers la ſuperficie de la liqueur comme elles font dans l'eau, ce qui marque toûjours l'adhérence des parties de l'air aux feüilles d'Or & d'Argent, &c.

Puiſque les Métaux nagent ſi facilement dans les liquides, on ſe perſuaderoit aiſément que tous les autres corps durs y nagent de même, quand l'expérience ne nous en convaincroit pas.

L'air s'attache non ſeulement aux corps durs, mais encore aux liquides. L'on ne doute point préſentement qu'ils ne contiennent une grande quantité d'air. L'Eau, le Vin, l'Eſprit de Vin, l'Huile de Térébenthine, en contiennent beaucoup, & cet air eſt ſemblable à celui que nous reſpirons, avec cette différence qu'il eſt fort condenſé dans l'eau & dans tous les autres liquides. Comment l'air, qui eſt d'une ſi grande légereté, peut-il être renfermé entre les parties de ces liquides? comment peut-il y être retenu malgré ſa légereté? s'il n'y avoit quelque force qui l'y retienne, il s'éleveroit bien vîte au deſſus des parties du liquide. On aura beau dire que la preſſion de l'air extérieur ſur l'eau peut retenir l'air qui eſt dans les pores de l'eau, & l'empêcher de s'échapper, ſi cela étoit, il n'y auroit point de corps léger que cette preſſion ne puiſſe retenir, d'autant plus qu'ils ſont beaucoup plus peſants que l'air, nous avons vû le contraire dans les expériences précédentes; d'ailleurs tout l'air qui eſt dans l'eau devroit s'échapper après avoir pompé l'air extérieur qui preſſe ſur l'eau: il eſt vrai qu'il s'en échappe, mais en ſi petite quantité, lorſque l'eau eſt froide, qu'on pourroit bien ſoupçonner que ce n'eſt pas la milliéme partie de ce qu'il en ſort, lorſque l'eau eſt chaude. Il faut donc qu'il y ait quelque autre force qui retienne celui qui ne s'échappe pas. Cette force ne peut être que l'adhérence qui ſe trouve entre les parties de l'air & celles de l'eau; il ſemble même qu'il y ait pluſieurs degrés d'adhérence qui me paroiſſent venir de ce que l'air eſt enfermé & diviſé dans l'eau, non ſeulement par particules, mais encore par molécules formées par un aſſemblage de particules, & ſuivant le plus ou le moins de particules qui s'uniſſent enſemble, il ſe forme des molécules plus ou moins groſſes, ce qui ſe reconnoît aſſés par les bulles de différentes groſſeurs qui s'élevent dans l'eau, lorſqu'on la met dans le vuide. L'adhérence entre les particules d'air & l'eau eſt plus forte que celle qui eſt entre les molécules d'air & l'eau, parce que les particules préſentent à l'eau plus de ſurface à proportion que les molécules ſont plus petites, ainſi l'adhérence eſt

d'autant moins forte que les molécules ſont plus groſſes.

Pour avoir des preuves de ce que j'avance, examinons ce qui ſe paſſe dans l'eau dont on pompe l'air. Je mets de l'eau froide dans un vaiſſeau que j'expoſe ſous un récipient ſur la machine du vuide, & après avoir pompé environ la moitié de l'air qui eſt dans le récipient, il ſe forme des bulles d'air dans l'eau qui s'élevent ordinairement du fond de l'eau juſqu'à ſa ſuperficie où elles ſe diſſipent. Je continuë de pomper l'air, il ſe forme d'autres bulles, quelquefois en plus grande quantité, mais plus en Eté qu'en Hyver, les plus petites que l'on voit, ont $\frac{1}{4}$ de ligne, $\frac{1}{2}$ ligne, & même une ligne de diametre, les plus groſſes ont juſqu'à 2 lignes; mais toutes ces bulles ne font pas une grande efferveſcence, parce qu'elles ne ſont pas dans une aſſés grande quantité ni aſſés groſſes : plus elles ſont petites, plus elles ſont rondes. Lorſque l'on a fait le vuide, il ne monte plus de bulles, ou très-peu, quelque temps que l'on y tienne l'eau.

Si l'on retire cette eau, qu'on la faſſe tant ſoit peu chauffer, & qu'on l'expoſe ſur la machine du vuide, on la voit ſe rarefier, à meſure que l'on pompe l'air du récipient, les bulles ſont groſſes, quelquefois de 7 ou 8 lignes de diametre, ſelon que l'eau eſt chaude, & font une plus grande efferveſcence que lorſque l'on fait boüillir de l'eau ſur le feu, à quelque degré de feu que ce ſoit. Cette efferveſcence continüe tant que l'eau eſt chaude, elle diminuë à meſure qu'elle ſe refroidit, & enfin ceſſe lorſqu'elle eſt preſque froide.

Après avoir vû ſortir une ſi grande quantité d'air, on ſeroit volontiers porté à croire que tout l'air que cette eau contenoit s'eſt échappé, & cela devroit être ſi toutes les molécules d'air contenuës dans l'eau étoient de la même groſſeur, & s'il n'y avoit point d'adhérence entre les parties d'eau & ces molécules; mais ſi l'on fait de rechef chauffer cette eau, & qu'on la remette dans le vuide, il en ſort la même quantité d'air qu'on en a tiré, ſi l'on a pris la précaution de la rendre plus chaude que la premiére fois; car ſi on ne lui donne que la même chaleur, on ne retirera que peu

ou

ou point d'air, & l'eau ne fera effervefcence que lorfque l'air du récipient eft prefque entiérement évacué, au lieu que la premiére fois qu'on la fait chauffer, l'eau fe met à boüillir au troifiéme, & quelquefois au fecond coup de pompe, felon la quantité d'air que contient le récipient, & le diametre de la pompe. Il en eft de même de la troifiéme fois qu'on la fait chauffer, car il faut qu'elle foit plus chaude qu'elle n'étoit, lorfqu'on l'a mis la feconde fois; & malgré cela, après quelques coups de pompe, elle ceffe de faire effervefcence, quoique l'eau foit encore auffi chaude que lorfqu'on l'y a mife la premiére fois. Si l'on continüe de la mettre dans le vuide, il faut qu'elle foit de plus chaude en plus chaude. Quelqu'un dira peut-être que fans s'amufer à la faire chauffer tant de fois, il n'y a qu'à la rendre tout d'un coup bien chaude, afin de faire d'abord fortir tout l'air qu'on en veut retirer, mais cela ne fe peut, car pour lors quelque ménagement qu'on puiffe apporter en pompant l'air, l'ébullition devient fi forte, & l'effervefcence fi grande, que l'eau s'éleve par deffus le vaiffeau, il s'en perd quelquefois tout d'un coup plus des trois quarts, enforte qu'il n'en refte pas affés pour tenter d'autres expériences, & principalement fi le vaiffeau qui contient l'eau eft étroit. J'en choifis de bien larges & de bien hauts, autant que le plus grand de mes Récipients le peut permettre, je n'y mets que le tiers ou la moitié d'eau qu'il peut contenir, & malgré tout le ménagement que j'y apporte, l'eau fe perd peu à peu, l'air en enleve la plus grande partie par évaporation, & l'on retire de l'air tant qu'on a de l'eau à faire chauffer pour remettre dans le vuide.

Malgré la grande condenfation que l'air fouffre dans l'eau, il n'y a point lieu de douter qu'il fortiroit entiérement de l'eau, même de l'eau froide, s'il n'y avoit pas de l'adhérence entre l'air & l'eau, & comme je l'ai dit, plufieurs degrés d'adhérence, & voici la raifon pourquoi il fort plus facilement & en plus grande quantité de l'eau chaude.

L'eau ne devient chaude que parce qu'il s'y introduit quantité de matiéres éthérées, dont les parties font dans un

mouvement très-violent qu'elle communique à celle qui est dans l'eau, les parties de l'air qui sont dans l'eau sont rarefiées, leur volume est augmenté, elles écartent les parties de l'eau, augmentent leur mouvement de liquidité, & leur font perdre une partie de leur adhérence. Tant que cette eau chaude est à l'air libre, la pesanteur de l'athmosphere retient l'air qui est dans l'eau à un point de condensation qui ne lui permet pas de s'échapper, mais si-tôt qu'on met cette eau dans le vuide, l'air qu'elle contient se rarefie & s'échappe des pores de l'eau.

Ce que je viens de dire de l'adhérence de l'air avec l'eau, se doit entendre à peu-près de même de l'adhérence de l'air avec le Vin, l'Huile de Térébenthine, l'Esprit de Vin, les dissolutions de Sels, & toute autre liqueur, telle qu'elle soit, avec cette différence qu'il est moins condensé dans le Vin, l'Huile de Térébenthine & l'Esprit de Vin, & toutes les liqueurs qui en participent, & qu'il est plus condensé dans les dissolutions de Sels dans l'eau. En voici la preuve.

L'air s'échappe avec une plus grande facilité du Vin & de l'Huile de Térébenthine que de l'eau, lorsqu'on les met dans le vuide, mais il s'échappe bien plus facilement de l'Esprit de Vin que de toute autre liqueur : il ne s'échappe pas si facilement des dissolutions de Sel commun de Salpêtre & des autres Sels & des Eaux fortes que de l'eau ; l'Huile de Tartre par défaillance est la dissolution dont l'air se sépare moins facilement. Voilà donc les parties de l'air adhérentes aux corps solides & aux corps liquides.

Quoique nous ayons vû ci-dessus que les parties de l'air sont adhérentes entr'elles, nous allons en rapporter encore des preuves qui me paroissent mériter quelque attention. *V. Mariotte.* L'on sçait, en bonne physique, que les corps liquides différent des fluides, en ce que les parties insensibles des fluides n'ont aucun mouvement les unes à l'égard des autres, on le voit dans la limaille des Métaux, le Sablon, le Verre & toutes sortes de Pierres pilées qui ne sont composées que des molécules de ces corps solides séparées les unes des autres.

Les parties insensibles dont ces molécules sont formées, sont adhérentes entr'elles, & dans le repos les unes à l'égard des autres : mais dans les liquides les parties insensibles sont toûjours en mouvement les unes à l'égard des autres ; elles sont néantmoins adhérentes entr'elles, comme nous l'avons dit, de maniére que cette adhérence ne les empêche pas de glisser les unes sur les autres, parce que la matiére éthérée qui circule dans les pores des liquides est presque en équilibre avec celles qui poussent les parties de ces liquides les unes contre les autres, ce qui produit une union plus ou moins légeres entre ces parties, selon que leur surface forme des pores plus ou moins grands, & qu'il y circule plus ou moins de matiére éthérée, en quoi consiste le plus ou le moins de liquidité.

Nous avons rapporté dans le Mémoire de l'élévation des liqueurs dans les Tuyaux capillaires, des expériences qui prouvent l'adhérence des parties de l'eau du Mercure & des autres liquides. Nous avons fait voir, 1.° Que ces liquides se rendent adhérents aux corps qu'ils touchent. 2.° Que ces liquides, réduits en gouttes, affectent une figure ronde. 3.° Qu'aussi-tôt que deux gouttes d'eau, de Mercure, d'Huile, &c. se touchent, elles se confondent dans le moment, & ne forment qu'une seule goutte, ce qui est une suite nécessaire de leur agitation continuelle & de l'adhérence des parties qui les composent, c'est ce que nous ne voyons point dans les fluides. L'air a les mêmes propriétés que ces liquides, & de la connoissance de toutes ces propriétés, nous en pouvons déduire, par l'analogie, l'adhérence de ses parties entre elles.

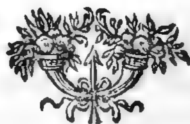
V. Mem. de l'Acad. 1724. p. 102. & suiv.

1.° Les parties de l'air se rendent adhérentes aux corps qu'elles touchent, nous venons de le faire voir. 2.° Les parties de l'air, réduites en gouttes ou molécules, affectent une figure ronde. 3.° Aussi-tôt que deux bulles ou molécules d'air se touchent, elles se confondent, & ne forment plus qu'une seule bulle, on le voit dans les bulles qui se forment dans l'eau & le Mercure, ce qui ne peut venir que de l'agitation continuelle de leurs parties insensibles, & de leur adhérence

les unes à l'égard des autres, comme nous l'avons dit des autres liquides. L'air eſt donc un corps liquide, & non pas un fluide, comme l'ont avancé de très-ſçavants hommes.

Puiſque l'air ſe rend adhérent avec tant de facilité aux corps qu'il touche, nous n'avons plus lieu de nous étonner de la ſuſpenſion des corps durs diſſous dans les liquides. Il ne ſera pas difficile de ſe perſuader que des parties inſenſibles & d'une extrême petiteſſe puiſſent être ſoûtenües par l'adhérence des parties de l'air & par l'adhérence des parties du liquide ou diſſolvant. Les parties de l'air qui ſe trouvent dans le diſſolvant & le corps diſſout ſe rendent adhérentes aux parties du corps à meſure qu'il ſe diſſout. Les parties du diſſolvant contractent la même adhérence que l'air avec les parties du corps diſſous & l'adhérence des parties du diſſolvant entre elles apportent encore un obſtacle à la précipitation des parties du corps diſſous. En voilà autant & plus qu'il n'en faut pour la ſuſpenſion des parties de l'Or, du Mercure & des autres corps ſolides dans les liqueurs où ils ſont diſſous.

L'on ne doutera point que les parties de l'eau & des autres corps répandus dans l'athmoſphere, environnés de parties d'air, n'y ſoient ſoûtenus par l'adhérence de ces mêmes parties d'air, ce qui nous donnera une grande facilité pour l'explication de pluſieurs Phénomenes qui regardent les Liquides.



RECHERCHES SUR LA CONSTRUCTION DES COMBLES DE CHARPENTE.

Par M. COUPLET.

LE défaut que j'ai remarqué dans les Toits de presque tous les Bâtiments ordinaires, m'a fait penser à chercher le moyen d'y remédier. 17 Février 1731.

Le défaut de ces Toits est que leur charge fait toûjours plier ou surbaisser la piéce de bois nommée *Panne*, qui est placée, lorsqu'elle est seule, à peu-près sous le milieu de la longueur des Chevrons pour les soûtenir.

Le fléchissement de la Panne occasionne nécessairement le fléchissement du Faîte, comme l'on s'en apperçoit dans presque tous les Bâtiments où ce défaut n'est que trop commun.

Pour remédier en quelque sorte au fléchissement de ces Pannes, on pourroit les faire d'un plus gros équarrissage qu'on ne les fait ordinairement, ou diminüer la grandeur des Travées.

Mais ces Pannes, si grosses qu'elles soient, cederont enfin, tant à leur propre poids, qu'à la charge qu'elles ont à soûtenir, sur-tout lorsqu'elles auront une portée considérable, & particuliérement, si elles sont vertes, comme on les employe assés ordinairement dans les campagnes, où l'on est en usage de ne couper les bois que pour remédier sur le champ aux besoins actuels ou de reédifier, ou de construire, ne voulant ou ne pouvant point se donner le temps de les laisser sécher, ce qui demande plusieurs années; d'ailleurs les Pannes d'un si grand équarrissage deviendroient trop cheres.

Mais si, sans avoir recours à des Pannes d'un trop gros équarrissage, ou à la diminution des travées, l'on pouvoit trouver un moyen de former les Combles, tels, que les Pannes, qui dans les constructions ordinaires fléchissent toûjours les premiéres, ne fussent employées uniquement que pour maintenir la forme du Toit, sans en souffrir aucune charge, je crois qu'il seroit à propos de l'employer, puisque dans cette construction, on auroit non seulement l'avantage de remédier à ce fléchissement ordinaire des Pannes en général, mais encore celui que les moindres brins suffiroient pour leur être substitués, & ces petits brins, qui seroient très-communs, seroient en même temps à bon marché. Je ne compte point la charge dont on soulageroit les Murailles qui les doivent porter, car dans ce cas les Arêtiers & Arbalêtriers, même les Fermes entiéres pourroient être de plus foible équarrissage qu'elles ne sont ordinairement, attendu que la charge qu'elles ont actuellement à porter, seroit de beaucoup diminüée dans cette nouvelle construction.

La construction que je propose, est de faire les Combles en Mansarde, de maniére que la Panne, qui dans ce cas est nommée *Panne de brisis*, ne soit point chargée par son Comble ou Toit, comme elle l'a été jusqu'à présent, & que cette Panne de brisis ne fasse, pour ainsi dire, que maintenir le Toit, sans en être aucunement chargée.

Pour profiter de cette avantage, je propose que l'on aye soin de faire assembler les Chevrons par leurs bouts, deux à deux, à tenons & mortoises en forme de charniére, ou bien à mi-bois, & de les cheviller à cet endroit où la Panne de brisis devroit être naturellement selon les bonnes & les plus solides constructions, & que chacun des autres bouts de ces Chevrons soit arrêté à l'ordinaire, l'un brandi sur le Faîte, & l'autre attaché dans son pas sur la Sabliére ou Platte-forme qui lui est destinée. L'on peut encore assembler les Chevrons à tenons & mortoises en forme de charniére au dessus du Faîte.

La difficulté ne consiste qu'à trouver la place de la Panne

de brisis, dans laquelle, soit que ces Chevrons soient assemblés au moyen de leurs charniéres, soit qu'ils soient tous deux brandis sur cette Panne de brisis, l'équilibre du Toit entier se puisse trouver, sans avoir aucune détermination à charger cette Panne, laquelle Panne dans ce cas nous pourrons faire aussi foible que l'on voudra, puisqu'à la rigueur on pourroit s'en passer.

PROBLEME I.

Soit à construire le Comble ABC *en Mansarde, dont le Poinçon* AD *& la moitié* DC *de la largeur du Bâtiment soient donnés quelconques ; & soit supposé la Panne de brisis placée en* B, *de maniére que le Chevron* AB *soit égal au Chevron* BC. Figure 1.

Il faut déterminer la position du point B, *telle que le Toit* AB *soit en équilibre avec le Toit* BC.

SOLUTION.

Par le centre de gravité & milieu *P* du Toit *AB*, soit tiré la verticale *MN*.

Par les points *A* & *B*, soient tirées les horizontales *AH*, *BF*, & par les points *M*, *N*, où ces horizontales rencontrent la verticale *MN*, soient tirées les lignes *NA*, *MB*.

L'on aura un parallelogramme *MANB*, tel, qu'en exprimant la pesanteur du Toit *AB* par la diagonale verticale *MN*, les efforts que ce Toit fera contre ses appuis *A*, *B*, seront exprimés par les grandeurs *MA*, *MB*.

Mais l'effort *MA* doit être soûtenu par le Toit qui est de l'autre côté du Bâtiment. Donc il ne reste plus qu'à chercher quel est l'effort *MB*, pour renverser la partie *BC* du Toit proposé.

Or cet effort *MB* est composé lui-même de deux autres efforts *NB*, *HB*, dont l'un est horizontal, & l'autre est vertical.

Le premier *NB* de ces deux efforts est employé à renverser le Toit *BC* avec le levier *BG*.

Et le second effort *HB*, qui est égal à la pesanteur *MN*,

eſt au contraire employé à retenir ce même Toit *BC*, ou à le faire rentrer dans le Bâtiment, & cet effort *HB* eſt appliqué au bras de levier *GC*.

Ceci bien entendu, il ne ſera pas difficile de trouver quels ſont tous ces efforts, & leurs énergies.

Soit	*AD*	$= a$.
	DC	$= b$.
	FB ou *DG*	$= x$.
	BG	$= y$.
L'on aura	*AF* ou *MN*	$= a - y$.
Et	*GC*	$= b - x$.
Soit de plus	*AB* & *BC* ou chacun de leur poids	$= p$.

Pour lors l'on aura cette analogie:

La peſanteur du Toit *AB* étant réünie à ſon centre de gravité *P*,

eſt à l'effort qu'elle fait horizontalement ſuivant *NB*, comme *MN* eſt à *NB*,

c'eſt-à-dire, $a - y : \frac{x}{2} :: p : \frac{px}{2a - 2y}$,

dont le 4.me terme exprime l'effort horizontal ſuivant *NB*.

Multipliant cet effort par ſon levier $BG = y$, le produit $\frac{pxy}{2a - 2y}$ ſera l'énergie de l'effort horizontal que le Toit *AB* fait pour renverſer le Toit *BC*.

Mais le Toit *AB* agit auſſi de toute ſa peſanteur ſur le point *B* pour retenir le Toit *BC*.

Ainſi multipliant ſa peſanteur p par le levier $GC = b - x$; le produit $pb - px$ ſera l'énergie que le Toit *AB* a pour retenir le Toit *BC*.

C'eſt pourquoi retranchant cette derniére énergie verticale de la premiére horizontale, le reſte $\frac{pxy}{2a - 2y} - pb + px$ ſera l'énergie du Toit *AB*, pour renverſer le Toit *BC*, en le faiſant tourner autour du point *C*.

Voyons maintenant quelle eſt l'énergie du Toit *BC* pour réſiſter à celle du Toit *AB*.

Pour cela la peſanteur du Toit *BC* étant réünie à ſon centre

centre de gravité O, sa pesanteur p étant multipliée par son levier $CQ = \frac{b-x}{2}$.

Le produit $\frac{pb-px}{2}$ sera son énergie, laquelle doit être égale à celle du Toit AB pour lui résister ; ce qui donne cette Equation $\frac{pb-px}{2} = \frac{pxy}{2a-2y} - pb + px$.

Passant le 1.er membre, l'on aura $\frac{pxy}{2a-2y} - \frac{3pb+3px}{2} = 0$.

Divisant par $\frac{p}{2}$, l'on aura $\frac{xy}{a-y} - 3b + 3x = 0$.

Multipliant par $a-y$, l'on aura $xy - 3ab + 3ax + 3by - 3xy = 0$, ou $3by - 2xy - 3ab + 3ax = 0$.

Cherchons maintenant à substituer en la place de y une grandeur qui ne contienne que des x & des grandeurs connües, ce qui se fera ainsi:

A cause des Triangles rectangles AFB, BGC, l'on aura $\overline{AB}^2 = \overline{BF}^2 + \overline{AF}^2$ ou $pp = xx + aa - 2ay + yy$.

L'on aura aussi $\overline{BC}^2$ ou $\overline{AB}^2 = \overline{BG}^2 + \overline{GC}^2$ ou $pp = yy + bb - 2bx + xx$. Ce qui donne cette Equation

$$xx + aa - 2ay + yy = yy + bb - 2bx + xx.$$

Retranchant $xx + yy$ de part & d'autre, l'on aura

$$aa - 2ay = bb - 2bx.$$

Et par conséquent $-2ay = -aa + bb - 2bx$, ou $2ay = aa - bb + 2bx$.

$$\text{Et } y = \frac{aa - bb + 2bx}{2a}.$$

Et multipliant par $-2x$, l'on aura

$$-2xy = \frac{-2aax + 2bbx - 4bxx}{2a}.$$

Multipliant par $3b$ la même Equation $y = \frac{aa-bb+2bx}{2a}$, l'on aura $3by = \frac{3aab - 3b^3 + 6bbx}{2a}$.

Substituant ces valeurs de $3by$ & $-2xy$ dans l'Equation $3by - 2xy - 3ab + 3ax = 0$, l'on aura

$$\frac{4aax + 8bbx - 4bxx - 3aab - 3b^3}{2a} = 0.$$

Multipliant par $2a$, & tranſportant $-4bxx + 4aax + 8bbx$, l'on aura $-3aab - 3b^3 = 4bxx - 8bbx - 4aax$.

Diviſant par $4b$, l'on aura $\frac{-3aa-3bb}{4} = xx - \frac{2bbx-aax}{b}$.

Ajoûtant le quarré de $\frac{-2bb-aa}{2b}$, l'on aura
$$\frac{4b^4+4aabb+a^4-3aabb-3b^4}{4bb} = xx - \frac{2bbx-aax}{b} + \overline{\frac{-2bb-aa}{2b}}^2.$$

Abrégeant & tirant la racine quarrée, l'on aura
$$-\sqrt{\frac{b^4+aabb+a^4}{2b}} = x - \frac{2bb-aa}{2b}.$$

Tranſportant $\frac{-2bb-aa}{2b}$, l'on aura
$$x = \frac{2bb+aa-\sqrt{b^4+aabb+a^4}}{2b},$$
qui eſt la grandeur BF ou DG. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Figure 1. Si l'on veut que la hauteur a du Poinçon ſoit égale à la demi-largeur b du Comble, comme c'eſt aſſés l'uſage dans les campagnes, il faudra ſubſtituer b en la place de a dans la formule $x = \frac{2bb+aa-\sqrt{b^4+aabb+a^4}}{2b}$ que nous avons trouvé pour la Solution du Probleme, & l'on aura cette nouvelle formule $x = \frac{3bb-\sqrt{3b^4}}{2b} = \frac{3b-\sqrt{3bb}}{2}$, C'eſt-à-dire, que la diſtance BF de la Panne de briſis au Poinçon ſera $= \frac{3b-\sqrt{3bb}}{2}$.

COROLLAIRE II.

Figure 2. Si l'on veut que la hauteur a du Poinçon ſoit égale au tiers de la largeur entiére du Comble, ou aux deux tiers de ſa demi-largeur b, comme c'eſt aſſés l'uſage dans les Villes, il

faudra ſubſtituer $\frac{2b}{3}$ en la place de a dans la formule trouvée pour la Solution du Probleme, & l'on aura

$$BF \text{ ou } x = \frac{2bb + \frac{4bb}{9} - \sqrt{b^4 + \frac{4b^4}{9} + \frac{16b^4}{81}}}{2b}$$

$$= \frac{22bb - \sqrt{133b^4}}{18b} = \frac{22b - \sqrt{133bb}}{18}, \text{ ou } \frac{11b}{9} - \frac{\sqrt{133bb}}{18},$$

C'eſt-à-dire, que la diſtance BF ou x de la Panne de briſis au Poinçon ſera $= \frac{11b}{9} - \frac{\sqrt{133bb}}{18}$.

CONSTRUCTIONS.

I.

Pour conſtruire la formule $x = \frac{2bb + aa - \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{2b}$ que nous avons trouvée dans la Solution du Probleme premier

Soit tiré AK perpendiculaire ſur AC, l'on aura Figure 3.

$$KD = \frac{\overline{AD}^2}{DC} = \frac{aa}{b}.$$

Et par conſéquent ſa moitié $PD = \frac{aa}{2b}$, & $PC = b + \frac{aa}{2b} = \frac{2bb + aa}{2b}$.

Ayant tiré ſur le milieu de AC en I la perpendiculaire BD, l'on aura $CI = \sqrt{\frac{aa + bb}{4}} = \sqrt{\frac{aabb + b^4}{4bb}}$.

Maintenant faiſant $IL = PD = \frac{aa}{2b} = \sqrt{\frac{a^4}{4bb}}$;

& tirant l'hypothénuſe CL, l'on aura $CL = \sqrt{\overline{CI}^2 + \overline{IL}^2}$ $= \sqrt{\frac{a^4 + aabb + b^4}{4bb}} = \frac{\sqrt{aabb + b^4 + a^4}}{2b}$.

Enfin faiſant $CM = CL$, l'on aura $PM = PC - CL$ $= \frac{2bb + aa - \sqrt{aabb + b^4 + a^4}}{2b}$, qui eſt la valeur de x ſuivant la Solution.

Ainſi faiſant $DG = PM$, & élevant la perpendiculaire

GB, pour lors le point *B*, où cette perpendiculaire rencontrera la ligne *BL*, sera le point de rencontre des Toits *AB*, *BC*. *Ce qu'il falloit trouver.*

II.

Pour construire la formule $x = \frac{3b - \sqrt{3bb}}{2}$, que nous avons trouvée dans le Corollaire premier,

Figure 1. Faites un demi-cercle sur *DC* pour diametre, & faites l'arc *DR* de 60°; puis du point *C*, comme centre, décrivés l'arc *RS*, l'on aura $CS = \sqrt{\frac{3bb}{4}}$, car suivant cette construction, puisque le diametre *CD* a été appellé *b*, & que l'arc *DR* est de 60°, nous aurons la corde $DR = \frac{b}{2}$, & par conséquent la corde $CR = CS$ de son supplement sera égale $\sqrt{bb - \frac{bb}{4}} = \sqrt{\frac{3bb}{4}} = \frac{\sqrt{3bb}}{2}$.

Ainsi faisant $CT = \frac{3b}{2} = \frac{3DC}{2}$, l'on aura $TS = CT - CS = \frac{3b}{2} - \frac{\sqrt{3bb}}{2} = \frac{3b - \sqrt{3bb}}{2}$, qui selon l'expression de la Solution est égal $x = BF = GD$.

Donc pour la pratique, il faut faire *GD*, *DF*, *FB*, *BG*, $= TS$, & le point *B* où aboutissent les Toits *AB*, *BC* sera déterminé. *Ce qu'il falloit trouver.*

III.

Pour construire la formule $x = \frac{11b}{9} - \frac{\sqrt{133bb}}{18}$, que nous avons trouvée dans le Corollaire second,

Figure 2. Soit tirée l'hypotenuse *AC*, & sur le milieu *I* de cette hypotenuse soit tiré la perpendiculaire *IE*.

Ensuite ayant porté la valeur de *x* de *D* en *G*, élevé *GB* perpendiculairement sur *DC*, pour lors le point *B* où cette perpendiculaire rencontrera la ligne *IE*, sera celui où les deux Toits *AB*, *BC* doivent aboutir : car il est évident que

ces deux Toits étant ſuppoſés égaux doivent aboutir dans la ligne IE.

Pour trouver cette valeur de x, faites

$$CV = \frac{133\,b}{324} = \frac{133\,DC}{324}.$$

Puis élevés la perpendiculaire VR, & du point C, comme centre, décrivés l'arc RS, pour lors l'on aura CS ou CR

$$= \sqrt{CV \times CD} = \sqrt{\frac{133\,bb}{324}} = \frac{\sqrt{133\,bb}}{18}.$$

Maintenant faites $CT = \frac{11\,b}{9}$, & pour lors l'on aura

$$TS = \frac{11\,b}{9} - \frac{\sqrt{133\,bb}}{18} = x.$$

Ainſi faiſant $DG = TS$, & élevant la perpendiculaire GB, le point B où elle rencontrera la ligne EI ſera le point de concours des Toits AB, BC, ou le lieu de la Panne de Briſis. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLEME II.

Trouver la longueur de chacun des deux Chevrons égaux AB, BC *qui forment la moitié* ABC *du Comble en Manſarde, dont la hauteur* AD, *& la demi-largeur* DC *ſont données quelconques.* Figure 3.

SOLUTION.

Nous avons trouvé dans le Probleme premier, BG ou $y = \frac{aa - bb + 2bx}{2a}$. Mais nous avons trouvé $DG = x$

$$= \frac{2bb + aa - \sqrt{aabb + b^4 + a^4}}{2b}.$$

Subſtituant cette valeur de x dans l'Equation précédente, l'on aura BG, ou $y = \frac{aa - bb + 2bb + aa - \sqrt{aabb + b^4 + a^4}}{2a}$

$$= \frac{bb + 2aa - \sqrt{aabb + b^4 + a^4}}{2a}.$$

Et $\overline{BG}^2 = \frac{2b^4 + 5aabb + 5a^4 - \overline{2bb - 4aa} \times \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{4aa}.$

Enfin $GC = DC - DG = b - \frac{2bb - aa + \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{2b}$

$= \frac{-aa + \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{2b}$. Et par conséquent l'on aura

$$\overline{GC}^2 = \frac{a^4 - 2aa\sqrt{b^4 + aabb + a^4} + b^4 + aabb + a^4}{4bb}$$

$$= \frac{2a^4 + aabb + b^4 - 2aa \times \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{4bb}.$$

Donc $\overline{BC}^2$ ou $\overline{BG}^2 + \overline{GC}^2$

$$= \frac{2b^4 + 5aabb + 5a^4 - \overline{2bb - 4aa} \times \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{4aa}$$

$$+ \frac{2a^4 + aabb + b^4 - 2aa \times \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{4bb}.$$

Et donnant même dénominateur

$$= \frac{2b^6 + 5aab^4 + 5a^4bb - \overline{2b^4 - 4aabb} \times \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{4aabb}$$

$$+ \frac{2a^6 + a^4bb + aab^4 - 2a^4 \times \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{4aabb}$$

$$= \frac{2b^6 + 6aab^4 + 6a^4bb + 2a^6 - \overline{2b^4 - 4aabb - 2a^4} \times \sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{4aabb}$$

$$= \frac{\overline{bb + aa}^2 \times 2bb + 2aa - 2\sqrt{b^4 + aabb + a^4}}{4aabb}.$$

Tirant la Racine quarrée, l'on aura

$$BC = \frac{\overline{bb + aa} \times \sqrt{2bb + 2aa - 2\sqrt{b^4 + aabb + a^4}}}{2ab}.$$

Ce qu'il falloit trouver.

REMARQUE.

L'on auroit pû d'abord trouver la valeur de *BG*, en mettant dans la valeur de *DG* la lettre *b* en la place de *a*, & la lettre *a* en la place de *b*, parce que les Toits *AB*, *BC*, seront également en équilibre, soit que *AD* ou *DC* soient la hauteur, comme on le voit évidemment, en comparant la valeur de *DG* avec celle de *BG*, qui ne différent entr'elles

qu'en ce que l'une a des a & des b aux mêmes endroits où l'autre a des b & des a, puisque ces deux Equations sont

$$BG \text{ ou } y = \frac{bb + 2aa - \sqrt{aabb + b^4 + a^4}}{2a},$$

$$\text{Et } DG \text{ ou } x = \frac{2bb + aa - \sqrt{aabb + b^4 + a^4}}{2b}.$$

COROLLAIRE I.

Si l'on veut avoir la longueur des Chevrons AB, BC, lorsque la hauteur a du Poinçon est égale à la moitié b de la largeur totale du Comble, il faudra substituer b en la place de a dans la formule qui donne la valeur du Chevron BC dans la Solution du Probleme second, & l'on aura cette nouvelle formule $BC = \frac{2bb\sqrt{4bb - 2\sqrt{3b^4}}}{2bb}$.

Et divisant le numérateur & le dénominateur par $2bb$, l'on aura $BC = \sqrt{4bb - 2\sqrt{3b^4}} = b \times \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = b \times \sqrt{4 - \sqrt{12}}$.

Et si l'on veut ôter les incommensurables, l'on aura $BC = b \times \frac{732}{1000}$, ce qui donne cette analogie

Comme 1000
est à 732,
Ainsi la demi-largeur b du Comble,
ou la hauteur $b = a$ du Poinçon,
est à la longueur BC de chacun des deux Chevrons égaux
AB, BC.

COROLLAIRE II.

Si l'on veut avoir la longueur des Chevrons égaux AB, BC, lorsque la hauteur a du Poinçon est égale au tiers de la largeur entiére du Comble, ou égale aux deux tiers de sa demi-largeur b. Ce qui donnera $a = \frac{2b}{3}$. Fig. 1. & 2.

Il faudra substituer $\frac{2b}{3}$ en la place de a dans la formule

qui donne la valeur du Chevron BC dans la Solution du Probleme ſecond, & l'on aura cette nouvelle formule

$$BC = \frac{bb + \frac{4bb}{9} \times \sqrt{2bb + \frac{8bb}{9} - 2\sqrt{b^4 + \frac{4b^4}{9} + \frac{16b^4}{81}}}}{\frac{4bb}{3}}$$

$$= \frac{13bb \times \sqrt{2bb + \frac{8bb}{9} - 2\sqrt{b^4 + \frac{4b^4}{9} + \frac{16b^4}{81}}}}{12bb}$$

$$= \frac{13\sqrt{2bb + \frac{8bb}{9} - 2\sqrt{b^4 + \frac{4b^4}{9} + \frac{16b^4}{81}}}}{12}$$

$$= \frac{13b \times \sqrt{2 + \frac{8}{9} - 2\sqrt{1 + \frac{4}{9} + \frac{16}{81}}}}{12} = \frac{13b \times \sqrt{26 - 2\sqrt{133}}}{36}$$

$$= \frac{b \times \sqrt{4394 - 338\sqrt{133}}}{36}.$$

Et ſi l'on veut ôter les incommenſurables, l'on aura $BC = b \times \frac{61865}{100000}$, ce qui donne cette analogie,

Comme 100000
eſt à 61865,
Ainſi la demi-largeur b du Comble
eſt à la longueur BC du Chevron demandé.

PROBLEME III.

Figure 4. *Trouver l'effort horiſontal que le Comble quelconque* ABC *fait contre la Platte-forme* C *qui lui doit réſiſter.*

SOLUTION.

Ayant tiré la droite NO par les milieux N, O des Toits AB, BC. Si par le milieu P de cette droite NO, l'on tire une verticale MPL, le poids du Toit ſera à ſa pouſſée horiſontale, comme la hauteur AD de ce Toit eſt à la ligne LC.

Le Toit étant conſtruit, l'on connoîtra toûjours la hauteur AD,

A D, & la ligne *LC*. Et par conséquent l'on aura le rapport du poids du Toit à sa poussée horisontale, comme *AD*, est à *LC*.

DÉMONSTRATION.

Il est évident que le point *P* sera le centre de gravité du Toit *ABC*, & la ligne *ML* sera la direction de son poids.

Maintenant par le faîte *A* du Toit, tirant l'horizontale *AM*, & la ligne *MC*, & par le point *L* une droite *LQ* parallele à *MC*, l'on aura un parallelogramme *QMCL*.

Or la diagonale verticale *ML* de ce parallelogramme, ou son égale *AD*, représentant le poids du Toit *ABC*, se décomposera en deux forces *MQ*, *MC*, dont la force horizontale *MQ* sera soûtenüe par l'autre côté du Toit, & *MC* sera la poussée du Toit suivant *MC* sur la Sabliére.

Mais faisant le parallelogramme *CLMR*, pour lors la poussée oblique *MC* se décomposera en une verticale *RC* égale à *ML*, ou *AD*, qui réprésente le poids du Toit *ABC* & dans une poussée horisontale *LC* exprimée par *LC*.

Ainsi la pesanteur du Toit est à l'effort horizontal du même Toit, comme *ML*, ou *AD*, hauteur du Toit, est à *LC*, qui est la distance du pied du Chevron à la verticale qui passe par le centre de gravité du Toit *ABC*. *Ce qu'il falloit démontrer*.

L'on voit que cet effort horizontal *LC* du Toit *ABC* est celui auquel il faudra que cette Sabliére ou Platte-forme résiste, puisque c'est sur elle que les Chevrons s'appuyent, mais cette Sabliére ne sera pas obligée de résister avec tout cet effort, exprimé par *LC*. Car cette Sabliére se trouvant, pour ainsi dire, unie au Mur sur lequel elle est posée immédiatement & maçonnée, elle ne cedera point que le Mur lui-même ne commence, & ne consente, pour ainsi dire, à sa rupture, en sorte que la Sabliére & le Mur pris ensemble seront employés à cette résistance *LC*.

Quand même la Platte-forme ou Sabliére souffriroit tout l'effort *LC*, il sera facile de sçavoir l'échantillon qu'il

conviendra de lui donner, conformément à la résistance des Bois, dont ont traité plusieurs illustres Auteurs, Galilée, Mariotte, Varignon en 1702, & Parent en 1707 & 1708 des Mémoires de l'Académie.

THEOREME I.

Lès Toits les plus roides ou les plus élevés font moins d'effort pour écarter les Sabliéres que les Toits plus surbaissés, lorsque la largeur du Comble est la même.

DÉMONSTRATION.

Fig. 6. Soient deux Toits *AB, CB,* de même largeur *DB,* sur le milieu *F* de la largeur *DB*, soit tiré la verticale *EF,* laquelle coupera les deux Toits *AB, CB* en deux également aux points *O* & *P*.

Soient tirés les horizontales *AE, CL,* & les lignes *EB, AF,* & *LB, CF,* l'on aura deux parallelogrammes *AEBF, CLBF,* dont les diagonales verticales *EF, LF,* passeront par les centres de gravité *O, P,* des Toits *AB, CB*.

Si donc l'on considére le parallelogramme *AEBF,* l'on aura la pesanteur du Toit *AB* à l'effort horizontal qu'il fera pour écarter la Sabliére *B,* comme la diagonale verticale *EF* est à l'horizontal *FB*.

Ainsi la pesanteur du Toit *AB* étant appellée p,
& son effort horizontal étant appellé.................... f.

L'on aura $f : p :: FB : EF$ ou $:: FB : AD$.

Par la même raison, si l'on appelle π la pesanteur du Toit *CB,* & φ son effort horizontal, pour écarter la Sabliére *B,* l'on aura, à cause du parallelogramme *CLBF,* cette analogie.

La pesanteur du Toit *CB,* exprimée par la diagonale verticale *LF,* est à l'effort horizontal exprimé par *FB,* qu'il fait contre la Sabliére *B,* comme *LF* est à *FB,* ou bien, comme *CD* est à *FB*.

C'est-à-dire, $\pi : \varphi :: CD : FB$.

Mais la pesanteur du Toit *AB* est à celle du Toit *CB,* comme *AB* est à *CB*.

C'est-à-dire, $p : \pi :: AB, CB$.

Multipliant ces trois analogies par ordre, l'on aura $f \times \pi \times p : p \times \pi \times \phi :: FB \times CD \times AB : AD \times FB \times CB$.

Divisant les deux premiers termes de cette analogie par $p\pi$, & les deux derniers termes par FB, elle se transformera en celle-ci $f : \phi :: CD \times AB : AD \times CB$.

Maintenant si l'on met $\sqrt{\overline{AD}^2 + \overline{BD}^2}$ en la place de AB & $\sqrt{\overline{CD}^2 + \overline{BD}^2}$ en la place de CB, l'on aura $f : \phi :: CD \times \sqrt{\overline{AD}^2 + \overline{BD}^2} : AD \times \sqrt{\overline{CD}^2 + \overline{BD}^2}$, ou bien $f : \phi :: \sqrt{\overline{AD}^2 \times \overline{CD}^2 + \overline{BD}^2 \times \overline{CD}^2}$ $: \sqrt{\overline{CD}^2 \times \overline{AD}^2 + \overline{BD}^2 \times \overline{AD}^2}$.

Mais il est évident que le troisiéme terme est plus petit que le quatriéme.

Donc le premier terme est aussi plus petit que le second; c'est-à-dire, que la poussée horizontale du Toit le plus élevé, est la plus petite. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEOREME II.

La charge totale d'un Toit, ou l'effort total que les Chevrons souffrent par la charge des Tuiles dont ils sont couverts, est toûjours la même, quelque surmonté, ou quelque surbaissé que soit ce Toit.

DÉMONSTRATION.

Soient deux Toits AB, BC, de même largeur. DB.
Soit le poids des Tuiles de la couverture du Toit. $AB = p$. Fig. 5.
Et le poids des Tuiles de la couverture du Toit. $CB = \pi$.
La charge du plan du Toit.................................. $AB = f$.
La charge du plan du Toit.................................. $CB = \phi$.
A cause que le nombre des Tuiles de ces Toits différents AB, CB, est dans le rapport de ces mêmes longueurs différentes AB, CB.

L'on aura cette analogie $p : \pi :: AB : CB$.

Mais la pesanteur d'un corps étant à la charge qui en résulte sur le plan sur lequel il est posé comme la longueur du plan est à sa base,

L'on aura ces deux analogies... $\begin{cases} f : p :: BD : AB. \\ \pi : \phi :: CB : BD. \end{cases}$

Donc en multipliant ces trois analogies par ordre, l'on aura $p \times f \times \pi : p \times \pi \times \phi :: AB \times BD \times CB : AB \times BD \times CB$.

Or les deux derniers termes de cette analogie sont égaux. Donc les deux premiers le sont aussi.

Donc $p \times f \times \pi = p \times \pi \times \phi$, ou bien $pf\pi = p\pi\phi$.

Divisant par $p\pi$, l'on aura $f = \phi$.

C'est-à-dire, que la charge du plan du Toit AB est égale à la charge du plan du Toit CB, quelque différentes que soient leurs hauteurs AD, CD, ayant toûjours une largeur commune DB. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCHOLIE.

Les Toits les plus roides sont les plus solides.

1.° Les Eaux des Pluyes coulent dessus avec plus de rapidité, & par conséquent le vent a moins de temps & de facilité pour les faire entrer entre les Tuiles dans l'intérieur du Comble.

2.° Le vent a moins d'action pour feüilleter les Tuiles, & découvrir ces sortes de Toits roides.

3.° Ils travaillent moins pour écarter leurs Sabliéres ou Plattes-formes, & par conséquent une moindre résistance peut en soûtenir la poussée, comme il est démontré *(Th. 1.)*

4.° Quant à la charge que ces Toits souffrent par les Tuiles dont ils sont couverts, elle est la même pour tous les Toits en général, soit qu'ils soient surbaissés, soit qu'ils soient surmontés, pourvû qu'ils soient tous formés sur une même largeur de Comble, comme il est démontré *(Theor. 2.)*



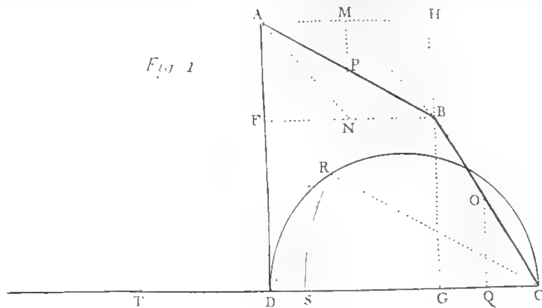
Fig. 1.

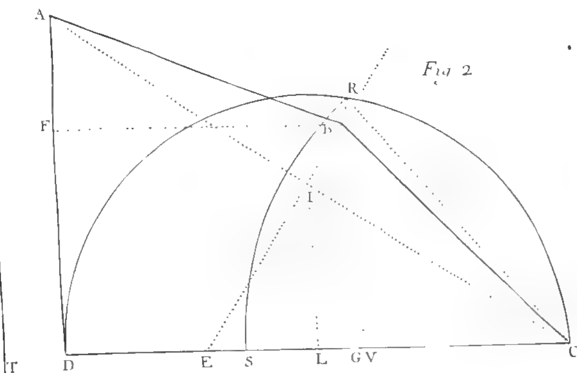
A M H P F N B R O T D S G Q C

Fig. 2.

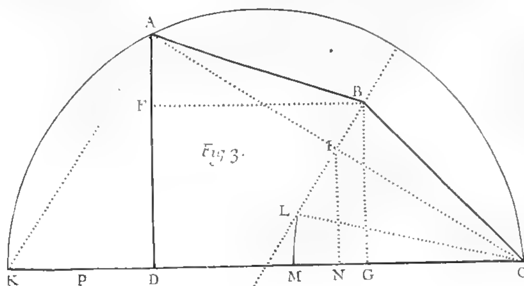
R B I E S L G V C

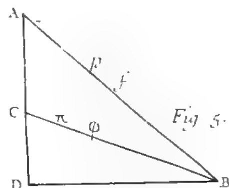
Ph. Simonneau Sculp.

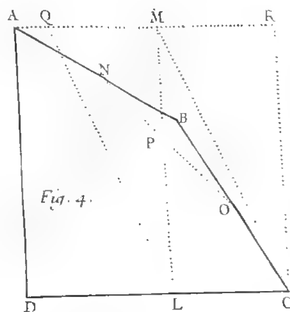

Fig. 1
A
M
H
P
B
F
N
R
O
T
D
S
G
Q
C

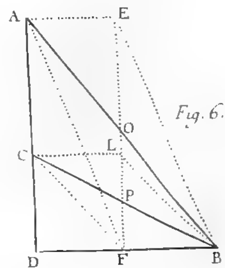

A
Fig. 2
R
F
B
I
T
D
E
S
L
G V
C

Ph. Simonneau Sculp.









Ph. Simonneau Sculp.

DISSERTATION
SUR
LA MANIÉRE D'ARRESTER LE SANG DANS LES HÉMORRAGIES.

Avec la Description d'une Machine ou Bandage propre à procurer la consolidation des Vaisseaux, après l'Amputation des Membres, par la seule Compression.

Par M. PETIT.

S'IL est une occasion dans laquelle la Chirurgie soit plus utile que dans une autre, c'est lorsqu'il s'agit d'arrêter le sang qui coule abondamment par l'ouverture d'un Vaisseau considérable ; mais s'il est un cas qui exige plus particuliérement ce secours du Chirurgien, c'est lorsque faisant quelque opération, il coupe lui-même un Vaisseau par nécessité ou par inadvertance. Quelle peine, quelle mortification, de voir un Blessé perdre la vie avec son sang ! C'est-là qu'un Chirurgien, quoique touché d'un état si déplorable, doit, sans se troubler, rassembler dans l'instant les secours les plus sûrs & les plus prompts. 4 Avril 1731.

Tous ceux qu'on a mis en pratique, ou qui ont mérité quelques suffrages dans tous les temps, peuvent se réduire aux Absorbants, aux Astringents simples, aux Stiptiques, aux Caustiques, au Fer-brûlant, à la Ligature & à la Compression.

Les Absorbants & les simples Astringents ne peuvent être utiles que pour de légeres Hémorragies. Leur insuffisance dans l'ouverture des grands Vaisseaux a fait mettre en usage l'Alun, le Vitriol, & toutes les Huiles & les Eaux stiptiques ou escarotiques. Les Anciens Chirurgiens se servoient même des Cauteres, de l'Huile boüillante, du Plomb fondu & du Fer-ardent.

Ils ont combiné la brûlure de tant de façons différentes, que c'étoit faire, ſelon eux, une grande découverte, que d'imaginer une nouvelle façon de brûler. Ils avoient des inſtruments de différents métaux, figurés ſelon les endroits où ils vouloient les appliquer; & avec ces inſtruments rougis dans les charbons ardents, ils brûloient les Vaiſſeaux pour les fermer par la criſpation que cauſe la brûlure.

Les Chirurgiens, plus éclairés, devinrent moins cruels; ils imaginerent la Ligature des Vaiſſeaux, & par ce moyen ils arrêtoient les Hémorragies qui accompagnent les Playes. Ce moyen parut d'autant plus naturel à celui qui s'en ſervit le premier, qu'on le mettoit déja en uſage pour barrer les Varices, les Hémorroïdes, & autres Veines; mais quoique toutes ces opérations dûſſent autoriſer les Chirurgiens à faire la Ligature des Vaiſſeaux qu'on eſt obligé de couper dans l'Amputation des Membres, on ne s'en étoit point encore ſervi dans ces occaſions, au XVI.e Siécle. Ambroiſe Paré, Chirurgien de trois de nos Rois, fut le premier qui la mit alors en pratique. Cette maniére d'arrêter le ſang, qui parut nouvelle, lui attira bien des contradictions; mais quoique deſapprouvée d'abord par quelques-uns de ſes contemporains, il eut la ſatisfaction de la voir pratiquer avec un grand ſuccès. La Ligature rendit les Chirurgiens moins timides : l'Amputation des Membres devint une opération plus ſûre, moins douloureuſe, & la guériſon en fut plus prompte. On s'en eſt preſque univerſellement ſervi juſqu'à préſent pour arrêter le ſang, non ſeulement dans l'Amputation des Membres, mais encore dans l'opération de l'Anévriſme, & dans les Playes accompagnées de grandes Hémorragies.

Tous ces différents moyens n'auroient jamais, ou n'auroient que très-rarement, été ſuivis de ſuccès ſans la Compreſſion, qui a toûjours été d'un grand ſecours. Pour faire cette Compreſſion, après avoir mis ſur les Vaiſſeaux les Stiptiques, les Cauſtiques, ou même après en avoir fait la Ligature, on y applique des compreſſes pyramidales aſſujetties & ſoûtenües par pluſieurs tours de bande ſuffiſamment ſerrés pour réſiſter

à l'impulſion du ſang de l'Artere, & s'oppoſer à la chûte trop prompte de l'Eſcarre que font les Stiptiques & le Feu, ou à la ſéparation prématurée de la Ligature. Sans cette précaution, on auroit preſque toûjours à craindre l'Hémorragie, qui n'arrive que trop ſouvent à la chûte de la Ligature ou de l'Eſcarre, malgré les ſoins qu'on prend pour l'éviter par une Compreſſion convenable.

La Compreſſion eſt auſſi ancienne que les autres moyens d'arrêter l'Hémorragie ; elle eſt même, ſelon toute apparence, conforme à la premiére idée que les hommes ont dû naturellement avoir pour arrêter le ſang. J'eſpere cependant, en ce qui concerne les Amputations, lui donner aujourd'hui tous les avantages de la nouveauté, ſoit par rapport à la maniére de comprimer les vaiſſeaux, ſoit par rapport à l'uſage excluſif que je lui donne, en rejettant celui des Aſtreingents, des Stiptiques, des Cauſtiques, & même de la Ligature des Vaiſſeaux, autant qu'il eſt poſſible. Je vais d'abord rapporter les obſervations que j'ai faites ſur la maniére dont le ſang s'arrête par les différents moyens dont je viens de parler.

Lorſqu'une Hémorragie conſidérable a été arrêtée par les Abſorbants ou les Stiptiques, c'eſt toûjours par le moyen d'un Caillot ſoûtenu de la compreſſion, que l'orifice du vaiſſeau ſe trouve bouché. Ce Caillot a ordinairement deux parties, l'une au dehors du vaiſſeau, & l'autre au dedans. Celle du dehors eſt formée par le ſang dernier ſorti, qui, en ſe caillant, fait corps avec le charpi, la mouſſe, ou les poudres, dont on s'eſt ſervi pour arrêter le ſang. L'autre partie du Caillot, qui eſt dans le vaiſſeau même, n'eſt préciſément que la portion du ſang qui étoit prêt à ſortir, quand on a bouché le vaiſſeau. Ces deux parties ne ſont ſouvent qu'un même Caillot ; celle du dehors fait l'office de Couvercle, & celle du dedans fait l'office de Bouchon. L'une & l'autre arrêtent le ſang par la ſolidité qu'elles acquiérent en ſe coagulant, & par l'adhérence qu'elles contractent enſuite, l'une avec l'intérieur du vaiſſeau, & l'autre avec ſon orifice externe.

Si l'on s'eſt ſervi des Stiptiques ou des Eſcarotiques, le

Caillot eſt plûtôt formé que quand on a uſé des Abſorbants, ou des ſimples Aſtreingents : il occupe une plus grande étendüe de la cavité du vaiſſeau ; ce qui fait un Bouchon plus profond. Le Couvercle ou la portion extérieure du Caillot eſt auſſi beaucoup plus épaiſſe, parce qu'en même temps que les Stiptiques & Eſcarotiques coagulent le ſang, ils brûlent une portion du vaiſſeau & des chairs voiſines qui, faiſant corps avec le ſang caillé, forment enſemble un Couvercle plus épais & plus étendu.

La Ligature arrête le ſang en pliſſant & ſerrant le vaiſſeau, comme fait le cordon avec lequel on lie un ſac. Le ſang qui étoit prêt à ſortir, retenu par la Ligature, ſe coagule à la vérité plus lentement que lorſqu'on ſe ſert des Stiptiques, mais il ſe coagule toûjours, & on doit le regarder comme la portion du Caillot, que j'ai appellé le Bouchon, qui dans ce cas eſt retenu par la Ligature ; au lieu que dans l'autre, le Bouchon eſt retenu par la portion extérieure du Caillot, que j'ai appellé le Couvercle.

Ce Caillot ou ce Bouchon eſt par ſa figure, bien différent de celui qui ſe forme après l'application des Stiptiques. Celui-ci eſt cylindrique, & celui qui ſe forme après la Ligature a une figure pyramidale, la baſe du côté de l'intérieur du vaiſſeau, & la pointe du côté de la Ligature. Cette figure eſt très-favorable pour retenir le ſang après la chûte de la ligature, pourvû qu'elle ſe ſépare ſans effort par la ſeule ſupuration & l'accroiſſement des chairs qui ſe forment au deſſus de l'endroit lié; car alors, quand même l'orifice du vaiſſeau ne ſeroit pas entiérement réüni ou fermé par les chairs, il ſeroit du moins ſi conſidérablement rappetiſſé, que le Caillot (ſuppoſé qu'il fût entiérement détaché de la paroi du vaiſſeau, comme cela arrive quelquefois) ne ſeroit point chaſſé au dehors par l'impulſion du ſang, mais tout au plus la pointe du Caillot s'engageroit dans ce qui reſteroit d'ouverture au vaiſſeau, & y entrant, pour ainſi dire, à force, le boucheroit exactement. Ce n'eſt pas la même choſe, quand quelque convulſion, ou quelques autres mouvements violents de la part du Malade, ſont

ſont cauſe de la ſéparation de la Ligature; car cette ſéparation ſe fait alors avant la parfaite clôture du vaiſſeau; & de plus, le Caillot, malgré ſa figure, eſt pouſſé avec tant de violence, que non ſeulement il ſort, mais qu'il détruit même en paſſant tout ce qu'il y a de réünion commencée, & l'ouverture du vaiſſeau, auſſi large qu'auparavant, laiſſe darder le ſang comme le premier jour.

La forme du Caillot, telle que je viens de la décrire, ſe voit parfaitement pour l'ordinaire, dans le Moignon de ceux qui ſont morts depuis le deux juſqu'au vingt ou trentiéme jour de l'Amputation. J'ai préſenté à la Compagnie l'Artere crurale d'un Homme à qui on avoit coupé la Cuiſſe depuis cinq jours, & dont on peut voir la Figure.

Voyés la premiére & la ſeconde Figure.

A, l'Artere ouverte.
B, la Ligature.
C, le corps du Caillot.
D, ſa pointe du côté de la Ligature.
E, la pointe du Caillot du côté ſupérieur.

Après la chûte de la Ligature, il arrive aſſés ſouvent une légére Hémorragie, parce que le Caillot, en durciſſant, a diminüé de volume, & s'eſt détaché par quelque endroit de la paroi du vaiſſeau; mais cette Hémorragie ſubſiſte ſeulement, ou juſqu'à ce que le Caillot entiérement détaché de la paroi du vaiſſeau, puiſſe être pouſſé par le ſang, vers l'endroit que la Ligature a rendu plus étroit, ou juſqu'à ce que le ſang qui paſſe entre le caillot & le vaiſſeau, ait bouché cet intervalle en s'y caillant.

Lorſqu'on a arrêté le ſang avec les Stiptiques ou avec les Cauſtiques, ſi à la chûte de l'Eſcarre il ſurvient Hémorragie, ne fuſſe qu'un ſuintement, le ſang ne s'arrête ſouvent pas avec facilité, parce que par cette maniére d'arrêter le ſang, l'orifice du vaiſſeau n'eſt pas rétréci comme quand on s'eſt ſervi de la Ligature. Si le Caillot, qui eſt preſque cylindrique, tient encore par quelque endroit à la paroi du vaiſſeau, il n'y aura qu'un ſuintement; mais s'il en eſt entiérement détaché, la plus légere impulſion du ſang le chaſſera dehors, &

l'Hémorragie recommencera, à moins que par une Compreſſion artiſtement faite ſur l'extrémité du vaiſſeau, on ne retienne ce Caillot prêt à s'échapper, juſqu'à ce que le ſang rempliſſe l'eſpace qui ſe trouve entre lui & la paroi du vaiſſeau, qu'il s'y coagule, & qu'il le bouche une ſeconde fois.

La clôture des Vaiſſeaux par l'uſage de la ſeule compreſſion ne ſe fait pas tout-à-fait de même, ſur-tout ſi l'on a obſervé, en la faiſant, toutes les circonſtances que je rapporterai ci-après, & dont une des principales eſt de comprimer le vaiſſeau par le côté. Alors l'embouchure n'eſt plus ronde, elle eſt applatie comme l'anche d'un Haut-bois ; les parois & les bords appliqués l'un contre l'autre, s'uniſſent & ſe conſolident comme deux parties fraîchement coupées ; puis, toutes les deux enſemble ſe joignent avec les chairs voiſines, & cette adhéſion, qui ſe fait peu-à-peu, eſt ſuivie d'une réünion & d'une cicatriſation commune. Il ſe forme un caillot intérieur comme après la ligature, lequel n'a pas la même figure, puiſque ſon moule eſt différent ; cependant ſuppoſé qu'il ſe détacha, il arrêteroit de même le ſang, pourvû que l'ouverture du vaiſſeau fût en partie réünie, parce qu'il eſt plus épais du côté de la cavité du vaiſſeau que du côté de ſon orifice. Il y a donc cette différence entre la réünion d'un vaiſſeau procurée par la Ligature, & celle qui eſt procurée par la Compreſſion ; que la réünion par la Ligature ne ſe fait, pour ainſi dire, que dans le point où le fil a réüni toute la circonférence du vaiſſeau, & que la réünion procurée par la Compreſſion, ſe fait non ſeulement d'un bord à l'autre, mais encore dans toute l'étendüe des ſurfaces intérieures qui ont été appliquées l'une ſur l'autre par l'applatiſſement du vaiſſeau comprimé, & c'eſt ce qui rend cette adhéſion plus étendüe & plus capable de ſoûtenir le Caillot, & de réſiſter à l'impulſion du ſang.

Dans toutes ces différentes maniéres d'arrêter le ſang, on voit que le Caillot eſt très-néceſſaire ; mais on croira difficilement qu'il devienne partie ſolide, & que ce ſoit lui qui pour toûjours empêche le ſang de paſſer par le vaiſſeau ; il

y a cependant tout lieu de croire que ce Caillot une fois durci, s'attache ſi exactement à la paroi du vaiſſeau, qu'il ne fait plus avec lui qu'un ſeul & unique corps ſous la forme d'un cordon; ſinon pour toûjours, du moins pour un temps conſidérable. C'eſt ce que j'eſpere démontrer dans un autre Mémoire.

Après l'examen que je viens de faire des moyens d'arrêter le ſang, il me paroît qu'il n'eſt pas difficile de ſe déterminer ſur le choix, & que la Compreſſion mérite la préférence. Les Abſorbants ſont inſuffiſants pour les grandes Hémorragies. Les Stiptiques & les Eſcarotiques cauſent beaucoup de douleur; ils détruiſent les parties, découvrent quelquefois les os, & l'on court riſque de voir couler le ſang une ſeconde fois à la chûte des Eſcarres. Il eſt vrai qu'on ſe rend plus maître du ſang, lorſqu'on ſe ſert de la Ligature, que lorſqu'on ſe ſert des Stiptiques, mais la Ligature cauſe de grandes douleurs, des treſſaillements convulſifs, & quelquefois la convulſion du Moignon, qui ſouvent eſt mortelle, ou par elle-même, ou parce qu'elle occaſionne l'Hémorragie par les mouvements extraordinaires que le Malade ne peut s'empêcher de faire.

Je ne dirai rien de la maniére d'arrêter le ſang avec le Plomb fondu, ou les autres métaux rougis dans les charbons ardents, parce que je ne l'ai jamais pratiquée, ni vû pratiquer. Elle eſt loüée par quelques Auteurs, mais elle eſt décriée par ceux qui ont adopté la Ligature. Ceux-ci la regardent comme trop cruelle & trop difficile à pratiquer, parce qu'on ne peut pas toûjours donner au Fer le degré de chaleur convenable; trop chaud, il emporte avec lui la piéce brûlée ſans arrêter le ſang, & s'il n'eſt pas aſſés chaud, il ne produit point la criſpation qui convient pour l'arrêter. Après avoir fait réfléxion ſur tous ces moyens différents pour arrêter le ſang dans les Amputations, j'ai crû devoir préférer la Compreſſion.

On peut objecter contre la Compreſſion, que ſi elle eſt forte, elle comprimera trop, & que la partie comprimée

peut tomber en Gangrene ; que si elle n'est pas forte, elle ne peut arrêter un gros vaisseau, sur-tout lorsqu'il est coupé entiérement, comme dans les Amputations des membres. J'avoüerai que ce sont-là les défauts de la Compression, telle que je l'ai décrite ci-dessus, ou telle qu'elle s'est toûjours pratiquée. On ne peut la graduer ni la ménager, de maniére qu'en agissant sur les parties qui doivent être comprimées, on laisse la liberté à celles qui n'ont pas besoin de compression, & à qui même elle peut être très-nuisible, mais la Compression que je propose aura des forces suffisantes, & elle sera ménagée de maniére qu'on évitera toutes sortes d'inconvenients.

L'art de comprimer les vaisseaux ne consiste donc pas dans la quantité des forces qu'on employe, mais dans la maniére de les appliquer.

La force de la colomne du sang, qui sort d'une Artere ouverte, n'est pas si considérable, qu'un caillot adhérent à l'orifice du vaisseau ne puisse lui résister : une compresse soûtenuë d'un léger bandage peut quelquefois suffire. Le bout du doigt, quoique légerement appuyé sur l'orifice d'un vaisseau ouvert, est suffisant pour en arrêter le sang, & il ne faudroit pas autre chose, si l'on pouvoit toûjours tenir le doigt dans cette attitude, & si le Moignon d'un Malade agité pouvoit garder assés long-temps la même situation; mais comme la chose est impossible, il faut trouver une Machine qui fasse l'office d'un doigt, & qui, sûrement & invariablement appliquée au Moignon, suive si bien les attitudes d'un Malade inquiet, qu'elle garde toûjours les mêmes rapports avec le Moignon; qu'elle soit telle enfin que le vaisseau se trouve toûjours pressé dans les mêmes points, & avec les mêmes degrés de compression.

Une condition essentielle à cette Machine est qu'elle ne gêne point le Malade, afin qu'il puisse la supporter tout le temps nécessaire, sans aucune incommodité. Pour cela, il faut qu'elle n'agisse que sur les parties qui doivent être nécessairement comprimées, laissant toutes les autres en pleine

liberté : il faut de plus qu'elle soit construite de maniére que, sans causer aucuns mouvements au Moignon du Malade, on puisse la relâcher, ou la resserrer selon les cas.

Si après l'Amputation, le Moignon enfle, & se gonfle, la compression sera trop forte, la machine trop serrée, il faut pouvoir la relâcher : au contraire, quand le Moignon desenfle, la compression est trop foible, la machine est trop lâche, il faut pouvoir la resserrer. Il est donc absolument nécessaire que cette machine puisse avec facilité être serrée ou relachée plus ou moins, pour s'ajuster au volume de la partie, afin que la compression du vaisseau soit toûjours égale.

Je divise cette Machine en deux parties : l'une comprime le tronc d'où vient la branche de l'Artére coupée, & l'autre comprime l'ouverture ou la coupure de la branche par laquelle le sang s'écoule. Voici la maniére de se servir de cette machine, que je vais appliquer à une Cuisse coupée.

La premiére partie s'applique avant que de faire l'opération : elle y est même très-essentielle. Elle est composée d'un Bandage circulaire *A*, qui fait le même contour que le circulaire d'un Brayer, & qui après avoir embrassé le corps au-dessous des hanches, vient se rendre dans l'Aîne, précisément au-dessous de l'arcade des muscles du ventre, dans l'endroit où passe l'Artére crurale. Un autre Circulaire *B* entoure la cuisse au-dessous du pli de la fesse, & vient se rendre dans l'Aîne, où se trouvent l'une sur l'autre deux Plaques de taule garnies de chamois *CD*. Celle de dessous est platte du côté qu'elle touche à la plaque de dessus, mais du côté qu'elle touche au pli de l'Aîne, elle est garnie d'une Pelote bien rembourée: le centre de cette Pelote est appuyé précisément sur le passage de l'Artére crurale à sa sortie du ventre. La plaque de dessus est attachée aux deux Circulaires qui lui servent de point fixe : quelques liens attachent ces deux circulaires entre eux. Celui qui entoure les hanches empêche la plaque de descendre, & celui qui entoure la cuisse, l'empêche de remonter, afin qu'elle réponde toûjours au même endroit du pli de l'aîne. Une Vis *E*, qui peut tourner

Voyés la troisiéme & la quatriéme Figure.

ſans fin ſur la plaque de deſſous, paſſe dans un écrou taraudé dans la plaque de deſſus ; de ſorte que lorſqu'on tourne cette Vis à droite, on écarte les deux plaques l'une de l'autre, & on les rapproche, lorſqu'on la tourne à gauche : mais afin qu'elles s'éloignent ou qu'elles s'approchent en ligne droite, il y a deux petites fiches *1, 2,* qui s'élevent perpendiculairement de la plaque de deſſous, & paſſent chacune par un trou percé dans la plaque de deſſus, l'une à droite, & l'autre à gauche de la Vis. Ces deux tiges dirigent l'approche & l'éloignement des deux plaques, & c'eſt par elles qu'elles s'éloignent ou s'approchent toûjours parallelement.

Ce Bandage étant placé comme je viens de le dire, ſi l'on tourne la Vis à droite, les plaques s'écarteront l'une de l'autre ; mais parce que les deux circulaires retiennent la plaque de deſſus, & s'oppoſent à ſon élevation, il faut de néceſſité que la plaque de deſſous s'abbaiſſe & s'enfonce dans le pli de l'Aîne; que la Pelote dont elle eſt garnie comprime le tronc de l'Artére crurale, à meſure que l'on tourne la Vis ; & que cette Vis, tournée un certain nombre de fois, comprime ſi exactement l'artére, que le ſang n'y puiſſe plus paſſer.

Ce Bandage n'a ſervi juſques-là qu'à retenir le ſang pendant l'opération, mais pour arrêter le ſang des vaiſſeaux que l'on vient de couper, il faut un ſecond Bandage compoſé d'une double plaque, comme le premier. A la plaque de deſſus viennent aboutir & s'accrocher quatre courroyes *F,* qui ſont ſolidement retenuës aux deux circulaires du premier Bandage. Avant que de les appliquer, il faut placer, en comprimant, un peloton de charpi ſur le vaiſſeau, non directement ſur ſon embouchure, mais ſur le côté de cette embouchure, le plus éloigné de l'Os, afin qu'en le pouſſant vers l'Os, les parois s'appliquent l'une contre l'autre, & que preſſé d'un côté par le peloton de charpi, & de l'autre par la réſiſtance de l'Os de la cuiſſe, le vaiſſeau prenne la figure de l'anche d'un Haut-bois. Sur ce premier peloton de charpi, on en place un ſecond plus large, & ſur celui-ci un troiſiéme, & même un quatriéme, toûjours plus larges,

& toûjours poussés suivant la même direction. Ensuite on pose sur ce dernier tampon de charpi le centre de la pelote *G*, qu'on assujettit avec les courroyes *F* qui viennent toutes se rendre à la plaque de dessus *H*. Alors si on tourne la Vis à droite, les deux plaques s'éloigneront; mais parce que les quatre courroyes empêchent l'élevation de la plaque supérieure, il faut que la plaque de dessous s'enfonce & appuye sur le tampon de charpi le plus extérieur, & celui-ci sur les autres successivement jusqu'au premier appliqué, lequel pressant le vaisseau, ainsi qu'il a été dit, en effacera si exactement la cavité qu'aucune goutte de sang ne pourra s'épancher.

Après avoir fait cette derniére application, on lâche par degré, & peu à peu la Vis de la pelote qui comprime le tronc de l'artére dans l'aîne, pour laisser passer le sang, jusqu'à ce que l'on commence à sentir le battement de l'artére; & si l'on s'apperçoit qu'elle batte trop fort, & qu'il passe trop de sang, on resserre la Vis d'un demi-tour, ou d'un tour, plus ou moins, afin de n'en laisser passer qu'autant qu'il en est nécessaire pour conserver la vie dans le Moignon.

Ainsi cette Machine a plusieurs utilités. Par le moyen de la premiére piece, on se rend totalement maître du sang; l'attention du Chirurgien n'est point partagée; il est plus assûré & plus ferme en opérant; l'opération finie, on lâche autant de sang qu'on le juge à propos. Veut-on panser le Malade, on retient totalement le sang, jusqu'à ce qu'on ait levé l'ancien appareil, & appliqué le nouveau, en prenant les précautions que je dirai ci-après.

La deuxiéme partie de cette Machine arrête le sang, en comprimant la bouche du vaisseau coupé, ainsi que l'on a dit ci-dessus; & l'on conçoit bien que si la compression ordinaire pouvoit arrêter le sang dans une branche, sans que le tronc fût comprimé, celle-ci l'arrêteroit bien plus facilement, puisqu'elle arrête la colomne de sang dans le tronc même, & qu'on n'en laisse passer qu'autant qu'on le juge nécessaire, pendant que le surplus est obligé de refluer dans les troncs voisins, ou dans les vaisseaux collatéraux.

Un autre avantage que cette Machine a ſur les autres moyens d'arrêter le ſang, & ſur la compreſſion ordinaire, c'eſt qu'auſſi-tôt que la ſupuration eſt établie, on peut ſans crainte d'hémorragie, lever entiérement l'appareil à chaque panſement. Au contraire lorſqu'on s'eſt ſervi des autres moyens, on laiſſe à chaque panſement tout ce qui eſt placé ſur les vaiſſeaux; on craint de les dégarnir; ce qui reſte s'échauffe, ſe pourrit, & contracte une odeur incommode au Malade, & à tous ceux qui l'approchent; de plus, ce reſte d'appareil retient une partie du pus, qui croupiſſant, devient âcre, irrite la partie, & cauſe douleur, inflammation, fiévre, inſomnie, & autres accidents.

Avec nôtre Machine, pour n'avoir rien à craindre à la levée du premier appareil, il ne faut que ſerrer la Vis des plaques qui ſont dans l'aîne. On empêche le ſang de couler dans le vaiſſeau. On détache alors les courroyes de la pelote de deſſus le moignon; on la leve, & on ôte de l'appareil tout ce qui peut aiſément ſe ſéparer. Enſuite on applique de nouveaux tampons de charpi à la place des anciens; on replace, on attache la pelote; on en ſerre la Vis au degré qui convient; on relâche peu à peu la Vis de l'aîne pour la remettre au degré où elle étoit, & l'on acheve le panſement. On pourroit dire que cette maniére de conſolider les vaiſſeaux eſt une imitation de la manœuvre des Fontainiers qui, pour réparer un tuyau de Fontaine, commencent par fermer le robinet du Reſervoir, pour ſe rendre maîtres de l'eau, qui empêcheroit leur ſoudure. La Vis de l'aîne eſt une eſpece de robinet qui retient le ſang, ou modere ſon mouvement, juſqu'à ce que les ſucs nourriciers ayent ſoudé & conſolidé l'ouverture du vaiſſeau.

Ce moyen d'arrêter le ſang eſt préférable aux autres, non ſeulement parce qu'il eſt plus doux, plus ſûr & plus commode, mais encore parce qu'il eſt plus naturel. En effet, les Stiptiques, les Eſcarotiques, le Feu & la Ligature n'arrêtent le ſang, qu'en détruiſant une portion des vaiſſeaux, des nerfs & des chairs voiſines. La compreſſion ne détruit aucune partie, elle

elle les rapproche ſeulement, & procure leur adhéſion. Mais ce qu'il y a de plus eſtimable, c'eſt que la compreſſion bien graduée ne produit jamais d'inflammation, & il en arrive toûjours, lorſqu'on ſe ſert des autres moyens. C'eſt même cette inflammation qui donne occaſion à la ſupuration extraordinaire, & la ſupuration à la chûte prématurée des Eſcarres & des Ligatures.

La chûte des Eſcarres ſera toûjours ſuivie d'hémorragie, quand la partie du Caillot, que j'ai appellé le Bouchon, reſtera attachée avec la partie que j'ai appellée le Couvercle, parce qu'elles tomberont enſemble, & qu'alors l'orifice du vaiſſeau ne ſera ni bouché ni couvert. J'ai tâché de découvrir pourquoi ces deux parties du Caillot tomboient quelquefois enſemble, & quelquefois ſéparément; & j'ai remarqué que cela dépendoit de la maniére dont on faiſoit la compreſſion ordinaire, après l'application des eſcarotiques, ou autres moyens : car ſi l'on obſervoit de faire toûjours la compreſſion ſur le côté du vaiſſeau, de façon à en approcher les bords & les parois, on empêcheroit la communication du Caillot interne avec l'externe, ils n'auroient point d'adhérence l'un à l'autre, l'externe ſe ſépareroit ſeul, l'interne reſteroit dans le vaiſſeau, & l'hémorragie ne ſuivroit pas ſi ſouvent la chûte des Eſcarres.

On voit par cette obſervation combien la compreſſion eſt utile pour faire réüſſir les autres moyens d'arrêter le ſang, & l'on prévoit même déja, que ſeule elle peut être ſuffiſante. En effet, pour empêcher que le ſang coule par un vaiſſeau ouvert, il ne faut qu'une compreſſion qui le retienne, juſqu'à ce que les adhéſions du caillot au vaiſſeau, du vaiſſeau à luimême & aux chairs voiſines, ſoient aſſés fortes pour réſiſter à l'impulſion du ſang. Il ne faut pas pour cela un temps bien conſidérable; le jour que l'Appareil ſe ſépare avec facilité, qui eſt pour l'ordinaire le quatriéme ou le cinquiéme, la réünion eſt faite, & ſi l'on continuë la compreſſion, ce n'eſt que pour plus grande ſûreté.

Les Cauſtiques, les Stiptiques & la Ligature pourroient-ils

mieux faire? Eux, au contraire qui retranchent & détruisent, qui font beaucoup de douleur, & qui attirent l'inflammation, si contraire à la réünion. Un vaisseau pour se réünir à soi-même, au caillot & aux chairs voisines, peut-il être dans une situation plus favorable, que celle dans laquelle il se trouve, à l'instant qu'il vient d'être coupé? La Chirurgie ne nous enseigne-t-elle pas que pour réünir des parties fraîchement divisées, il ne faut que les rapprocher, & les maintenir rapprochées? C'est, si j'ose le dire, à la Nature à faire le reste, & elle le fait toûjours, lorsqu'elle n'est point interrompuë dans ses fonctions, comme elle l'est par les autres moyens d'arrêter le sang. Ceux-ci retardent la réünion qui ne commence à se faire qu'au cinquiéme ou au sixiéme jour; au lieu qu'en se servant de la compression, l'adhésion, la réünion, & la consolidation des vaisseaux commencent dès les premiers instants qu'ils sont comprimés : si bien que, lorsqu'à la levée du premier appareil, la supuration détache les tampons de charpi, dont on s'est servi pour comprimer le vaisseau, on s'apperçoit que la réünion de ses parties est déja faite. Il est vrai qu'elle n'est pas encore bien solide, c'est pour cela, qu'avant de lever l'appareil, on a soin de serrer la Vis de la pelote de l'aîne, qui comprime exactement le tronc; de sorte que ce qui reste de sang dans le vaisseau, depuis cette compression jusqu'à l'ouverture, n'a point le mouvement d'impulsion, qui seroit capable de forcer cette réünion commencée.

Ce que je viens de dire de la Machine & de ses usages n'est point conjecture : je ne la propose qu'après l'avoir mis heureusement en pratique à l'Amputation de la Cuisse d'une personne de distinction. Toute la France a pris tant de part à cette guérison, la maladie étoit si considérable, & accompagnée de tant de circonstances singuliéres, que je me suis crû obligé d'en rendre compte.

Au Siége d'Aire en 1710, cette personne reçut un coup de bale de Mousquet, qui lui perça la Cuisse droite de part en part, & brisa l'os en tant de piéces, qu'il y a lieu de

s'étonner que les deux portions principales ayent pû se réünir par un calus assés fort pour soûtenir le corps, & conserver la facilité de marcher pendant vingt ans. Cet illustre Blessé fut prisonnier de Guerre, & quoiqu'on eût pour lui tous les égards & les soins dûs à une personne de sa condition, sa blessure resta fistuleuse, parce qu'on ne tira de sa playe aucune des esquilles, qui cependant étoient en grand nombre, comme il paroit par celles qu'on a tirées en différents temps, soit par l'ouverture de la fistule, qui a subsisté 19 ans, soit par celle de quelques-uns des Abcès qui sont survenus pendant le cours de cette longue & laborieuse maladie.

Il y a un an & plus que la douleur vive & presque continuelle que le Malade souffroit, l'obligea de prendre un parti. Il assembla plusieurs personnes habiles, au nombre desquels furent ceux que le sçavoir & l'expérience ont élevés aux premiéres places. Il fut mis en question, si on ouvriroit la Fistule pour tirer une Esquille très-considérable qu'on y sentoit avec la Sonde, ou si on couperoit la Cuisse. On décida, qu'avant toutes choses, on tireroit l'Esquille, regardant l'Amputation de la Cuisse comme une derniére ressource.

Chargé d'executer ce dont on étoit convenu, je dilatai la Fistule, autant qu'une barriére osseuse, qui la formoit, me permit de le faire. Par cette dilatation, je ne pûs découvrir que huit lignes du milieu de l'Esquille qui avoit trois pouces de longueur : les deux extrémités étoient cachées dans une espece de caverne osseuse, & retenües presque immobiles par des chairs dures & caleuses. Après avoir essayé en vain de pousser l'esquille, soit en haut, soit en bas, pour la tirer par l'une de ses extrémités, je fis faire un Instrument avec lequel je la coupai en deux. Alors je la tirai avec facilité, & tout de suite trois autres esquilles, dont l'une étoit plus grosse que la premiére, & les deux derniéres plus petites; mais ce qui paroîtra surprenant, c'est qu'ayant porté mon doigt dans le fond de la Fistule, je trouvai un morceau du drap de la culote, qui n'avoit perdu que sa couleur. Quelques jours après, il sortit en trois pansements différents, trois morceaux de Fer

roüillés, qu'on jugea être des portions de l'anneau d'une Clef, que la bale avoit brisé, & dont le reste fut trouvé dans la poche de la culote le jour même de la blessure.

Le succès de toutes ces opérations sembloit promettre une guérison parfaite, mais les douleurs qui n'avoient été que diminuées, revinrent bien-tôt aussi vives qu'auparavant. L'insomnie, la fiévre lente & la maigreur détruisirent nos espérances ; enfin les forces qui diminüoient chaque jour, nous obligerent d'annoncer au Malade la nécessité de l'Amputation ; ou plûtôt le Malade, devenu habile en Chirurgie depuis vingt ans qu'il en étoit le Sujet, reconnut lui-même la nécessité de cette cruelle opération : il la proposa, & décida du jour & de l'heure qu'elle seroit faite.

Le 23 Février 1730, à dix heures du matin, tout étoit prêt, mais l'opération ne fut faite qu'à onze, parce que nôtre courageux Malade n'étoit pas éveillé. Nous lui laissames achever cette nuit, qui fut une des plus tranquilles qu'il eût encore passé depuis sa blessure. L'opération faite, les Vaisseaux furent liés à l'ordinaire. Le Malade couché, fut si tranquille, qu'il paroissoit avoir oublié les douleurs qu'il venoit de souffrir, & mépriser celles que l'on pouvoit lui causer par la suite. Son courage l'empêchoit de douter de sa guérison ; sûr de vivre, il ne s'occupoit qu'à former des projets agréables, & ne soupçonnant aucun danger, son esprit joüissoit de cette tranquillité que donne la douce espérance, ou plûtôt la sécurité.

Avec de pareilles dispositions, les guérisons sont faciles ; mais s'il est avantageux qu'un Malade ait du courage, il faudroit pouvoir y donner des bornes. L'exemple de celui-ci prouve qu'on peut abuser de tout, même de la vertu. Ce qui l'avoit conduit si rapidement à la guérison, ce courage intrépide, lui fit entreprendre de se lever lui-même sans secours, & de s'asseoir le dos contre le chevet de son lit ; ce qu'il fit avec tant de promptitude & de force, qu'il allarma les assistants, & qu'à l'instant il s'apperçut qu'il perdoit tout son sang. Ce fut le vingt-uniéme jour de l'opération. J'étois

heureusement chés lui ; le mal fut aussi-tôt réparé par l'application d'un bouton de Vitriol, soûtenu d'un bandage convenable. Il observa plus exactement le repos : cependant le onziéme jour de l'application du Vitriol, à la chûte de l'Escarre, l'hémorragie revint. J'étois encore près du Malade, & profitant des réfléxions que j'avois faites sur les défauts de la Ligature & l'infidélité des Caustiques, je crus pouvoir tenter d'arrêter le sang par la seule Compression. Je la fis avec les moyens ordinaires; ce que je regardai cependant plûtôt comme une épreuve que la nécessité m'obligeoit de faire, que comme un moyen assûré. La crainte & la méfiance me firent placer près du Malade quatre Chirurgiens, qui se relevoient d'heure en heure pour tenir le Moignon, & appuyer la main sur l'endroit de l'Artere ouverte, afin de fortifier l'action du bandage qui faisoit la compression.

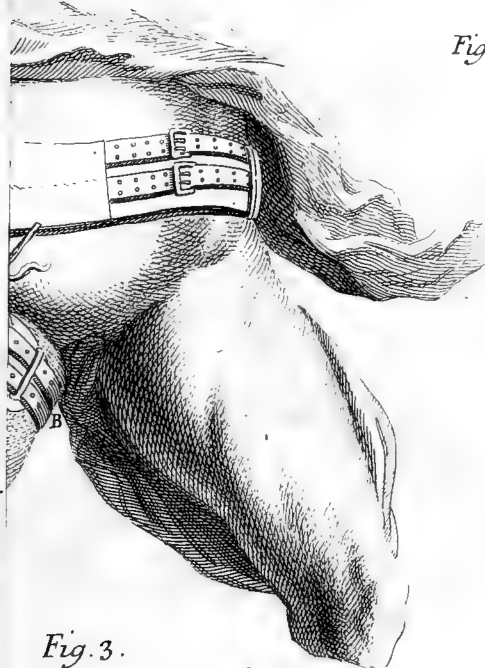
Dans cette cruelle extrémité, il sembloit que pour sauver la vie du Malade, nous n'eussions à choisir que l'application des Caustiques, ou la Ligature du Vaisseau ; mais comment se fier une seconde fois à l'un ou à l'autre, puisque tous deux nous avoient manqué ? La Ligature fut cependant proposée; elle parut difficile & dangereuse : difficile, parce que l'Artere avoit été raccourcie de près d'un pouce, soit par la portion qu'en avoit retranché la Ligature, soit par celle qu'en avoit brûlé le Vitriol. Elle n'étoit pourtant pas impossible, puisqu'on pouvoit faire une incision pour découvrir l'Artere, & la lier; mais cette opération eût été dangereuse à un Malade exténué & fatigué par les opérations, par la diéte & par une supuration abondante, qui duroit depuis près de trente jours.

La triste situation où je me trouvois, ne me permit pas de songer à autre chose qu'à trouver les moyens de remédier à un si fâcheux accident. L'idée d'une Machine me vint, & ne me quitta pas de toute la nuit : le jour étant venu, j'en fis un modelle avec du papier. Je mandai M. Perron, mon confrere, qui approuva cette Machine, & la fit fabriquer. Si-tôt que je l'eus placé, le Malade sentit qu'elle réüssiroit,

parce que, disoit-il, elle appuyoit sur les deux points essentiels, & qu'elle laissoit en liberté tout le reste du Moignon. Elle fit toute seule, mais avec bien plus d'exactitude & de régularité, ce que faisoient les quatre Chirurgiens que j'employois à comprimer le bout du Moignon. Ce qu'elle a fait de plus, c'est qu'après avoir tranquillisé le Malade, rassûré le Chirurgien & la Famille allarmée, elle a procuré la consolidation du Vaisseau, d'où s'en est suivi une guérison parfaite.

On voit par l'exemple que je viens de rapporter, qu'on arrêtera le sang des Vaisseaux coupés dans les Amputations, sans Stiptiques, sans Caustiques & sans Ligature. Par les observations & les réfléxions que j'ai faites sur les différents moyens d'arrêter le sang, on sera convaincu que la Compression doit être préférée; & l'on sera d'autant plus porté à s'en servir, qu'elle s'executera par le moyen d'une Machine sûre, simple & facile à manœuvrer. Je ne prétends pas borner son usage à la seule Amputation de la Cuisse : il est certain qu'elle doit encore mieux réüssir aux Bras & aux Jambes, puisqu'elle s'y ajustera plus facilement, & que les Vaisseaux y sont moins considérables.





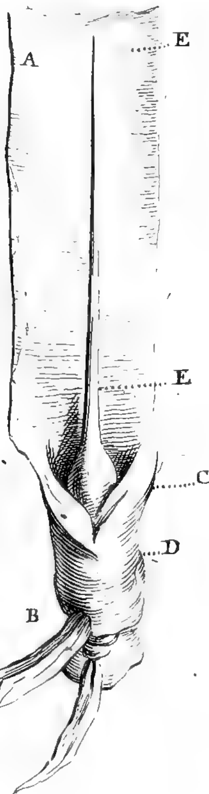


Fig. 3.

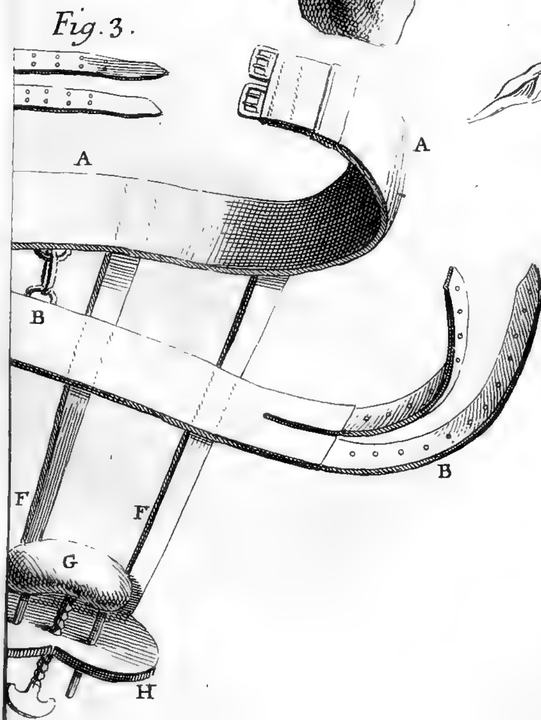
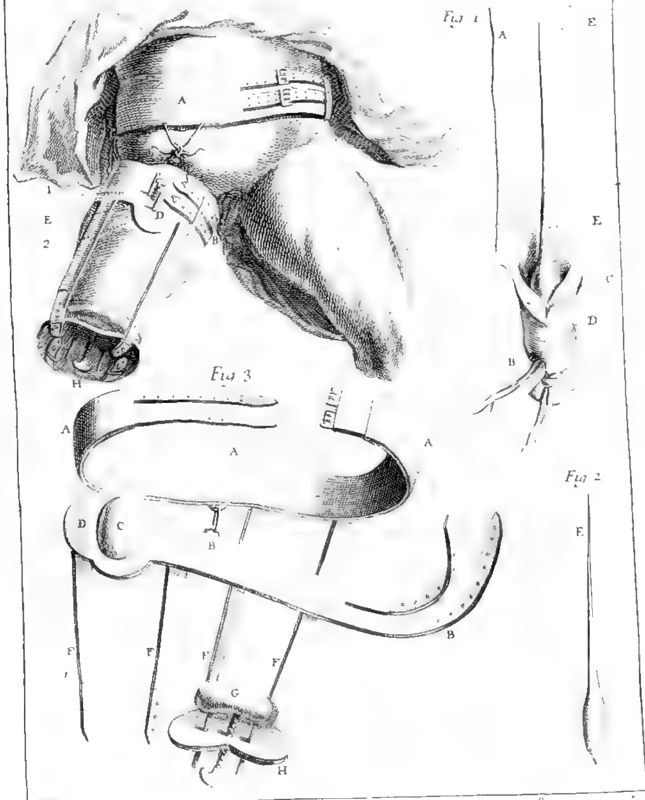


Fig. 2.


Fig 4
A
I
E
2
D
B
H
Fig 1
A
E
E
C
D
B
Fig 3
A
A
A
D
C
B
B
F
F
F
F
G
H
Fig 2
E

SUR LA SÉPARATION DES INDÉTERMINÉES DANS LES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES.

Par M. DE MAUPERTUIS.

I. SOIT l'Équation $dx = ax^m y^n dy + by^{n+1} x^p dx$; dans laquelle a, b, m, n, p, sont des quantités constantes quelconques, & x & y variables. Pour séparer les indéterminées dans cette Équation, je la multiplie par A indéterminée en forme & en valeur, & j'ai $A dx = aAx^m y^n dy + bAy^{n+1} x^p dx$.

L'intégrale de cette Équation est [$\int A dx = \frac{a}{n+1} Ax^m y^{n+1}$] $- \frac{ma}{n+1} \int Ay^{n+1} x^{m-1} dx - \frac{a}{n+1} \int y^{n+1} x^m dA + b \int Ay^{n+1} x^p dx$.

Je fais $= 0$ les termes du second membre qui sont affectés du signe $\int$; & les différentiant, il vient $\frac{ma}{n+1} Ax^{m-1} dx + \frac{a}{n+1} x^m dA = bAx^p dx$, ou $A^{-1} dA = \frac{(n+1)b}{a} x^{p-m} dx - mx^{-1} dx$. J'integre cette Équation, & j'ai $lA + mlx = \frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}$, ou (passant aux nombres, & prenant c pour le nombre dont le logarithme $= 1$) $Ax^m = c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}}$, ou $A = c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}} x^{-m}$. Et substituant cette valeur de A dans l'Équation intégrée [$\int A dx = \frac{a}{n+1} Ax^m y^{n+1}$], il vient

$$\int c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}} x^{-m} dx = \frac{a}{n+1} c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}} y^{n+1},$$

ou $y^{n+1} = \frac{n+1}{a} c^{\frac{(n+1)b}{(-p+m-1)a} x^{p-m+1}} \int c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}} x^{-m} dx$,

ou enfin $y = (\frac{n+1}{a})^{\frac{1}{n+1}} \times c^{\frac{b}{(-p+m-1)a} x^{p-m+1}} \times$ $(\int c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}} x^{-m} dx)^{\frac{1}{n+1}}$.

Quel que ſoit le rapport entre a, b, m, n, p, dans l'Equation $dx = ax^m y^n dy + by^{n+1} x^p dx$, les indéterminées ſeront, comme l'on voit, toûjours ſéparées par cette méthode, & par conſéquent le Probleme conſtruiſible par les Quadratures, excepté cependant lorſque $p = m - 1$, ou $n = -1$.

II. Lorſque $p = m - 1$, l'intégrale générale ne fait rien connoître, à cauſe des expoſants infinis qui s'y trouvent. C'eſt que l'Equation eſt abſolument intégrable ſans quantités exponentielles : car elle eſt alors $dx = ax^m y^n dy + by^{n+1} x^{m-1} dx$. Je lui applique donc la regle ſous ſa forme particuliére, & j'ai $A dx = aAx^m y^n dy + bAy^{n+1} x^{m-1} dx$, dont l'intégrale eſt $[\int A dx = \frac{a}{n+1} A x^m y^{n+1}] - \frac{ma}{n+1} \int A y^{n+1} x^{m-1} dx - \frac{a}{n+1} \int x^m y^{n+1} dA + b \int A y^{n+1} x^{m-1} dx$. D'où l'on tire $A^{-1} dA = \frac{nb+b-ma}{a} x^{-1} dx$, ou $lA = \frac{nb+b-ma}{a} lx$, ou $A = x^{\frac{nb+b-ma}{a}}$; & ſubſtituant cette valeur de A dans l'Equation intégrée, l'on a

$$(\frac{a}{nb+b-ma+a}) \times (x^{\frac{nb+b-ma+a}{a}} + B) = \frac{a}{n+1} x^{\frac{(n+1)b}{a}} y^{n+1},$$

ou $(\frac{n+1}{nb+b-ma+a}) \times (x^{-m+1} + Bx^{\frac{(-n-1)b}{a}}) = y^{n+1}$, ou

enfin $y = (\frac{n+1}{nb+b-ma+a})^{\frac{1}{n+1}} \times (x^{-m+1} + Bx^{\frac{(-n-1)b}{a}})^{\frac{1}{n+1}}$.

D'où l'on voit que lorſque $p = m - 1$, & que m & n ſont des nombres rationnels, l'Equation appartient toûjours à des Courbes algébriques.

Cette intégrale ne fait rien connoître, lorſque $n = -1$. C'eſt que l'Equation étoit intégrable ſans aucune préparation : car

car l'on a alors $dx = ax^m y^{-1} dy + bx^{m-1} dx$, ou $x^{-m} dx = bx^{-1} dx + ay^{-1} dy$, ou $\frac{1}{-m+1} x^{-m+1} = blx + aly - alB$, ou $c^{\frac{1}{-m+1} x^{-m+1}} = \frac{x^b y^a}{B^a}$, ou $y = B c^{\frac{1}{(-m+1)a} x^{-m+1}} x^{-\frac{b}{a}}$.

III. Lorſque $n = -1$, l'intégrale generale ne fait rien connoître. C'eſt encore parce que l'Equation eſt intégrable ſans préparation; car elle eſt alors $dx = ax^m y^{-1} dy + bx^p dx$, ou $x^{-m} dx = ay^{-1} dy + bx^{p-m} dx$, dont l'intégrale eſt $\frac{1}{-m+1} x^{-m+1} - \frac{b}{p-m+1} x^{p-m+1} = aly - alB$,

ou $c^{\left(\frac{1}{-m+1} x^{-m+1} - \frac{b}{p-m+1} x^{p-m+1}\right)} = B^{-a} y^a$,

ou $y = B c^{\left(\frac{1}{(-m+1)a} x^{-m+1} - \frac{b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}\right)}$.

Cette intégrale ne fait rien connoître, lorſque $m = 1$, ou $p = m - 1$.

Si $m = 1$, l'on a $dx = axy^{-1} dy + bx^p dx$, ou $x^{-1} dx - ay^{-1} dy = bx^{p-1} dx$; dont l'intégrale eſt $lx - aly + alB = \frac{b}{p} x^p$, ou $B^a x y^{-a} = c^{\frac{b}{p} x^p}$, ou $y = B x^{\frac{1}{a}} c^{-\frac{b}{pa} x^p}$.

Si $p = m - 1$, c'eſt le cas précédent *(Art. III.)*

IV. Je reviens à la racine de l'Equation générale $y = \left(\frac{n+1}{a}\right)^{\frac{1}{n+1}} \times c^{\frac{b}{(-p+m-1)a} x^{p-m+1}} \times \left(\int c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}} x^{-m} dx\right)^{\frac{1}{n+1}}$; & je cherche les cas où cette racine peut être exprimée en termes finis. Pour cela faiſant $\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} = \alpha$, $-m = \beta$, & $p - m + 1 = \varepsilon$, la quantité qui eſt ſous le ſigne $\int$ devient $\int c^{\alpha x^\varepsilon} x^\beta dx$; que j'integre comme il ſuit.

$$\int c^{\alpha x^\varepsilon} x^{\mathfrak{C}}\, dx = \int c^{\alpha x^\varepsilon} x^{\mathfrak{C}-\varepsilon+1} . x^{\varepsilon-1} dx = \frac{1}{\alpha\varepsilon} c^{\alpha x^\varepsilon} x^{\mathfrak{C}-\varepsilon+1}$$

$$- \frac{(\mathfrak{C}-\varepsilon+1)}{\alpha\varepsilon} \int c^{\alpha x^\varepsilon} x^{\mathfrak{C}-\varepsilon} dx.$$

$$\int c^{\alpha x^\varepsilon} x^{\mathfrak{C}-\varepsilon} dx = \int c^{\alpha x^\varepsilon} x^{\mathfrak{C}-2\varepsilon+1} . x^{\varepsilon-1} dx = \frac{1}{\alpha\varepsilon} c^{\alpha x^\varepsilon} x^{\mathfrak{C}-2\varepsilon+1}$$

$$- \frac{(\mathfrak{C}-2\varepsilon+1)}{\alpha\varepsilon} \int c^{\alpha x^\varepsilon} x^{\mathfrak{C}-2\varepsilon} dx.$$

$$\int c^{\alpha x^\varepsilon} x^{\mathfrak{C}-2\varepsilon} dx = \int c^{\alpha x^\varepsilon} x^{\mathfrak{C}-3\varepsilon+1} . x^{\varepsilon-1} dx = \frac{1}{\alpha\varepsilon} c^{\alpha x^\varepsilon} x^{\mathfrak{C}-3\varepsilon+1}$$

$$- \frac{(\mathfrak{C}-3\varepsilon+1)}{\alpha\varepsilon} \int c^{\alpha x^\varepsilon} x^{\mathfrak{C}-3\varepsilon} dx.$$

$$\int c^{\alpha x^\varepsilon} x^{\mathfrak{C}-3\varepsilon} dx = \&c.$$

Donc

$$\int c^{\alpha x^\varepsilon} x^{\mathfrak{C}} dx = \frac{1}{\alpha\varepsilon} c^{\alpha x^\varepsilon} x^{\mathfrak{C}-\varepsilon+1} - \frac{(\mathfrak{C}-\varepsilon+1)}{\alpha\alpha\varepsilon\varepsilon} c^{\alpha x^\varepsilon} x^{\mathfrak{C}-2\varepsilon+1}$$

$$+ \frac{(\mathfrak{C}-\varepsilon+1).(\mathfrak{C}-2\varepsilon+1)}{\alpha^3\varepsilon^6} c^{\alpha x^\varepsilon} x^{\mathfrak{C}-3\varepsilon+1}$$

$$- \left(\frac{\mathfrak{C}-\varepsilon+1 . \mathfrak{C}-2\varepsilon+1 . \mathfrak{C}-3\varepsilon+1}{\alpha^4\varepsilon^4}\right) c^{\alpha x^\varepsilon} x^{\mathfrak{C}-4\varepsilon-1} + \&c.$$

D'où l'on tire, en remettant pour α, $\mathfrak{C}$, ε, leurs valeurs,

$$y = \left(\frac{n+1}{a}\right)^{\frac{1}{n+1}} \times c^{\frac{b}{(-p+m-1)a} x^{p-m+1}} \times \left(\frac{a}{(n+1)b} c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}} x^{-p}\right.$$

$$+ \frac{pa^2}{(n+1)^2 bb} c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}} x^{m-2p-1} - \frac{pa^3(m-2p-1)}{(n+1)^3 b^3}$$

$$c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}} x^{2m-3p-2} + \frac{pa^4(m-2p-1)\times(2m-3p-2)}{(n+1)^4 b^4}$$

$$\left. c^{\frac{(n+1)b}{(p-m+1)a} x^{p-m+1}} x^{3m-4p-3} - \&c. + Q\right)^{\frac{1}{n+1}}, \quad \text{ou}$$

$$y = \left(\frac{n+1}{a}\right)^{\frac{1}{n+1}} \times \left(\frac{a}{(n+1)b} x^{-p} + \frac{paa}{(n+1)^2 bb} x^{m-2p-1}\right.$$

$$- \frac{pa^3(m-2p-1)}{(n+1)^3 b^3} x^{2m-3p-2} + \frac{pa^4(m-2p-1).(2m-3p-2)}{(n+1)^4 b^4}$$

$x^{3m-4p-3}$ — &c. $+ Qc^{\frac{(n+1)b}{(-p+m-1)a}x^{p-m+1}})^{\frac{1}{n+1}}$; ou faisant

$\frac{a}{(n+1)bb} = A$, $\frac{paA}{(n+1)b} = B$, $\frac{(m-2p-1)B}{(n+1)b} = C$, $\frac{(2m-3p-2)aC}{(n+1)b} = D$, &c.

$$y = (x^{-p} + pAx^{m-2p-1} - (m-2p-1)Bx^{2m-3p-2} + (2m-3p-2)Cx^{3m-4p-3} - (3m-4p-3)Dx^{4m-5p-4} + \text{\&c.} + Rc^{\frac{(n+1)b}{(-p+m-1)a}x^{p-m+1}})^{\frac{1}{n+1}}.$$

On ne peut voir ſans étonnement tout ce que contient une ſeule Équation différentielle auſſi ſimple que $dx = ax^m y^n dy + by^{n+1} x^p dx$. Nous en avons donné la ſéparation en général (*Art. II.*) & les cas particuliers d'intégration (*Art. III. IV.*) L'on voit de plus qu'on a la valeur de y en termes finis toutes les fois que $\frac{m-1}{m-p-1}$ eſt un nombre entier poſitif, ce qui donne une infinité de cas différents de ceux dont nous avons parlé.

Si $\frac{m-1}{m-p-1}$ étant un nombre entier poſitif, l'on fait $R = 0$, & que p ſoit un nombre rationel, toutes ces courbes ſeront algébriques.

Si $\frac{m-1}{m-p-1}$ étant quelque nombre entier poſitif, $R = 0$, p ou m ſont irrationnels, l'on aura des courbes irrationnelles, mais dont les expoſants ſont conſtants, & qui tiennent le premier rang après les courbes algébriques.

Enfin ſi $\frac{m-1}{m-p-1}$ étant toûjours un nombre entier poſitif, R eſt quelque quantité donnée, ces courbes ſont exponentielles à expoſants variables.

V. La méthode s'applique avec le même ſuccès à une infinité d'autres formules, & à celles dont M. Craig a donné la ſéparation dans ſon Livre *de Calculo Fluentium*. *Lib. Calc. Fluent. p. 40. & ſeq.*

Son 1.er cas, qui eſt celui où l'une des indéterminées

manque, ſe réduit de lui-même aux Quadratures, & ſe trouvoit déja dans le beau Scholion de la fin de la *Quadrature des Courbes de M. Newton.*

Le 2.[d] cas de M. Craig eſt $ay^m dy = by^{m+1}dx + qdx$ (q étant une quantité quelconque donnée par x). Je lui donne la forme $Aqdx = aAy^m dy - bAy^{m+1}dx$, dont l'intégrale eſt $[\int Aqdx = \frac{a}{m+1} Ay^{m+1}] - \frac{a}{m+1}\int y^{m+1}dA - b\int Ay^{m+1}dx$. D'où l'on tire $lA = -\frac{(m+1)b}{a}x$, ou $A = c^{-\frac{(m+1)b}{a}x}$; & ſubſtituant cette valeur de A dans l'Equation intégrée, il vient $\int c^{-\frac{(m+1)b}{a}x} qdx = \frac{a}{m+1} c^{-\frac{(m+1)b}{a}x} y^{m+1}$, ou enfin $y = (\frac{m+1}{a})^{\frac{1}{m+1}} \times c^{\frac{b}{a}x} (\int c^{-\frac{(m+1)b}{a}} qdx)^{\frac{1}{m+1}}$.

Le 3.[me] cas $ay^m dy = by^{m+1}pdx + qdx$, ($p$ & q étant des fonctions quelconques de x). Je lui donne cette forme $Aqdx = aAy^m dy - bAy^{m+1}pdx$, dont l'intégrale eſt $[\int Aqdx = \frac{a}{m+1} Ay^{m+1}] - \frac{a}{m+1}\int y^{m+1} dA - - b\int Ay^{m+1}pdx$. D'où l'on tire $lA = -\frac{(m+1)b}{a}\int pdx$, ou $A = c^{-\frac{(m+1)b}{a}\int pdx}$; & ſubſtituant cette valeur de A dans l'Equation intégrée, l'on a $\int c^{-\frac{(m+1)b}{a}\int pdx} qdx = \frac{a}{m+1} c^{-\frac{(m+1)b}{a}\int pdx} y^{m+1}$, ou enfin $y = (\frac{m+1}{a})^{\frac{1}{m+1}} \times c^{\frac{b}{a}\int pdx} (\int c^{-\frac{(m+1)b}{a}\int pdx} qdx)^{\frac{1}{m+1}}$.

Le 4.[me] cas (ſi tant eſt qu'il ſoit différent du 3.[me]) eſt $ady = pydx + by^n qdx$. C'eſt l'Equation que M. Jacques Bernoulli avoit autrefois propoſée (*Act. erud.* 1695. p. 553.)

& dont M. Jean Bernoulli ſon Frere donna la ſéparation dans les mêmes Actes 1697. p. 115. Quoiqu'il en ſoit, je lui donne cette forme, $bAqdx = aAy^{-n}dy - Ay^{-n+1}pdx$, dont l'intégrale eſt $[bfAqdx = \frac{a}{-n+1}Ay^{-n+1}]$ $- \frac{a}{-n+1}fy^{-n+1}dA - fAy^{-n+1}pdx$; d'où l'on tire $lA = (\frac{n-1}{a})fpdx$, ou $A = c^{(\frac{n-1}{a})fpdx}$. Et ſubſtituant cette valeur de A dans l'Equation intégrée, l'on a

$$bfc^{(\frac{n-1}{a})fpdx}qdx = \frac{a}{-n+1}c^{(\frac{n-1}{a})fpdx}y^{-n+1}, \text{ ou}$$

$$y = (\frac{(-n+1)b}{a})^{\frac{1}{1-n}} \times c^{\frac{1}{a}fpdx} \times (fc^{\frac{n-1}{a}fpdx}qdx)^{\frac{1}{1-n}}.$$

Quant au 5.me cas, $ay^e dy = by^n qdx + pdx$; il me ſemble que M. Craig ſe trompe, de croire en pouvoir faire la ſéparation comme il a fait dans les 2.d & 3me. Ce cas n'eſt ſéparable ni par ſa méthode ni par la mienne.



RECHERCHES GÉOGRAPHIQUES SUR L'ÉTENDUE DE L'EMPIRE D'ALÉXANDRE,

Et sur les Routes parcouruës par ce Prince dans ses différentes Expéditions.

Pour servir à la Carte de cet Empire, dressée par feu M. Delisle, pour l'usage du Roy.

Par M. BUACHE.

4 Avril 1731.

L'HONNEUR que j'ai d'occuper aujourd'hui une place que feu M. Delisle mon Beau-pere a si dignement remplie, m'a fait préférer ce sujet à plusieurs autres, que j'aurois pû exposer au jugement de la Compagnie. Formé par les soins de M. Delisle, & lui devant tout ce que je puis sçavoir en Géographie, j'ai crû devoir commencer par exécuter un Projet dont il m'avoit entretenu plusieurs fois.

Comme la Carte de l'Empire d'Aléxandre s'étend depuis la Côte occidentale de la Gréce, voisine de l'Illyrie, jusque par de-là le Fleuve Indus, elle comprend presque toute la partie orientale du Monde connu des Anciens, & par-là elle auroit donné à M. Delisle occasion de justifier une partie des changements qu'il avoit faits aux Cartes des Géographes précédents.

Ce Mémoire joint à celui qu'il lût en 1714, sur la situation de l'Italie, & de la partie occidentale de la Méditerranée, auroit tenu lieu en partie de cette introduction à la Géographie qu'il avoit promise.

J'ai trouvé dans les Recüeils de M. Delisle beaucoup de matériaux destinés à composer le Mémoire que je lis aujourd'hui, mais il n'avoit presque rien écrit des raisons sur

lesquelles il s'étoit déterminé pour les positions conjecturales de sa Carte des Expéditions d'Aléxandre : cependant ces positions conjecturales sont, comme le sçavent tous ceux qui ont travaillé sur la Géographie, la partie la plus considérable & la plus difficile de cette Science; ainsi il m'a fallu rappeller & imaginer quelquefois, pour ainsi dire, les raisons qui l'avoient déterminé dans ces occasions.

Pella, Capitale de la Macédoine, étoit la patrie d'Aléxandre, & c'est de cette Ville que ce Prince partit pour ses trois expéditions différentes contre les Grecs, contre les Triballes, Peuples de la Thrace Septentrionale qu'il traversa jusqu'au Danube, obligeant une partie de ce vaste Païs de se soûmettre à lui, & contre les Perses. La situation de Pella est déterminée sur la Carte, par sa distance de la Ville de Thessalonique, où l'on a une Observation du Pere Feüillée.

La partie occidentale de l'Empire d'Aléxandre comprenoit les Païs contenus entre l'Epire, la Béotie, & la Thrace; c'étoit-là proprement le Royaume de ce Prince, lorsqu'il déclara la guerre aux Perses. Athénes, Lacédémone ni les autres Villes de la Gréce, n'obéïssoient point à Aléxandre, comme à leur Souvérain, mais comme au Chef, & comme au Général de la Nation Grecque; c'est par cette raison que sur la Carte, l'Attique & le Peloponese ne sont point partie de l'Empire d'Aléxandre. On en a encore excepté Byzance, parce que cette Ville formoit une espece de République qui conserva sa liberté, même sous les Successeurs d'Aléxandre.

Les différentes victoires que ce Prince remporta sur les Perses, le rendirent maître de presque tous les Pays soûmis à ces peuples : je dis de presque tous les Païs, parce qu'il faut excepter de l'Asie mineure la Bythinie, & la partie septentrionale de la Cappadoce, nommée depuis le *Royaume du Pont*. Il en faut dire autant de l'Arménie située à l'Orient de l'Euphrate, ou de la grande Arménie. L'Atropatene située à l'Orient de l'Arménie, & qui est nommée maintenant *Adherbijan*, ne faisoit pas non plus partie de l'Empire d'Aléxandre, & il ne faut pas d'autre preuve pour rejetter les

traditions Orientales, qui ſont aller ce Prince dans l'Ibérie ou Georgie, & qui lui attribuënt la conſtruction de la Forteresſe & de la muraille de Derbent.

A l'égard des Frontieres orientales de l'Empire d'Aléxandre vers l'Hyrcanie & vers la Scythie, on les comprendra mieux par l'inſpection ſeule de la Carte, où les marches de ſon Armée ſont tracées, que par tout ce que je pourrois dire. Il en ſera de même de la Frontiére de l'Inde.

La partie méridionale de l'Empire de ce Prince étoit terminée par la Mer des Indes, par le Golfe Perſique, & par l'Euphrate. Aléxandre n'avoit point ſoûmis les Arabes, & le détail des Guerres qui s'élevérent entre ſes Succeſſeurs, montre que cette Arabie qui eſt miſe au nombre des Provinces de ſon Empire, étoit la partie de l'Egypte, voiſine d'Heroum ou du Suës, qui eſt entre la Mer rouge & la Méditerranée.

Comme ces diſcuſſions touchant les Provinces qui compoſoient l'Empire d'Aléxandre, ne regardent pas préciſément nôtre objet préſent, il ſuffit d'avoir indiqué en gros ce que la Carte de M. Deliſle a de particulier ſur cet article. L'objet de ce Mémoire étant uniquement ce qu'il y a de géographique dans cette Carte.

Pour rendre plus ſenſibles les changements que M. Deliſle a faits dans la ſituation & dans la diſtance des Païs qui compoſoient l'Empire d'Aléxandre, j'ai ſuivi la méthode dont il s'eſt déja ſervi pour mettre ſous les yeux, les différentes figures données à la Mer Caſpienne, par les Géographes, & qu'il avoit employées à l'occaſion du Mémoire qu'il lût en 1714 pour juſtifier les changements qu'il avoit faits à l'Italie. J'ai tracé deux fois différentes ſur la Carte les Païs qui compoſoient l'Empire d'Aléxandre, d'abord ſuivant l'Hypotheſe géographique de M. Deliſle, & enſuite ſelon celle des autres Géographes.

Ces deux Plans du même Pays ont une ligne commune, qui eſt le Méridien de Byzance, aujourd'hui Conſtantinople, mais tous les autres points ſont différents, & par conſéquent doubles.

doubles. Pour rendre ces différences plus ſenſibles, on a diſtingué les deux Plans par des traits. Celui de M. Deliſle eſt marqué par un trait avec des hachures, & l'ancien Plan par un ſimple trait.

Comme les Latitudes & les Longitudes données aux Villes de ces Païs par M. Deliſle ſont très-différentes de celles de l'ancien Syſteme, on a été obligé, pour repréſenter l'un & l'autre ſur la même Carte, de répéter les noms & la poſition des Villes. Celle de Byzance, par exemple, eſt marquée deux fois; ſçavoir, dans le Plan de M. Deliſle, à 41 degrés une minute de Latitude, conformément à l'obſervation de M. de Chazelles, & dans le Plan des anciens Géographes, à 43 degrés, ſuivant l'opinion de Ptolomée, ce qui fait une différence de deux degrés, ou de 50 lieües entre ces deux points du même Méridien. Cette différence eſt réelle, parce que le parallele de Byzance ſuivant l'opinion ancienne, n'eſt pas le même que celui qui réſulte de l'Obſervation Aſtronomique.

A l'égard du Méridien, conſidérant celui de Byzance pris en lui-même, & comme un premier Méridien, duquel je commence à compter, il eſt le même dans l'un & dans l'autre Plan, M. Deliſle ſuivant en cela l'Obſervation de M. de Chazelles, l'éloigne de 26 degrés 33 min. du Méridien de Paris, & de 46 degrés 33 minutes du premier Méridien. Le Syſteme ancien augmentoit cet intervalle de 10 degrés, & comptoit 56 degrés 30 minutes entre Byzance & l'Iſle de Fer. Je me ſuis contenté de marquer cette différence au bas du Méridien de Byzance.

A meſure que l'on s'éloigne de ce Méridien vers l'Occident, & vers l'Orient, la différence des deux Plans devient plus ſenſible, mais c'eſt à l'extrémité orientale qu'elle l'eſt extrêmement, parce que c'eſt-là qu'eſt la ſomme des différences accumulées. Tout le monde ſçait que le Gange fut le terme des expéditions d'Aléxandre : or la différence de Longitude entre ce Fleuve & Conſtantinople eſt de 47 degrés 50 minutes 30 ſecondes, ſuivant les Obſervations envoyées des Indes au P. Kirker, par le P. Grueber, qui donnoient

4 heures 16 minutes 16 ſecondes pour la différence des Méridiens de Rome & d'Agra, d'où il réſulte celle de 74 degrés 24 minutes entre Paris & Agra, & celle de 49 degrés 50 minutes 30 ſecondes entre Agra & Conſtantinople.

La Ville d'Agra, ſituée ſur le Fleuve Gemené qui ſe jette dans le Gange du côté occidental, eſt à peu près par le Méridien des ſources du Gange, qui de l'aveu de tous les Géographes coule au Sud-Eſt; ainſi le Méridien d'Agra eſt peu éloigné des Frontiéres orientales de l'Empire d'Aléxandre.

Suivant l'ancien Syſteme, l'Empire d'Aléxandre s'étendoit plus de 58 degrés à l'Orient de Byzance. C'eſt une différence de 10 degrés environ, ou de plus d'un ſixiéme.

La réformation faite par M. Deliſle à la Longitude des différents Païs de cette partie orientale de l'Empire d'Aléxandre eſt fondée ſur des Obſervations aſtronomiques de M. de Chazelles à Aléxandrie, & à Aléxandrette, & ſur celles du P. Feüillée à Smyrne. On n'a pas les mêmes ſecours pour les Pays ſitués à l'Orient de la Méditerranée.

Les Obſervations faites à Aléxandrette, comparées avec celles du P. Grueber à Agra, dont j'ai déja parlé, avec celles de Goa & du Cap Comorin, rapportées dans les Mémoires de l'Académie, & avec quelques Obſervations faites par les Navigateurs Anglois vers l'embouchure de l'Inde, déterminent en général l'étenduë de cette partie de la Carte à un intervalle de 40 degrés 24 minutes au plus, mais ce n'étoit pas aſſés, & il reſtoit à diſtribuer cet intervalle de 40 degrés entre les différents Païs compris depuis le Gange juſqu'à la Méditerranée. Il étoit néceſſaire de s'aſſûrer de la quantité dont il falloit les diminüer, car il n'étoit pas ſûr qu'ils euſſent tous été augmentés en Longitude dans la même proportion.

Cette partie de la Carte, eſt celle qui a demandé ſans doute le plus de travail, parce qu'il falloit ſuppléer par le nombre, & par la diverſité des preuves à tout ce qui pouvoit manquer à la force & à la certitude de chacune en particulier.

Au défaut des Obſervations de nos Aſtronomes Européens;

M. Delisle a crû pouvoir se servir de celles des Astronomes Orientaux, rapportées dans les Catalogues de Nassir-Eddin, & d'Oulougbeg, pour établir la distance de diverses Villes de cette partie orientale. Pour s'assûrer de la justesse de ces Observations, il a comparé la distance totale qu'elles supposoient entre le Méridien d'Aléxandrette ou des Côtes de Syrie, & le Méridien du cours de l'Indus avec la distance résultante des Observations faites à Agra & à Aléxandrette. Cette derniére est, comme on a vû, de 40 degrés 24 minutes, & il a trouvé que celle des Astronomes Orientaux étoit la même à très-peu près.

Si l'on prend dans ces Astronomes la Longitude du Méridien d'Antioche, qui est le même à quelques minutes près que celui d'Aléxandrette, & qu'on la compare avec celles des Villes de l'Inde dans ces mêmes Astronomes, on trouvera qu'ils mettent les Sources de l'Inde à 33 degrés 34 minutes d'Antioche, Dioul, ou l'Embouchure de l'Indus qui coule au Sud-sud-oüest à 30 degrés 34 minutes, Moultan à 36 degrés 9 minutes, & Lahor à 37 degrés 54 minutes.

Ces Astronomes placent la Ville de Kanouge, qui étoit de leur temps la Capitale des Indes, à 44 degrés 44 minutes d'Antioche. On ignore si cette Ville n'a point été détruite par les Mogols, & quel nom elle porte aujourd'hui, mais on sçait que son territoire étoit entre l'Indus & le Gange, & même qu'elle étoit sur le confluent du Gange, & d'un autre Fleuve. Pour Benares, qui subsiste encore sur le Gange, & qui est très-célebre dans les Relations des Voyageurs modernes, les Astronomes Arabes la mettent à 45 degrés 54 minutes d'Antioche. Ces diverses Longitudes s'accordent parfaitement avec l'Observation qui fait Agra, Ville située entre le Gange & l'Indus, plus orientale, qu'Aléxandrette ou qu'Antioche, de 40 degrés 24 minutes.

Cette conformité forme une présomption bien forte en faveur des Astronomes Orientaux, & peut du moins faire soupçonner que les Longitudes qu'ils nous ont données, étoient fondées sur des Observations. On sçait combien les

Orientaux ont toûjours été attachés à l'Astronomie, & combien ils l'ont cultivée. Les Géographes Arabes n'avoient pas toûjours copié Ptolomée, pour s'en convaincre, il suffit de comparer les intervalles de Longitudes de ce Géographe avec ceux de Nassir-Eddin & d'Oulougbeg, qui mettent seulement 36 degrés 9 minutes entre Antioche & la Ville de Moultan sur le confluent de l'Hydraotes & de l'Indus ; tandis que Ptolomée met ce confluent à 54 degrés 25 minutes d'Antioche, & le fait 18 degrés 16 minutes plus oriental que les Arabes, ce qui est une différence de plus d'un tiers.

Ce même Géographe marque la Ville d'Agara entre l'Indus & le Gange 59 degrés 45 minutes à l'Orient d'Antioche. Cette Ville d'Agara est la même que celle d'Agra, comme M. Delisle le marque sur sa Carte, & elle est plus orientale de 15 degrés 25 minutes, c'est-à-dire, de plus d'un quart dans le Géographe Grec, qu'elle ne le devroit être par l'Observation.

Olearius, Chardin, Herbert & Thevenot.

Nous avons dans les Voyageurs modernes des observations de la Latitude de quelques-unes des principales Villes de la Perse, & ces observations qui servent à confirmer les Latitudes des Astronomes orientaux, forment une nouvelle présomption en faveur des Longitudes qu'ils nous ont données.

La position des différentes Villes de l'Orient étant fixée par ces observations, & la situation de celles dont les Astronomes Orientaux ne parlent point, étant déterminée par les Itinéraires, & par les routes des Voyageurs les plus exacts, il ne s'est plus agi que de comparer la situation des Villes modernes avec celle des anciennes, & que de fixer le rapport de l'ancienne & de la nouvelle Géographie. Comme il y a plusieurs de ces Villes dont les noms anciens sont connus avec certitude, elles ont servi comme de points fixes pour trouver les autres.

Les Ecrivains de l'Histoire d'Aléxandre avoient marqué la mesure de toutes les marches de l'Armée de ce Prince. Ces mesures avoient été exactement prises par les Arpenteurs ou Géometres qu'il menoit avec lui, & elles avoient été

conservées dans les Journaux de ses Expéditions écrits par son ordre. Toutes ces mesures ne sont pas venües jusqu'à nous, mais les plus importantes ont été conservées par Strabon, par Pline & par Arrien. Elles ont servi à tracer les Routes que l'on peut voir sur la Carte, & en même temps elles ont fourni une nouvelle preuve de la justesse des observations des Astronomes Orientaux.

Ces mesures mettent entre les différentes Villes par lesquelles Aléxandre a passé, des distances qui gardent un rapport à peu-près semblable à celui qui est entre les différences qui résultent des observations.

Ces mesures sont exprimées en stades, & si l'on prenoit ces stades pour ceux dont les Géographes postérieurs à Aléxandre, & à la mesure de la Terre déterminée par Eratosténes, se sont servis, on ne trouveroit aucun rapport entre ces mesures, & les observations, soit des Orientaux, soit de nos plus habiles Modernes. Si l'on comptoit, par exemple, 700 stades au degré de l'Equateur avec Eratosténes, il faudroit retrancher près de la moitié des mesures itinéraires, pour les faire quadrer avec les observations, & plus de la moitié, si l'on adoptoit la mesure de 500 stades au degré, employée par Ptolomée.

On compte, par exemple, 10290 stades entre les Villes d'Ecbatane & d'Aléxandrie sur le Fleuve Aria, aujourd'hui Héri, par un chemin à peu près parallele à l'Equateur. Les 10290 stades sont plus de 14 degrés d'un grand cercle par la mesure d'Eratosténes, & plus de 20 degrés de celle de Ptolomée.

La distance en Longitude des Villes d'Hamadan & de Hérat, c'est-à-dire, d'Ecbatane & d'Aria, dans les Astronomes Orientaux, est de 11 degrés 20 minutes; qui eû égard à la diminution des degrés de Longitude du parallele de ces deux Villes, sont égaux à 8 degrés 57 minutes d'un grand cercle, ce qui est très-différent de la distance en Longitude de 14 degrés qui résulte des mesures précédentes; cette seule différence doit nous persuader que les stades employés

par les Arpenteurs d'Aléxandre étoient plus petits de beaucoup, que ceux des Géographes poſtérieurs, car cette différence eſt trop grande pour l'attribüer à l'obliquité & aux ſinuoſités des chemins : d'ailleurs ce n'eſt point ici l'occaſion d'employer cette ſuppoſition, il s'agit de la marche forcée que fit Aléxandre à la tête d'un Corps de Cavalerie d'élite, d'abord pour ſe rendre maître de Darius, lorſque ce Prince alloit chercher une retraite dans la Bactriane, après avoir perdu la Bataille d'Arbelles, enſuite pour s'oppoſer au traître Beſſus, & ne lui pas donner le temps de s'emparer des Provinces orientales de la Perſe. Dans l'une & dans l'autre de ces vûës, la diligence étoit néceſſaire, & l'on connoît trop le caractere d'Aléxandre, pour croire que le chemin le plus court & le plus droit ne lui parut pas le meilleur, quoique le plus difficile.

L'évenement qui ſuivit cette marche d'Aléxandre nous fournit une preuve, ce me ſemble ſans réplique, que les ſtades des Arpenteurs de ce Prince, étoient extrêmement courts. De la Ville d'Aria, il paſſa dans la Capitale des Dranges, éloignée de 1600 ſtades. Là il fit arrêter Philotas convaincu d'avoir conſpiré, & le fit conduire, chargé de chaînes, à Ecbatane, où il fut executé le onziéme jour après ſon départ de la Ville des Dranges. Philotas chargé de chaînes, fit donc avec l'eſcorte qui le conduiſoit, 11890 ſtades en moins de onze jours. C'eſt tout au moins 1080 ſtades par jour, & ſelon la meſure de Ptolomée 54 lieuës de 25 au degré, ſuivant celle d'Eratoſténes ce ſera près de 43 lieuës, ce qui eſt encore impoſſible, lorſqu'il s'agit d'une marche continuée pendant onze jours, par un corps de Cavalerie, ſur-tout lorſqu'il traverſe un Païs peu habité, & où l'on a les peuples pour ennemis.

Je pourrois multiplier les exemples de ce genre, & l'Hiſtoire d'Aléxandre eſt remplie de marches forcées, qui ſuppoſent toutes que les ſtades dans leſquels elles ſont exprimées, ſont beaucoup plus petits que ceux dont on s'eſt ſervi depuis. Nous voyons par exemple, qu'Aléxandre marchant avec ſon

armée contre les Mallcs, traversa en un jour & en une nuit un Païs desert & très-rude de 400 stades d'étenduë, ce qui par l'évaluation ordinaire seroit 20 lieuës en 24 heures. Arrien compte 1500 stades entre Maracanda, aujourd'hui Samarcand, & le Jaxartes, & assûre qu'Aléxandre avec une partie de sa Cavalerie & de son Infanterie pesamment armée fit ce chemin en trois jours. Selon l'opinion commune, ces 1500 stades valent 75 lieuës, ce qui seroit 25 lieuës par jour.

La largeur du Fleuve Hidaspes, passé par Aléxandre à la vûë de Porus & des Indiens campés sur la rive opposée, étoit de 20 stades, selon la mesure exacte qui en fut prise par les Arpenteurs d'Aléxandre. Ces 20 stades sont dans l'opinion commune une lieuë de 25 au degré, ou de plus de 2200 toises. Il est vrai que le passage d'Aléxandre fut favorisé par une Isle placée au milieu du Fleuve, & de laquelle il s'étoit emparé, mais cela n'empêche pas que la largeur du Bras opposé aux Indiens ne fut encore de 10 stades qui seroient une demi-lieuë.

Toutes ces difficultés disparoîtront, si l'on suppose avec M. Delisle que les Arpenteurs d'Aléxandre avoient employé les mêmes stades que les Astronomes dont Aristote Précepteur de ce Prince rapporte l'opinion sur la mesure de la Terre. Ces Astronomes comptoient 1111 stades environ au degré, & la maniére dont Aristote rapporte leur mesure, fait voir que c'étoit celle que l'on suivoit communément de son temps. Il étoit naturel qu'Aléxandre, dont le projet n'alloit pas à moins qu'à la Conquête du Monde entier, employât cette même mesure pour déterminer l'étenduë de ses Conquêtes, & pour connoître quelle portion du Monde il avoit déja soûmise.

Supposant cette mesure de la Terre à peu près exacte, les stades employés par les Astronomes seront de 308 pieds de Roi, ou d'un peu plus de 51 toises. Les 20 stades de la largeur du Fleuve Hydaspes feront environ 1000 toises, & les 10 stades du Bras opposé aux Indiens feront 500 toises,

ou un quart de lieuë, ce qui ne s'éloigne guéres de la largeur du Rhin dans l'endroit où l'Armée du feu Roi Loüis XIV. la traversa en présence des Ennemis en 1672.

Les marches d'Aléxandre deviendront de même moins surnaturelles. Les 11890 stades faits en 11 jours par l'escorte qui conduisoit Philotas de la Capitale des Dranges à Ecbatane ne vaudront qu'environ 168 lieuës de 25 au degré, chaque journée sera de 24 de ces lieuës, & non de 43 comme dans la mesure d'Eratosténes, ou de 54 comme dans celle de Ptolomée.

Les 1500 stades qu'Aléxandre fit du Jaxartes à Maracanda en trois jours, ne feront que 36 lieuës communes, & les journées seront de 12 lieuës, au lieu que par l'opinion ordinaire elles seroient de 25 lieuës, comme nous l'avons remarqué.

La fameuse marche du Pont d'Epiere, au mois d'Août 1691, par Monseigneur le Dauphin, fut de 30 lieuës en 48 heures, & elle est bien aussi forte que celle d'Alexandre, qui ne fit que 36 lieuës en trois jours, marchant jour & nuit.

La marche que firent, au mois de Juillet 1710, les Troupes que M. le Duc de Noailles conduisit au secours du Port de Cette est encore un exemple singulier de l'extrême diligence que les Troupes peuvent faire dans de certains cas.

M. le Duc de Noailles reçût au Boulou où étoit le quartier général de son Armée, la nouvelle de la descente des Anglois. La petite Ville du Boulou dans le Roussillon est éloignée d'Agde, où devoient se rendre les Troupes, d'environ 35 lieuës communes de France. La Cavalerie fit ce chemin en 30 heures, l'Infanterie en 48 heures, & l'Artillerie dans laquelle il y avoit quatre piéces de 24, en 43 heures.

La distance des 10290 stades, marquée par les Arpenteurs d'Aléxandre entre les Villes d'Ecbatane & d'Aria réduite en degrés, suivant l'opinion des Astronomes d'Aristote, donne 9 degrés 16 minutes d'un grand cercle. Nous avons vû que celle qui résulte des Observations astronomiques étoit de 8 degrés 57 minutes, c'est une différence de 19 minutes ou

ou de 350 ſtades au plus qu'il ſaudroit défalquer pour la courbure des chemins, ce qui n'eſt pas conſidérable ſur un intervalle de 10290 ſtades.

On ne s'attend pas que j'entre ici dans un plus long détail, touchant l'étenduë en Longitude de la partie de l'Empire d'Aléxandre, ſituée à l'Orient de Byzance, il faudroit m'étendre plus qu'il ne m'eſt permis dans cette Diſſertation.

A l'égard de la partie de cet Empire, ſituée à l'Occident de Byzance, les corrections que l'on a faites à ſa Longitude ſont fondées ſur des obſervations exactes du R. P. Feüillée à Theſſalonique, à l'Iſle du Mile, à la Canée, & à Candie. Ces obſervations ſont dans les Mémoires de l'Académie, & par conſéquent connuës de tout le Monde.

La partie occidentale de la Gréce du côté de l'Epire eſt déterminée dans le Mémoire lû par M. Deliſle en 1714, & les diſtances itinéraires de l'intérieur de la Gréce, jointes aux routes exactes des Navigateurs dans l'Archipel, ont donné la Longitude des Côtes orientales du Péloponeſe, de l'Attique, & de la Theſſalie.

Il ne me reſte plus maintenant qu'à rendre compte des changements que M. Deliſle a faits aux Latitudes de ces Païs. On voit ſur la Carte que la différence eſt bien conſidérable, ſur-tout dans la partie occidentale. La raiſon en eſt que ces Latitudes avoient été déterminées par le moyen des diſtances itinéraires ſur celle de Conſtantinople, & celle-ci étant trop grande de 2 degrés, cette erreur avoit influé dans toutes les Latitudes.

La même raiſon a eu lieu, par rapport à la Mer Noire, & rabbaiſſant de 2 degrés vers le Sud, Conſtantinople & Trebiſonde, où l'on a des obſervations exactes, il a fallu de néceſſité rabbaiſſer toute la Côte de l'Aſie mineure, & même la Crimée, auſſi-bien que le Palus Méotide & la Circaſſie.

Il a fallu faire auſſi un changement conſidérable à l'étenduë en Longitude de cette Mer. Cette correction étoit une ſuite de celle que les obſervations obligeoient de faire à la Longitude des Frontiéres orientales de l'Empire d'Aléxandre;

mais on avoit encore une raiſon particuliére. La diſtance du Pont Euxin à la Mer Caſpienne étant connuë par pluſieurs meſures données dans Strabon & dans Pline, & la Longitude de la partie occidentale de cette Mer étant déterminée par celle d'Aſtracan, il a fallu de néceſſité ſe regler là-deſſus. Nous trouvons dans la Collection des Voyages, donnée par Purchas, que Burrough Aſtronome Anglois obſerva le 31 Janvier 1580 une Eclipſe de Lune à Aſtracan, cette même Eclipſe fut obſervée à Uranibourg par Tycho, & la différence des deux Méridiens réſultante de l'obſervation eſt de 38 degrés 45 min. leſquels joints aux 10 degrés 32 min. 30 ſecondes dont Uranibourg eſt plus oriental que Paris, font 49 degrés 17 min. 30 ſec. entre Paris & Aſtracan, & 22 degrés 44 minutes 30 ſec. entre Conſtantinople & Aſtracan; Mais, comme ſelon Vendelin, dont l'opinion eſt rapportée par le P. Riccioli dans ſon Aſtronomie réformée, page 98, le véritable milieu arriva ſeulement à 10 heures 30 minutes à Uranibourg, & que Tycho n'ayant point eû égard à la pénombre, a trop avancé le commencement de l'Eclipſe, on peut ſoupçonner que la différence des Méridiens d'Uranibourg & d'Aſtracan n'eſt pas tout-à-fait de 38 deg. 45 min. & dans le doute, en attendant quelque obſervation plus ſûre que celle de Burrough, le meilleur parti que l'on puiſſe prendre, eſt celui que M. Deliſle avoit pris, c'eſt de choiſir la moyenne entre la différence réſultante du milieu de l'Eclipſe ſelon Tycho, & du milieu ſelon Vendelin.

La premiére eſt de 38 degrés 45 minutes, la ſeconde 33 degrés 45 minutes ſeulement, & la moyenne entre les deux ſera de 36 degrés 15 minutes, leſquels ajoûtés aux 30 degrés 32 minutes 30 ſec. Longitude d'Uranibourg donne 66 degrés 47 min. 30 ſec. pour la Longitude d'Aſtracan, c'eſt-à-dire, près de 67 degrés. Ce réſultat ſe trouve d'ailleurs confirmé par les Itinéraires, dont M. Deliſle a fait uſage dans ſa Carte de Perſe. Je me ſuis étendu ſur cet article, pour répondre aux difficultés propoſées contre cette Longitude d'Aſtracan dans le nouveau Recüeil d'obſervations faites à la Chine.

85 90 95 100 105 110 105

On n RE
preu l'Acad. R[le] des Sciences
Suiv es.
Cart

Remarque

On s'est servi d'un trait Ombré pour le plan de M[r] Delisle *d'un trait Simple pour celui des* Geog Modernes, *et de Lettres a deux traits pour les Noms que portent aujourd. les Pais Villes &c.*

R A N D E T A R T A R I E

Echelle

Stades de III *au Degré Suiv.t la Mesure d'Aristote Usitée du tems d'Alexandre*



Lieues Communes de France.



IENE

Jaxartes

Bornes de l'Emp. d'Alex. Suiv.t les Géog. Modern

S C Y T H I E

Alexandrie

Maracanda

Sir ou Sihon R

Sogdiane

Oxus *Gihon*

Bactra

triane

Source de l'Indus

Paropamisades

ME

andrie
dahar

Indus Sinde

Porus R[me]

Acesines

Hydaspes

Hydraotes

Arachote
Aroucage

Lahor

Arachosie

Malles

Alexandrie
Moultan

I N D E S

Indus

Hyphasis

Dely

Agara
Agra

Gange Riviere

Indus Fluvius

Gemene R

Benares

Dioul

ouches de l'Inde

E T A T S D U M O G O L

Cancer

O C E A N

R des INDES

M

25
30
35
40
45
50

Avertissement

On n'a marqué que les Lieux qui servent aux preuves données Sur l'etendue de cet Empire Suivant l'opinion de l'Auteur qui a dressé cette Carte pour l'Usage de S.M. en novembre 1719

CARTE DE L'EMPIRE D'ALEXANDRE

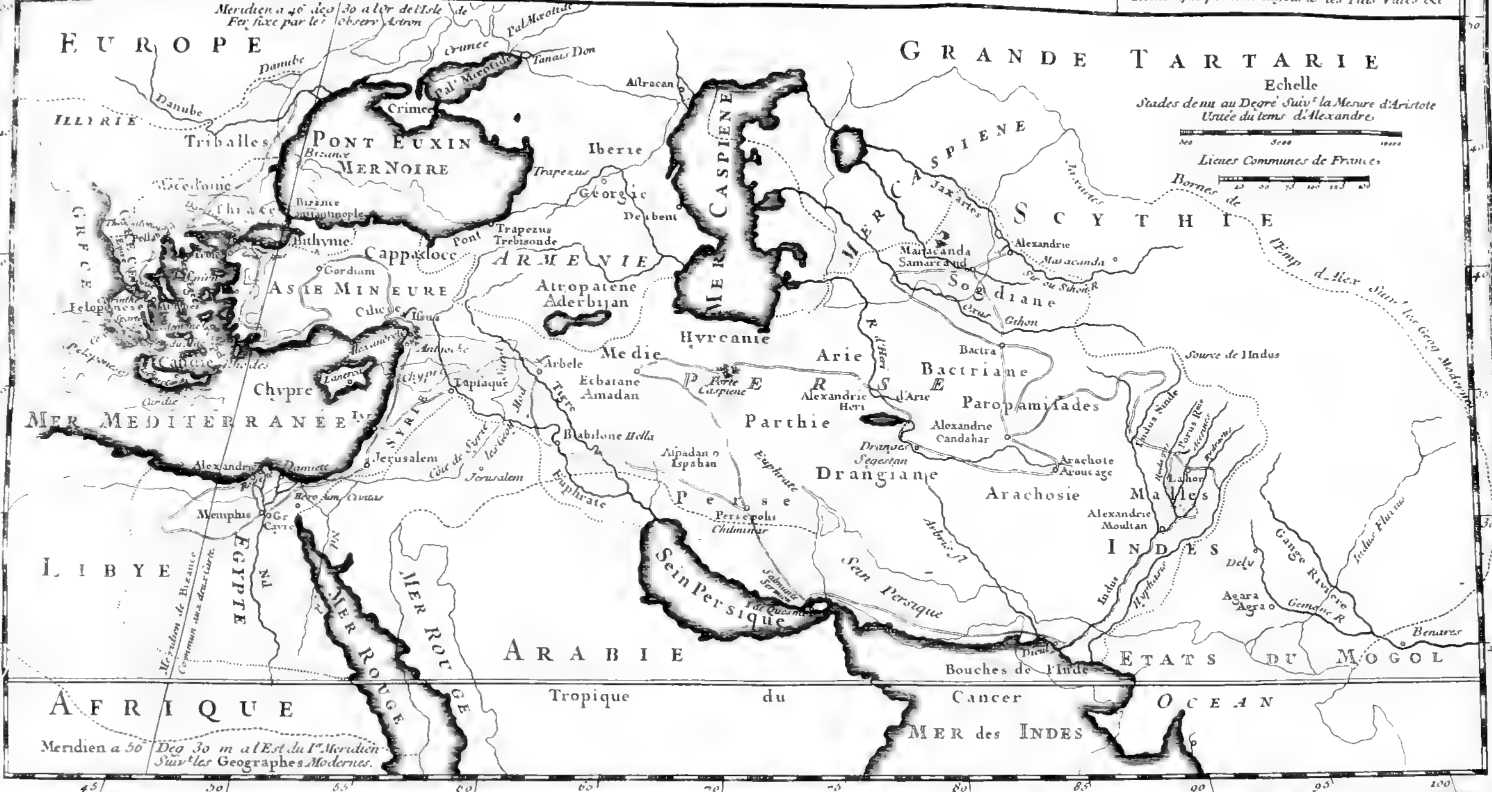
Dressée Selon le Systeme de Guill Delisle *Premier Geographe du ROI de l'Acad Rle des Sciences*

Comparée avec celles des autres Geographes Modernes

Avril 1731

Remarque

On S'est servi d'un trait Ombré pour le plan de M.Delisle *d'un trait Simple pour celui des Geog* Modernes, *et de Lettres a deux traits pour les Noms que portent aujourd. les Pais Villes &c*



Sur la Carte de la Mer Caſpienne, en 2 feüilles, publiée en 1722, on avoit marqué que le Méridien d'Aſtracan étoit de 67 degrés à l'Orient de Paris, au lieu de dire 47 degrés à l'Orient de Paris, & 67 degrés de Longitude. Cette erreur étoit facile à corriger par les autres Cartes de M. Deliſle antérieures & poſtérieures à celle de la Mer Caſpienne, & il eſt étonnant que le ſçavant Editeur de ces obſervations n'ait pas vû que ſes objections ne portoient que ſur une mépriſe de graveur.

A l'égard des différences de Latitude dans la partie qui eſt au Midi de Byzance, elles ont été déterminées par les obſervations de M. de Chazelles aux Dardanelles, à Rhodes, à Alexandrette, à Larneca dans l'Iſle de Chypre, à Damiette, à Roſette, à Alexandrie. Par celles du P. Feüillée à Theſſalonique, à Smyrne, au Mile, à la Canée, & à Candie; & par celles de M. Vernon à Coron, à Sparte, à Corinthe, à Athenes, à Thebes, & dans quelques autres parties de la Gréce.

A l'égard des Latitudes des Païs orientaux, M. Deliſle s'eſt reglé ſur les Latitudes des Aſtronomes Arabes, qu'il a comparées avec celles qui ont été obſervées par quelques-uns de nos Voyageurs, qui avoient une teinture d'Aſtronomie ſuffiſante pour donner quelque authorité à leurs obſervations.



SUR UN SEL
CONNU SOUS LE NOM
DE POLYCHRESTE DE SEIGNETTE.

Par M. BOULDUC.

5 Septembre 1731.

ON se sert depuis nombre d'années en Médecine d'un Sel sous le nom de *Polychreste de M. Seignette*, de la Rochelle, qui en étoit l'Auteur, & dont pendant sa vie il a fait un secret, lequel a passé à ses enfants, sans que jusqu'ici personne d'entre les Artistes en ait véritablement dévoilé le mystere, les uns ayant pensé d'une façon, les autres d'une autre, sur la maniére de le faire.

Les Remedes, comme les autres choses de la vie, ont leur mode, laquelle après avoir subsisté un certain temps, plus ou moins long, passe enfin, & tombe dans l'oubli; c'est un sort, que de très-excellents Remedes même ont éprouvé, & qui resteroient encore dans cet oubli, si quelqu'un par hazard, souvent peu versé dans l'Art & dans la Médecine, ne s'avisoit de les faire revivre, pour ainsi dire, & de leur donner un nouveau crédit; le Kermes minéral, entre plusieurs autres, en est un exemple. Ce sort n'est pourtant point tombé sur le Sel Polychreste: dès que son Auteur l'a annoncé, & en a publié les vertus, il a pris faveur, & sa réputation s'est augmentée de plus en plus & jusqu'à présent dans plusieurs parties de l'Europe; preuve évidente de la bonté de ce Remede.

Cette réputation m'a donné la curiosité de l'examiner, & de tâcher de découvrir quelle étoit sa composition.

La premiére épreuve, que j'en ai faite, a été d'en mettre sur le charbon allumé; je l'y ai vû se fondre, boüillonner, donner de la fumée, & ensuite laisser une matiére noire & charbonneuse : de tous ces effets, celui qui m'a arrêté

le plus, a été l'odeur qu'avoit la fumée qui s'en exhaloit, à laquelle les gens du métier ne pouvoient se méprendre; c'étoit celle du Tartre ou de la Crême de Tartre, qui est une même chose: je ne m'arrêtai point ni à la fonte, ni au boüillonnement de ce Sel sur le charbon, parce que ce sont des propriétés communes à plusieurs Sels, mais je goûtai le charbon resté après toute la fumée exhalée, & sur la langue je trouvai qu'il faisoit, à quelque chose près, l'impression que font nos Sels fixes & lixiviels.

Ces deux propriétés, sçavoir l'odeur du Tartre brûlé & le goût lixiviel, jointes à la facilité que ce Sel a de se fondre dans l'eau froide, me firent d'abord penser, que ce pouvoit être quelque chose d'approchant du Tartre soluble; mais je ne m'en tins pas à cette épreuve, qui me parut trop superficielle, & je passai à la distillation. Deux onces de ce Sel poussé au feu par la Cornüe, rendirent une liqueur assés claire, & une Huile noire, qui nageoit dessus. L'une & l'autre examinées, la liqueur étoit l'Esprit de Tartre, & l'Huile noire étoit encore celle, qu'on appelle l'empyreumatique ou fétide du même Tartre. Je fis ensuite une pareille distillation de deux onces de Tartre soluble, & le produit fut le même que de la distillation précédente.

Jusqu'ici je me trouvai avoir tout lieu de penser, que le Sel de Seignette & le Tartre soluble n'étoient qu'une même chose: mais quelques circonstances me jetterent de nouveau dans le doute de leur différence.

Les deux distillations, dont je viens de parler, étant faites, je tournai mes vûës du côté des Résidus, & à l'œil ils me parurent de prime-abord être les mêmes; c'étoit une matiére noire, charbonneuse, poreuse, rarefiée, que je regardois comme un Tartre calciné, & dont on ne pourroit retirer qu'un Sel fixe alkali; & en effet, en versant & sur l'un & sur l'autre de l'Esprit de Nitre, l'un & l'autre fermentoit; cependant le résidu du Tartre soluble fermentoit en apparence beaucoup plus vivement, que celui du Sel de Seignette; & voulant aller plus avant, je calcinois séparément l'un &

l'autre résidus à feu ouvert, & après les avoir fait dissoudre dans de l'eau & filtré, je trouvai au résidu du Tartre soluble un goût simplement lixiviel, & sur le filtre une cendre; mais à l'égard de celui du Sel de Seignette, la lessive avoit quelque odeur, sentoit en quelque façon l'œuf couvi, & étant filtrée, elle n'avoit point la couleur de l'eau, qu'avoit celle du Tartre soluble, mais une couleur bleüâtre; & ayant versé sur cette solution du Vinaigre distillé, la liqueur se troubloit, & précipitoit au bout de quelque temps une matiére blanche & en apparence sulphureuse.

Mais après tous ces essais, il n'y avoit encore rien de certain pour distinguer le Sel de Seignette d'avec le Tartre soluble ordinaire ; & quoique j'eusse eu souvent de fois occasion de m'entretenir sur ce sujet avec M.rs Geoffroy, avec lesquels j'ai toûjours eu des liaisons étroites, & qui m'ont bien voulu communiquer là-dessus leurs idées, j'avoüe, que je suis toûjours demeuré dans l'incertitude sur la matiére avec laquelle ce Sel pouvoit se faire : & en mon particulier je serois resté dans cette incertitude, peut-être toute ma vie, si M. Grosse, mon ami, ne m'avoit un jour ouvert les yeux, en me faisant part de ce qu'il avoit observé en travaillant sur la Soude; il me fit voir un Sel, qui se séparoit, où se déposoit peu-à-peu de la solution de cette matiére, & qui, quoiqu'il fût figuré comme un Sel de Glauber, ne laissa pas de fermenter avec tous les Acides, avec les Minéraux en particulier très-vivement, & avec les Acides végétaux plus lentement, comme avec le jus de Citron, le Vinaigre & d'autres; mais le plus foiblement avec la Crême de Tartre; cependant quelque lente que fût cette dissolution avec la Crême, à froid s'entend, elle ne laissoit pas d'être parfaite au bout de quelque temps; & M. Grosse ajoûta, que ce mêlange méritoit d'être examiné par l'évaporation & la cristallisation.

Je saisis cette idée dans le moment, & je conçûs, que ce mêlange donneroit une nouvelle espece de Sel moyen ou Tartre soluble; je me représentai même dès-lors que M. Seignette, ayant voulu faire une Crême de Tartre soluble,

qui, comme l'on ſçait, n'eſt que le Tartre rendu ſoluble par le Sel alkali fixe du même Tartre, a pû croire, comme bien d'autres Artiſtes le croyent encore, que tous les Sels alkalis tirés des Plantes par la calcination, ſont les mêmes, & que le feu ne leur laiſſe rien d'eſſentiel de la Plante, dont ils ſont tirés; & qu'ainſi on pouvoit indifféremment ſubſtituer l'un à l'autre, & enfin que ſuivant ce principe, ayant fort à la main la Soude, qui eſt le Sel du Kali calciné, il pouvoit en faire ſon Tartre ſoluble : ce qu'ayant executé, il en avoit retiré un Sel, qui ne s'étoit point trouvé être préciſément le Tartre ſoluble ordinaire, & connu depuis long-temps, mais un nouveau Sel, ou plûtôt une nouvelle eſpece de Crême de Tartre ſoluble, à laquelle il avoit donné par la ſuite le nom de *Polychreſte*, parce qu'on en a vû pluſieurs bons effets en Médecine.

Je ſuis demeuré dans cette idée encore long-temps ſans l'éprouver, quoique je l'euſſe communiquée à pluſieurs perſonnes du métier, lorſque l'occaſion s'eſt préſentée d'en parler.

Enfin pourtant je me ſuis mis en devoir de l'exécuter, ce que M. Géoffroy de ſon côté a auſſi fait dans le même temps, ſans que l'un eût averti l'autre ſur ſon travail, & nous avons trouvé tous les deux préciſément la même choſe.

Pour faire le Sel dont il eſt queſtion, on prend la Soude d'Alicante la plus calcinée, la plus dure & la plus blanche, que l'on met en poudre : on en fait une forte leſſive en la faiſant boüillir dans l'eau, on filtre cette leſſive, qui eſt très-limpide.

On a ſéparément de la Crême de Tartre en poudre, ſur laquelle on verſe de cette leſſive, après l'avoir chauffée; ce mêlange excite une fermentation qui dure fort long-temps; & qui, même après avoir ceſſé quelquefois, ſe renouvelle à pluſieurs repriſes; c'eſt dans le temps de cette fermentation, que la Crême de Tartre ſe diſſout; après quoi il ſe fait une précipitation aſſés abondante d'une terre griſe, ſpongieuſe & légére, que l'on ſépare de la liqueur par le filtre : on fait enſuite évaporer ce mêlange à lente chaleur juſqu'à un tiers

ou environ de ſa diminution, puis on le laiſſe en repos dans des terrines; & au bout de quelques jours on trouve des Criſtaux tranſparents comme le Criſtal, & qui ſont figurés, lorſqu'ils ſont libres & non appuyés ſur les vaiſſeaux, comme des cylindres ou colomnes, qui dans leurs longueurs ont pluſieurs faces plattes, dont j'ai compté au de-là de neuf, mais communément elles ne ſe trouvent pas en ſi grand nombre.

En mon particulier, je penſe, qu'on ne peut pas déterminer exactement la proportion de la Soude & de la Crême de Tartre, y ayant des Soudes, qui contiennent une plus grande quantité de Sel les unes que les autres : mais cette proportion ſe trouve bien naturellement, quand on fait diſſoudre à la leſſive autant de Crême de Tartre qu'elle en peut prendre, ce qui eſt le point de ſaturation.

La leſſive de ſix livres de Soude a pourtant abſorbé communément deux livres & trois à quatre onces de Crême de Tartre : & quand la Soude a été bien blanche & bien chargée de Sel, la leſſive de ſix livres a quelquefois abſorbé preſque poids égal de Crême de Tartre : cette différence, comme il eſt aiſé de penſer, ne peut dépendre que de la qualité de la Soude plus ou moins calcinée, & chargée de Sel alkali.

Mais quand j'ai pris le *Sel,* qui ſe dépoſe de la ſolution ou leſſive de la Soude, & dont la configuration imite aſſés celle du Sel de Glauber, une demi-livre de ce Sel diſſous, a pris aiſément treize à quatorze onces de Crême de Tartre, & le mêlange n'a preſque point jetté de terre : c'eſt-là la proportion la plus juſte, que je puiſſe propoſer pour les deux matiéres, qui doivent entrer dans la compoſition du Sel Polychreſte : il n'en coûte qu'un peu d'attente pour avoir les Criſtaux de la Soude, & enſuite le mêlange ſe fait plus également, & n'eſt point ſujet à la précipitation des différentes matiéres hétérogénes, que la Soude communique à ſa leſſive.

Enfin nôtre Sel étant en Criſtaux, & comparé avec celui de Seignette auſſi criſtalliſé, ſe trouve être abſolument le même

même dans toutes ses circonstances ; ils sont figurés l'un comme l'autre, ils se fondent très-aisément dans l'eau froide, lorsqu'ils sont en poudre; ils ont le même goût, & impriment sur la fin quelque fraîcheur à la langue, mis sur un charbon allumé ils s'y fondent & boüillonnent, ils exhalent l'odeur du Tartre brûlé, & se réduisent à la fin en ce charbon noir & spongieux, que donne le Tartre.

Si après cet examen, on doute encore de l'exacte conformité que nôtre Sel a avec celui de Seignette, on peut s'en convaincre par une expérience qui en fait une prompte décomposition ; qu'on dissolve de l'un & de l'autre Sel, chacun pris séparément, égale quantité dans de l'eau chaude, & qu'on verse sur chacun peu à peu de l'huile de Vitriol blanche jusqu'à ce qu'elle n'agisse plus : à mesure que ces dissolutions se tiédissent, il se forme une concrétion saline, laquelle examinée est une véritable Crême de Tartre en Cristaux, regénérée ou séparée de l'Alkali, tandis que l'Huile de Vitriol s'y est unie, & forme ensuite par la cristallisation avec lui un Sel de Glauber, de la même façon, que si on avoit versé cette Huile immédiatement sur la lessive de la Soude.

Le Sel Polychreste de Seignette est donc enfin une Crême de Tartre renduë soluble par l'Alkali de la Soude.



SUR LES SECTIONS CONIQUES.

Par M. NICOLE.

11 May 1731.

I. SOIT les deux Cones *CQR* & *CST* opposés par la pointe ou sommet *C*, & qui sont coupés par le plan des deux Triangles *CQR* & *CST*; & soit un autre plan 6, 7, 8, 9, perpendiculaire au premier, & qui passant par le point *A*, pris à volonté sur le côté *CQ* du Triangle & du Cone, coupe ces deux Cones, & forme par cette section les courbes 6 *MAm* 7 & *gah*. Si l'on considere le point *A* comme un axe sur lequel le plan 6, 7, 9, 8, toûjours perpendiculaire au plan des deux Triangles, fait une révolution, il est clair que ce plan tournant ainsi, engendrera dans le Cone les différentes courbes 6*MAm*7, 3 *A* 4, *a* 5 *A o a*. On demande l'Equation générale qui exprime la nature de l'infinité de courbes engendrées par cette révolution.

SOLUTION.

II. Soit une des situations du plan tournant 6, 7, 9, 8, être celle dans laquelle sa commune section, avec le plan des deux Triangles, est la droite *LPAHaN*, si l'on prend sur cette droite un point *P* indéterminé, & que par ce point on fasse passer le plan circulaire *EM* 5 *FmE*, il est évident que l'ordonnée *PM* sera commune au cercle *EMF* & à la courbe *AM*6. Cela posé, si l'on mene *CV* perpendiculaire à l'axe *CI* du Cone, & *DAO* parallele à cet axe, & que l'on nomme *DC* ou *AB*, f; *CH*, g; *AH*, h; *AP*, x; *PM*, y; on aura ces analogies $AH(h) . HC(g) :: AP(x) . PE = \frac{gx}{h}$, & $AH(h) . DH(f-g) :: AP(x) . PO = \frac{fx-gx}{h}$. Donc $GE = GO + OP + PE = f + \frac{fx-gx}{h} + \frac{gx}{h} = \frac{fh+fx}{h} = GF$; & $PF = GF$

$+ GO + OP = \frac{fh+fx}{h} + f + \frac{fx-gx}{h} = \frac{2fh+2fx-gx}{h}$.
Mais par la propriété du cercle $PM^2 = EP \times PF$, ce qui est $yy = \frac{2fghx+2fgxx-ggxx}{hh}$, ou $yy = \frac{2fg-gg}{hh} \times \frac{2fhx}{2f-g} + xx$, qui donne cette proportion $yy . \frac{2fh}{2f-g} + x \times x :: 2fg - gg . hh$, qui est la propriété essentielle de l'hyperbole. D'où l'on voit que si l'on tire AK parallele au côté CR du Cone, les Triangles AKH, aCH, seront semblables, & que $KH . HC :: AH . Ha$, ou $KH . KC :: AH . Aa$, c'est-à-dire, $2f - g . 2f :: h . \frac{2fh}{2f-g} = Aa . Aa$ est donc le grand axe.

Pour avoir l'axe conjugué, soit fait $hh . 2fg - gg :: \frac{4ffhh}{4ff-4fg+gg} . \frac{4ffg}{2f-g}$, dont la racine $\frac{2fg}{\sqrt{2fg-gg}}$ sera l'axe conjugué. Donc si sur le diametre KC, on décrit le demi-cercle $K1C$, & qu'à ce cercle on mene l'ordonnée $H1$, que du point K par le point 1, on mene la droite $K12$, $C2$ sera l'axe conjugué, car les Triangles $KH1$, $KC2$, seront semblables, & donneront cette proportion $KH (2f-g) . H1 . (\sqrt{2fg-gg}) :: KC (2f) . C2 = \frac{2fg}{\sqrt{2fg-gg}}$. Le grand axe est donc $Aa = \frac{2fh}{2f-g}$, & son conjugué $C2 = \frac{2fg}{\sqrt{2fg-gg}}$, qui sont entre eux comme $AH (h) . H1 (\sqrt{2fg-gg})$.

COROLLAIRE I.

III. Si le point A demeurant le même, c'est-à-dire, le sommet de la section à la même distance du sommet C des deux Cones, on suppose que le plan 6, 7, 9, 8, fait une révolution autour du point A, depuis la situation AQ dans laquelle il touche le Cone, jusqu'à la situation AC dans laquelle il le touche encore de l'autre côté ; on verra toutes

les différentes courbes qui peuvent naître des différentes ſections du Cone par le plan. Or comme les différentes inclinaiſons du plan dépendent de la grandeur *CH* (*g*), il ne faut donc, pour trouver ces courbes, que donner à *CH* ou *g*, toutes les grandeurs poſſibles, depuis zero juſqu'à l'infini, poſitivement & négativement, ou, ce qui revient au même, conſidérer la ligne *AH* dans toutes les ſituations poſſibles ſur la ligne infinie *Vu*, & le rapport qu'elle a dans chaque ſituation à la ligne *H*1 correſpondante qui eſt ordonnée au cercle, dont le diametre $CK = 2f$; car on a vû que ces deux lignes expriment le rapport des deux axes de l'hyperbole, dont *Aa*, qui eſt la plus courte diſtance des deux Cones priſe ſur le plan coupant, eſt le grand axe.

Lorſque le point *H* tombe en *C*, les lignes *Aa* & *AH* deviennent égales à *AC*, & l'ordonnée *H*1 eſt nulle, ce qui fait voir que le grand axe de cet hyperbole eſt *AC*, & le petit eſt zero. Cet hyperbole eſt la ligne droite *AQ*.

Lorſque le point *H* tombe en *D*, alors $g = f$, & l'Equation deviendra $yy = \frac{ff}{hh} \times \overline{2hx + xx}$. Cet hyperbole a 2*AD* pour grand axe, & 2*CD* pour petit axe. D'où l'on voit que cette hyperbole ſera équilatere, lorſque l'angle *QCR* des deux côtés du Cone ſera droit, & que dans toute autre ſuppoſition l'hyperbole engendrée par le plan parallele à l'axe du Cône ſera celle qui approche le plus de l'équilatere, car la ligne *AH* eſt la plus petite de toutes ſes ſemblables lorſque le point *H* tombe en *D*; & au contraire la ligne *H*1 eſt la plus grande de toutes ſes ſemblables. Donc dans cette ſuppoſition, le rapport de ces deux lignes approche le plus qu'il eſt poſſible du rapport d'égalité.

Si l'on continüe de faire croître la ligne $CH = g$ depuis *D* juſqu'en *K*, on verra que la ligne *AH* croîtra toûjours juſqu'à ce qu'elle devienne *AK*, & que la ligne *H*1 diminüera toûjours, & qu'elle eſt zero en *K*, le rapport de *AH* à *H*1 eſt donc infini en ce point. Or comme le rapport de ces lignes eſt toûjours celui des deux axes de l'hyperbole

engendrée, il s'enſuit que l'hyperbole engendrée par le plan parallele au côté CR du Cone, eſt telle que le grand axe contient ſon conjugué une infinité de fois, quoique celui-ci ſoit lui-même infini, l'Equation de la courbe devient en ce cas, lorſque $g = 2f$, $yy = \frac{ggx}{h}$, le grand axe $\frac{gh}{0}$, & ſon conjugué $\frac{g\sqrt{g}}{\sqrt{0}}$ ou $\frac{gh}{\frac{1}{\infty}}$ & $\frac{g\sqrt{g}}{\sqrt{\frac{1}{\infty}}}$, c'eſt-à-dire, comme $h \times \infty$. $\sqrt{g} \times \sqrt{\infty}$.

La courbe exprimée par cette Equation, eſt la parabole dont le parametre eſt $\frac{gg}{h}$, c'eſt-à-dire, 3me proportionnelle à AK & à CK.

Si la ligne AH continüe de croître & devient AX, alors le plan coupera l'autre côté CR du Cone en a, & l'Equation générale, à cauſe de g plus grand que $2f$, deviendra $yy = \frac{gg - 2fg}{hh} \times \overline{\frac{-2fhx}{2f-g} - xx}$, ou $yy = \frac{gg-2fg}{hh} \times \overline{\frac{2fhx}{g-2f} - xx}$, qui eſt l'Equation à l'Ellipſe, dont le grand axe eſt $\frac{2fh}{g-2f}$, & le petit, en faiſant cette proportion; $hh \cdot gg - 2fg :: \frac{4ffhh}{\overline{g-2f}^2} \cdot \frac{4ffg}{g-2f} = \frac{4ffgg}{gg-2fg}$, dont la racine quarrée eſt $\frac{2fg}{\sqrt{gg-2fg}}$, valeur du petit axe. D'où l'on voit que ſi l'on tire AY parallele & égale à CK, les Triangles XKA, AYa, ſeront ſemblables, & l'on aura $XK(g-2f) \cdot XA(h) :: AY(2f) \cdot Aa = \frac{2fh}{g-2f}$ = au grand axe.

Pour trouver le petit axe, ſoit tiré XZ tangente au cercle, dont le diametre eſt CK, & au point touchant Z, la ligne KZ; ſi du point Y, on tire $Y10$ parallele à KZ, & $A10$ parallele à XZ, cette ligne $A10$ ſera le petit axe, car on aura $XK(g-2f) \cdot XZ(\sqrt{gg-2fg}) :: AY(2f) \cdot A10 = \frac{2f\sqrt{gg-2fg}}{g-2f} = \frac{2fg}{\sqrt{gg-2fg}}$. Ces deux axes

ſont donc entr'eux :: $AX.KZ$, d'où l'on voit que lorſque le point X ſera à l'infini, ces deux lignes ſeront égales, & par conſéquent l'Ellipſe ſera alors un cercle; ce qui doit être, car alors le plan coupant eſt parallele à la baſe du Cone, & l'Equation générale des Ellipſes, qui eſt $yy = \frac{gg-2fg}{hh} \times \frac{2fhx}{g-2f} - xx$, devient $\frac{hh}{hh} \times \frac{2fhx}{h} - xx = yy$, ou $yy = 2fx - xx$, parce que h & g étant infinies, ſont égales, & les termes $-2fg$ & $-2f$ deviennent nuls par rapport aux termes gg & g.

Si l'on ſuppoſe que g ſoit négatif, c'eſt-à-dire, que le plan qui engendre la courbe coupe la ligne CK de l'autre côté en u, l'Equation générale $yy = \frac{2fg-gg}{hh} \times \frac{2fhx}{2f-g} + xx$ deviendra $yy = \frac{-2fg-gg}{hh} \times \frac{-2fhx}{2f+g} + xx = \frac{2fg+gg}{hh} \times \frac{2fhx}{2f+g} - xx$, parce que g & x deviennent négatifs de poſitifs qu'ils étoient. La courbe de ce cas eſt encore une Ellipſe dont le grand axe eſt $A12 = \frac{2fh}{2f+g}$, & le petit axe eſt $\frac{2fg}{\sqrt{2fg+gg}}$. D'où l'on voit que lorſque $g = 0$, le grand axe eſt h, & le petit eſt 0, ce qui doit être : car l'Ellipſe eſt alors le côté AC du Cone.

COROLLAIRE II.

IV. Il ſuit de tout ce que l'on vient de dire, que la premiére hyperbole formée par le plan eſt la ligne droite AQ; qu'enſuite ce plan forme des hyperboles extrêmement étroites, c'eſt-à-dire, dont l'axe conjugué eſt extrêmement petit; qu'après cela les hyperboles s'élargiſſent, c'eſt-à-dire, que leurs axes conjugués augmentent, mais avec plus d'accélération que les grands axes; qu'enfin ces deux axes deviennent égaux, lorſque le plan eſt parallele à l'axe du Cone, (on ſuppoſe que l'angle QAR du Cone eſt droit); qu'en-

ſuite le plan continüant à former des hyperboles, leurs axes continüent d'augmenter à l'infini, mais les grands axes avec plus d'accélération que leurs conjugués, enſorte que lorſque le plan eſt parallele au côté du Cone, les deux axes de l'hyperbole de ce cas ſont l'un & l'autre infinis, mais le grand axe infiniment plus grand que ſon conjugué, & c'eſt alors la parabole qui eſt engendrée, laquelle peut être conſidérée à cet égard comme une hyperbole, mais la derniére de toutes. Qu'après cela le plan continüant ſa révolution, coupe le ſecond côté *CR* du Cone à une prodigieuſe diſtance, & forme d'abord des Ellipſes dont les deux axes ſont chacun infinis, mais le grand infiniment plus grand que ſon conjugué, & qu'à meſure que le plan tourne, les deux axes de ces Ellipſes diminüent, ſçavoir les grands beaucoup plus promptement que leurs conjugués, & qu'ils deviennent égaux, lorſque le plan eſt parallele à la baſe du Cone, c'eſt-à-dire que l'Ellipſe de ce cas eſt un cercle. Et qu'enfin le plan achevant ſa révolution, engendre des Ellipſes, dont les grands axes diminüent continuellement juſqu'à devenir *AC,* qui eſt le grand axe de la derniére Ellipſe, & dont les petits axes diminüent plus promptement, & le dernier eſt zero, ce qui fait que la derniére Ellipſe eſt la droite *AC.*

REMARQUE I.

V. Si l'angle *QCR* du Cone eſt droit, les angles *QAO, OA*13, 13*AY,* & *YAC,* ſeront chacun de 45 degrés, & le plan qui engendre toutes les ſections du Cone, en faiſant ſa révolution de 180 degrés, en diſtribuë un égal nombre dans chacun de ces angles, ſçavoir, dans le premier une infinité d'hyperboles, dont la premiére eſt une ligne droite infinie, & la derniére l'hyperbole équilatere. Dans le ſecond angle de 45 degrés, encore une infinité d'hyperboles dont la premiére eſt l'hyperbole équilatere, & la derniére eſt la parabole. Ce ſecond ordre d'hyperboles différe du premier, en ce que dans celui-là les axes conjugués augmentent dans un plus grand rapport que les grands axes, & que dans

celui-ci, les axes conjugués augmentent dans un plus petit rapport que les grands axes. Dans le troisiéme angle de 45 degrés, le plan continüant de faire sa révolution, distribüe une infinité d'Ellipse, dont la premiére infinie est la parabole, & la derniére est un cercle. Et dans le quatriéme angle de 45 degrés, encore une infinité d'Ellipses, dont la premiére est le cercle, & la derniére est la droite *AC*. Ce second ordre d'Ellipses diffère du premier, en ce que dans celui-là, les axes conjugués diminüent dans un plus petit rapport que les grands axes, au lieu que dans celui-ci les axes conjugués diminüent dans un plus grand rapport que les grands axes.

COROLLAIRE III.

VI. Il suit encore, que de toutes les différentes hyperboles & Ellipses engendrées par la révolution du plan, aucunes ne sont semblables, les deux axes de ces courbes croissant selon différentes loix. D'où l'on voit aussi, que si l'on conçoit un second plan attaché à un autre point *A* du côté *CQ* du Cone plus près ou plus loin du sommet *C*, & que l'on fasse faire une révolution à ce second plan, semblable à celle du premier, cette révolution engendrera le même nombre infini de courbes que la premiére, dont chacune dans son ordre sera semblable à sa correspondante dans le sien, c'est-à-dire, que de ce nombre infini de courbes, les seules semblables sont celles qui sont engendrées par des plans paralleles : de-là vient que toutes les paraboles engendrées dans le même Cone sont semblables, & que de toutes, l'infinité d'Ellipses & d'hyperboles engendrées dans le même Cone, celles-là seulement sont semblables, qui sont formées par des plans paralleles.

De-là on voit aussi que les sections coniques formées par différents Cones ne sont point semblables.

REMARQUE II.

VII. Si au lieu de se servir, comme on a fait, du plan circulaire *FMEmF*, parallele à la base du Cone, dont la

propriété

propriété connuë $EP \times PF = PM^2$, a fait trouver l'Equation générale des autres sections; on s'étoit servi d'un autre plan quelconque oblique à la base, on auroit de même trouvé l'Equation générale de toutes les sections, par le moyen de la propriété qui convient à la section du plan choisi.

Soit, par exemple, $Em54ME$ parallele au côté CR du Cone, on sçait que la courbe engendrée par ce plan, est la parabole mEM, dont le sommet est en E, & dont le parametre est $\frac{EF^2}{CE}$. Si donc on veut avoir l'Equation de la section quelconque mAM, par le moyen de la parabole mEM, il ne faut que trouver les expressions algébriques de CE, EF & EP, ce qui est aisé. Car les mêmes choses étant posées, & de plus ayant nommé CB ou DA (b), les triangles semblables AKH & aCH donneront KH $(2f-g) . CH(g) :: AH(h) . Ha = \frac{gh}{2f-g}$. Donc $Aa = \frac{2fh}{2f-g}$, & $KH(2f-g) . CH(g) :: AK(\sqrt{bb+ff})$. $Ca = \frac{g\sqrt{bb+ff}}{2f-g}$. Les Triangles semblables ACa & AEP donneront aussi $Aa\left(\frac{2fh}{2f-g}\right) . Ca\left(\frac{g\sqrt{bb+ff}}{2f-g}\right)$ $:: AP(x) . EP = \frac{gx\sqrt{bb+ff}}{2fh}$, & $Aa\left(\frac{2fh}{2f-g}\right) . AC$ $(\sqrt{bb+ff}) :: AP(x) . AE = \frac{\overline{2fx-gx}\sqrt{bb+ff}}{2fh}$. Donc $EC = \frac{\overline{2fh+2fx-gx}\sqrt{bb+ff}}{2fh}$. Les Triangles CAY & CEF donneront encore $CA(\sqrt{bb+ff}) . AY(2f)$ $:: CE\left(\frac{\overline{2fh+2fx-gx}\sqrt{bb+ff}}{2fh}\right) . EF = \frac{2fh+2fx-gx}{h}$. Donc l'Equation de la parabole mEM, qui est $EP \times \frac{EF^2}{CE}$ $= PM^2$, deviendra, en termes algébriques, $\frac{gx\sqrt{bb+ff}}{2fh}$ $\times \frac{\overline{2fh+2fx-gx}^2 \times 2fh}{hh \times \overline{2fh+2fx-gx}\sqrt{bb+ff}} = yy$, qui se réduit à

$\frac{hhyy}{2fg-gg} = xx + \frac{2fhx}{2f-g}$, qui eſt la même Equation qui a déja été trouvée pour la courbe mAM.

Il en ſera de même de tout autre plan oblique à l'axe du Cone, autre que $5mAM4$. On trouvera toûjours par ſon moyen, la même Equation pour la courbe $6mAM7$.

Autre maniére plus générale de conſidérer toutes les Sections qui peuvent être engendrées dans un Cone par un plan qui le coupe de toutes les façons poſſibles.

Figure 3. & 4. VIII. Si l'on conçoit le nouveau plan $IMNLmnI$ perpendiculaire à l'axe AP de la ſection mAM, & que l'on faſſe tourner le plan mAM ſur l'axe AP, il eſt clair qu'il s'engendrera, par cette nouvelle révolution, une infinité de nouvelles ſections, telle que $nACN$ (toutes terminées à la courbe $IMNLmn$) dont on trouvera l'Equation en cette ſorte.

On ſçait que la courbe $IMNLm$ eſt une Ellipſe depuis la ſituation où IL eſt perpendiculaire ſur DAE, juſqu'à celle où IL lui ſeroit parallele, & qu'enſuite cette courbe ſeroit une hyperbole. Si donc, les mêmes choſes étant poſées de même que dans la premiére conſidération, on nomme de plus le demi-grand axe KI de cette Ellipſe ou hyperbole a, ſon demi-petit axe b, l'ordonnée PN, z, qui eſt commune à la courbe $nmLNM$ & à la courbe $nACN$, le ſinus de l'angle MPN, n, & le ſinus total m; que de plus on mene

Figure 3. NQ parallele à MP, on aura, à cauſe de l'Ellipſe $IMNL$,

$$aa \,.\, bb :: IQ \times QL \,.\, QN^2 :: \overline{IP+PQ} \times \overline{PL-PQ} \,.\, PN^2 - PQ^2 :: \overline{IP+\tfrac{n}{m}PN} \times \overline{LP-\tfrac{n}{m}PN} \,.\, PN^2 - \tfrac{nn}{mm}PN^2.$$

D'où l'on tire

$$PN \overset{A}{=} \frac{\tfrac{1}{2}bbmn \times \overline{PL-PI} \pm \tfrac{1}{2}bm \times \sqrt{IP \times PL \times \overline{4aamm - 4aann + 2bbnn} + bbnn \times \overline{PL^2+IP^2}}}{aamm - aann + bbnn}$$

par un ſemblable calcul, pour les cas où la courbe *nmLNM* est une hyperbole, on trouvera Figure 4.

$$PN \overset{B}{=} \frac{-\frac{1}{2}bbmn \times \overline{PL+PI} + \frac{1}{2}bm \times \sqrt{IP \times PL \times \overline{4aamm - 4aann - 2bbnn} + bbnn \times \overline{PL^2 + IP^2}}}{aamm - aann - bbnn}$$

Chacune de ces E'quations exprimera la relation de $AP\ (x)$ à $PN\ (z)$, lorſqu'on aura mis, pour a, b, IP & PL, leurs valeurs.

Premier Cas, lorſque IMNL *eſt une Ellipſe.*

Pour trouver ces valeurs, ſoit mené $D2$ perpendiculaire ſur PAH prolongée juſqu'à la rencontre de l'autre côté $LD3$ du Cone. Figure 3.

On ſçait *(art. 2.)* que $A3 = \frac{2fh}{2f-g}$, $PM = \frac{\sqrt{2fg-gg}}{h} \times \sqrt{\frac{2fhx}{2f-g} + xx}$, AB parallele à l'axe du Cone, ſera $\sqrt{hh - ff + 2fg - gg} = l$. Les Triangles ſemblables ABH, $D2H$, donneront ces proportions, $AH \,.\, AB :: DH \,.\, D2 = \frac{gl}{h}$, $AH \,.\, BH :: DH \,.\, H2 = \frac{fg-gg}{h}$. Donc $A2 = \frac{hh+fg-gg}{h}$, & $32 = A3 - A2 = \frac{3fgg - 2ffg + ghh - g^3}{2fh - gh}$. Les Triangles ſemblables, $32D$, $3PL$, & $A2D$, API, donneront encore ces proportions, $32 \,.\, 2D :: 3P \,.\, PL = \frac{2flh + 2flx - glx}{3fg - 2ff + hh - gg}$, $A2 \,.\, 2D :: AP \,.\, PI = \frac{glx}{hh+fg-gg}$. Et ſi l'on fait cette proportion, $\sqrt{IP \times PL} \,.\, PM :: a \,.\, b$, on trouvera $b = \frac{a\sqrt{3fg - 2ff + hh - gg} \times \sqrt{hh + fg - gg}}{lh}$. Mais comme ces grandeurs ſont fort compoſées, ſoit $\frac{hh+fg-gg}{h} = A2 = p$ & $\frac{3fgg - 2ffg + ghh - g^3}{2fh - gh} = \frac{cg}{h}$; on aura $PL =$

$= \frac{2flh + 2flx - glx}{2cf - cg}$, $PI = \frac{glx}{ph}$ & $b = \frac{a\sqrt{2cfp - cgp}}{l\sqrt{h}}$.

Si donc on ſubſtitüe dans l'Equation *A* les valeurs que l'on vient de trouver pour *b*, *IP* & *PL*, on aura $z - \frac{1}{2}mn$

$$\times \frac{\overline{(2fh + 2fx - gx)} \times plh - glx \times \overline{(2cf - cg)}}{(mm - nn) \times llhh + nn \times (2cfph - cghp)} \overset{C}{=} \pm \frac{1}{2} ml \times$$

$$\frac{\sqrt{gx \times (2fh + 2fx - gx) \times (llhh \times \overline{4mm - 4nn} + 2nn \times \overline{(2cfph - cgph)} + nn \times (ggxx \times \overline{2cf - cg}^2 + pph^2 \times \overline{2fh + 2fx - gx}^2)}}{(mm - nn) llhh + nn \times (2cfph - cgph)}$$

qui eſt l'Equation de la ſection *nACN*, quel que ſoit l'angle *MPN* des deux plans *APM*, *APN*, & quel que ſoit l'angle *EDL* du Cone, & cela dans le cas où la ſection *IMNLmnI*, du plan perpendiculaire ſur *AP*, eſt une Ellipſe.

Second Cas, lorſque MNLmn *eſt une hyperbole.*

IX. On a dans ce cas $A3 = \frac{2fh}{g - 2f}$, PM

Figure 4. (ordonnée de la courbe $AM3mA$) $= \frac{\sqrt{gg - 2fg}}{h}$ $\times \sqrt{\frac{2fhx}{g - 2f} - xx}$, $AB = l$, $D2 = \frac{gl}{h}$, $H2 = \frac{gg - fg}{h}$. Donc $A2 = \frac{gg - fg - hh}{h}$ & $32 = \frac{3fgg - 2ffg + ghh - g^3}{gh - 2fh}$, $PL = \frac{2flh - glx + 2flx}{3fg - 2ff + hh - gg}$, $PI = \frac{glx}{gg - fg - hh}$, & $b = \frac{a\sqrt{3fg - 2ff + hh - gg} \times \sqrt{gg - fg - hh}}{lh}$. Et ſi l'on fait $\frac{gg - fg - hh}{h} = A2 = p$, $\frac{3fgg - 2ffg + ghh - g^3}{gh - 2fh} = \frac{cg}{h} = 32$, on aura $PL = \frac{2flh - glx + 2flx}{cg - 2cf}$, $PI = \frac{glx}{ph}$ & $b = \frac{a\sqrt{cgp - 2cfp}}{l\sqrt{h}}$.

Si donc on ſubſtitüe ces valeurs dans l'Equation *B*, elle deviendra $z + \frac{1}{2}mn \times \frac{(2fh - gx + 2fx) \times plh + glx \times (cg - 2cf)}{(mm - nn) \times llhh - nn \times (cgph - 2cfph)}$

$$(D) \quad = \tfrac{1}{2} ml \times \frac{\sqrt{gx \times (2fh - gx + 2fx) \times (llhh \times \overline{4mm - 4nn} - 2nn \times cgph - 2cfph) + nn \times (ggxx \times \overline{cg - 2cf}^2 + pphh \times \overline{2fh - gx + 2fx}^2)}}{(mm - nn) \times llhh - nn \times (cgph - 2cfph)}$$

qui eſt l'Equation de la ſection $nACN$ dans ce ſecond cas.

REMARQUE.

L'Equation C, conſidérée ſous cette forme générale, exprimera toûjours une hyperbole $nACN$ rapportée à l'un de ſes diametres pour toutes les valeurs de g, croiſſant depuis $g = 0$ juſqu'à $g = 2f$, excepté les cas particuliers qui ſeront remarqués dans les Corollaires ſuivants. Figure 3.

Il en eſt de même de l'Equation D ſous cette forme générale; elle exprimera toûjours une Ellipſe auſſi rapportée à l'un de ſes diametres pour toutes les valeurs de g, croiſſant depuis $g = 2f$ juſqu'à g infini, & enſuite décroiſſant depuis g infini juſqu'à $g = 0$, excepté auſſi les cas particuliers qui ſeront remarqués dans les Corollaires qui ſuivent. Figure 4.

COROLLAIRE I.

X. Si dans l'Equation C, on ſuppoſe $n = 0$, elle ſe changera en $z = \frac{\sqrt{2fgg - gg}}{h} \times \sqrt{\frac{2fhx}{2f - g} + xx}$, qui eſt l'Equation qui a été trouvée pour l'hyperbole mAm. Figure 3.

COROLLAIRE II.

XI. Si l'on ſuppoſe $m = n$, elle ſe changera en

$$z - \tfrac{1}{2} \times \frac{(2fh + 2fx - gx) \times plh - glx \times (2cf - cg)}{2cfph - cgph} = \pm \tfrac{1}{2} l \times \frac{(gx \times \overline{2cf - cg} + ph \times \overline{2fh + 2fx - gx})}{2cfph - cgph},$$

qui eſt un lieu à la ligne droite, & c'eſt auſſi ce qui doit arriver, car alors la ſection $nACN$ devient le Triangle IDL.

COROLLAIRE III.

XII. Si dans l'Equation D, on ſuppoſe $n = 0$, elle ſe Figure 4.

réduira à $z = \frac{\sqrt{gg - 2fg}}{h} \times \sqrt{\frac{2fhx}{g-2f} - xx}$, qui eſt l'Equation qui a été trouvée pour l'Ellipſe $mAM3m$.

COROLLAIRE IV.

XIII. Si dans cette Equation, on ſuppoſe $m = n$, elle deviendra $z - \frac{1}{2} \times \frac{(2fh - gx + 2fx)plh - glx \times (cg - 2cf)}{cgph - 2cfph}$ $= \pm \frac{1}{2} l \times \frac{(gx \times \overline{cg - 2cf} - ph \times \overline{2fh - gx + 2fx})}{cgph - 2cfph}$, qui eſt le lieu au Triangle $AD3$.

COROLLAIRE V.

XIV. Il ſuit de l'Equation C, que lorſque $g = 0$, on a $z = \frac{mn \times (fh + fx) \times plh \pm \frac{1}{2} mlnph \times (2fh + 2fx)}{(mm - nn) llhh + nn \times 2cfph}$, qui eſt un lieu à la ligne droite; ce qui fait voir que lorſque HAP touche le Cone, l'infinité de ſections qui réſultent de l'infinité de valeurs du rapport $\frac{m}{n}$, ſeront toûjours des Triangles.

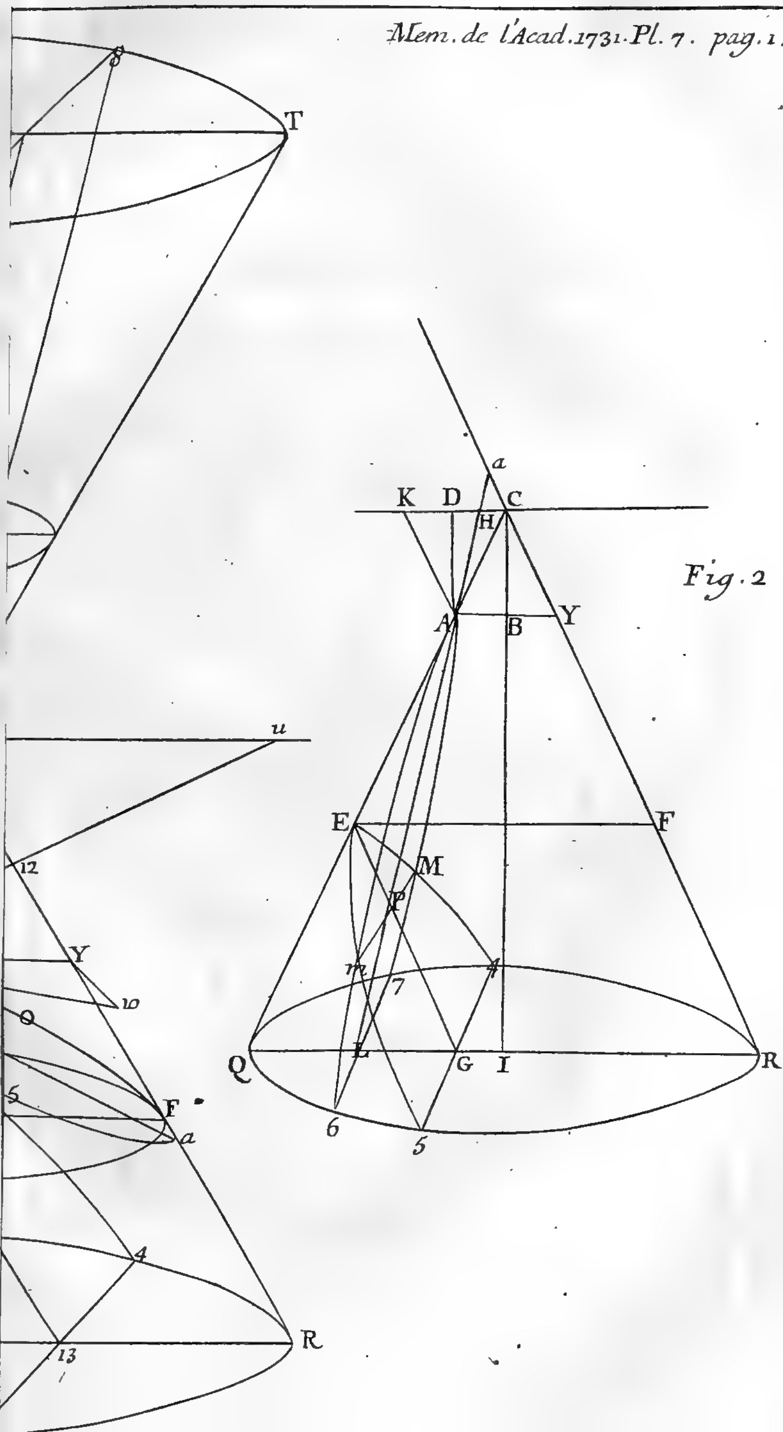
COROLLAIRE VI.

XV. Si l'on ſuppoſe $g = f$, on aura $l = h$, $p = h$, $c = \frac{hh}{f}$, & l'Equation C deviendra $z - \frac{nf}{m} = \pm \frac{f\sqrt{nnhh + 2mmhx + mmxx}}{mh}$, qui eſt $z - \frac{nh}{m} = \pm \sqrt{\frac{nnhh}{mm} + 2hx + xx}$, lorſque $h = f$; $z = \pm \sqrt{2hx + xx}$, lorſque $n = 0$; & $z - f = \pm \times \frac{fh + fx}{h}$, lorſque $m = n$.

Ce qui montre que quand HAP eſt parallele à l'axe du Cone, toutes les ſections $nACN$ ſeront une infinité d'hyperboles, & un Triangle; & que toutes ces hyperboles ſeront équilateres, quand l'angle EDL du Cone ſera droit.

COROLLAIRE VII.

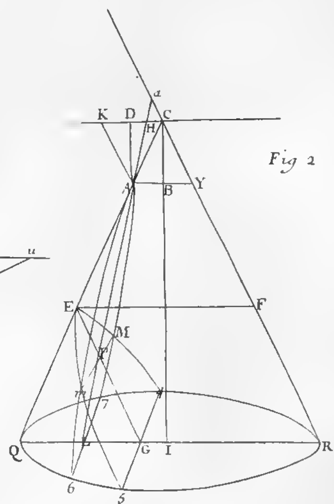
XVI. Si l'on ſuppoſe $g = 2f$, on aura $c = \frac{hh}{0}$, &

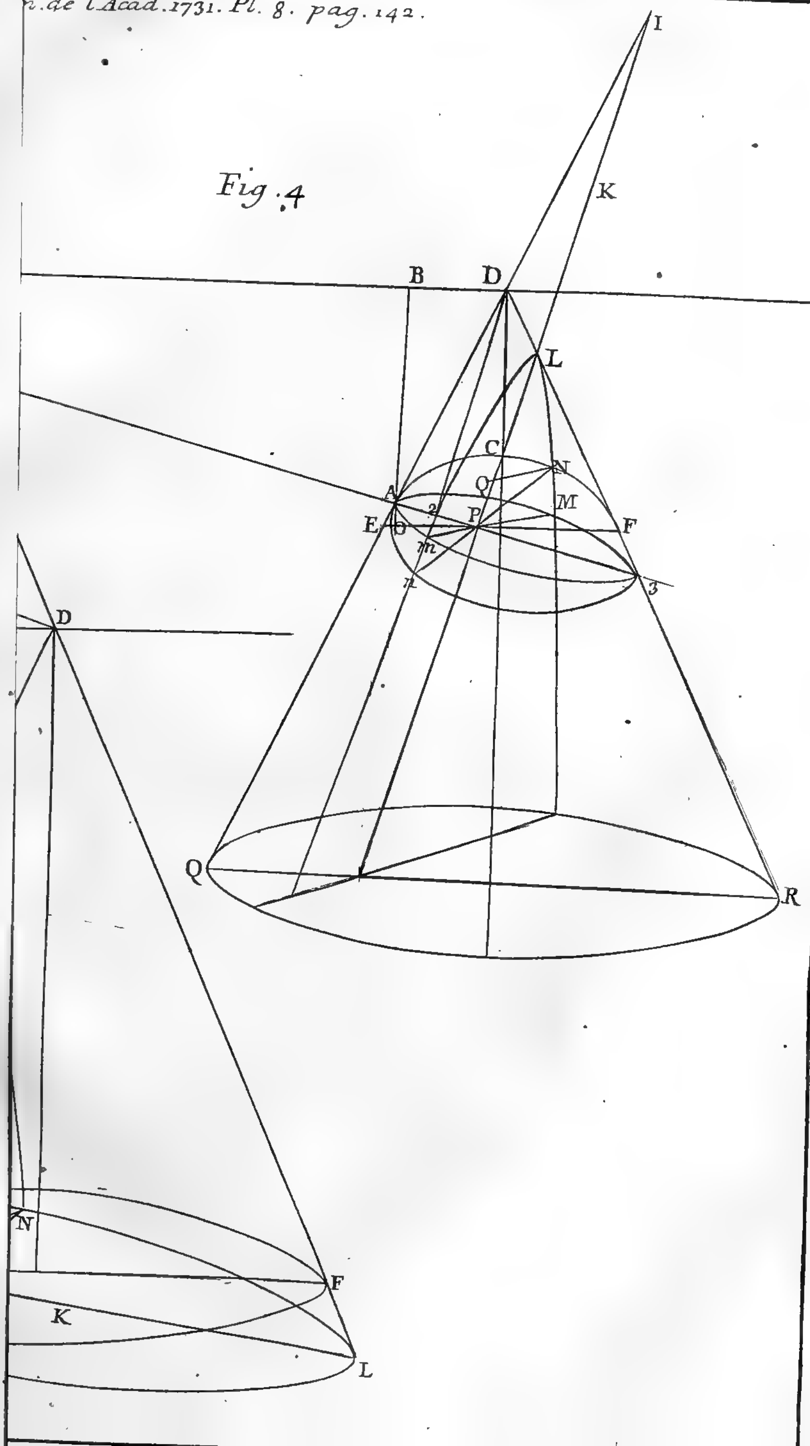


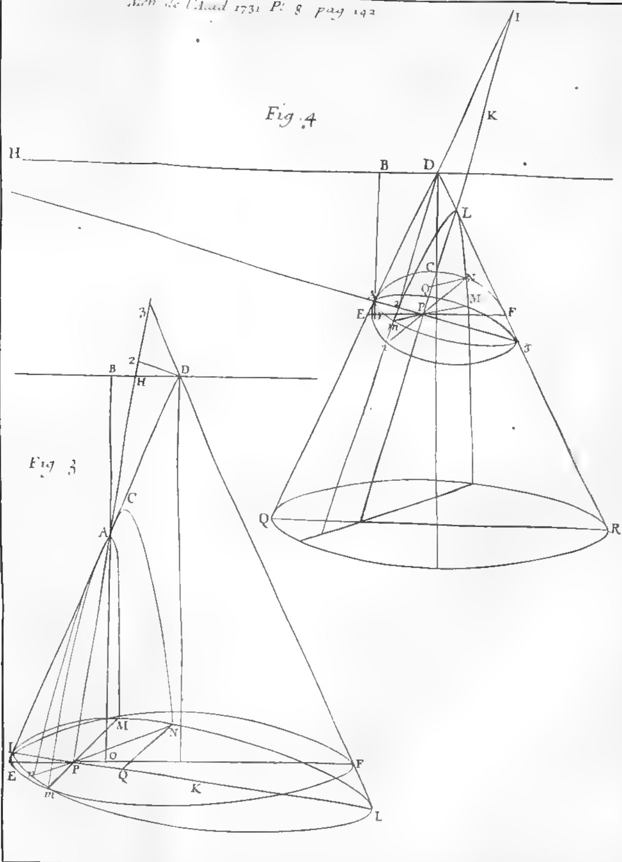
8
T
u
12
Y
w
O
5
F
a
4
R
13
Fig. 2
a
K
D
C
H
A
B
Y
E
F
M
P
m
7
4
Q
L
G
I
R
6
5

Fig. 1

S T g 9 h N d X V K D H C u Z 1 2 12 A B Y w O m E P o G 5 F a M 7 4 Q L I 13 R b 3




Fig. 4
I
K
B
D
L
C
N
Q
A
2
P
M
E
O
F
m
n
3
Q
R
D
N
F
K
L



Mem. de l'Acad. 1731 Pl. 8 pag. 142
Fig. 4
I
K
H
B
D
L
C
N
O
M
E
F
P
m
3
Q
R
Fig. 3
3
2
B
H
D
C
A
M
N
O
L
E
P
Q
F
m
K
L

l'Equation C deviendra $z - \frac{mn \times (fplh - flhx)}{(mm - nn) llh + nnphh}$

$$= \frac{mlf\sqrt{hx \times (4mmll - 4nnll + 2nnpph) + nn \times (pphh + hhxx)}}{(mm - nn (llh + nnphh}$$

qui se réduit à $z = \frac{g\sqrt{x}}{\sqrt{h}}$, lorsque $n = 0$, & à $z = \frac{-flp + flx}{ph}$ $\pm \frac{flp \pm flx}{ph}$, lorsque $m = n$. Ce qui fait voir que quand HAP est parallele au côté DL du Cone, toutes les sections $nACN$ sont une infinité d'hyperboles, une parabole, & un Triangle.

COROLLAIRE VIII.

XVII. Il suit de l'Equation D, que si l'on suppose g & h infinies, cette Equat. deviendra $z + \frac{1}{2} mn \times \frac{(2fpl - plx + clx)}{(mm - nn) \times ll - nncp}$

$$= \frac{\frac{1}{2} ml \sqrt{\overline{2fx - xx} \times (4mmll - 4nnll - 2nncp) + nnccxx + 4nnffpp - 4nnfp^2x + n^2p^2xx}}{(mm - nn) \times ll - nncp}$$

qui exprimera une Ellipse, lorsque les termes affectés de la quantité xx sont négatifs; une hyperbole, lorsque ces termes sont positifs; & une parabole, lorsque ces termes s'anéantissent.

Si dans cette derniére Equation, on suppose $n = 0$, elle deviendra $z = \sqrt{2fx - xx}$, & si $m = n$, on aura $z + \frac{plx - 2fpl - clx}{2cp} \mp l \times \frac{(px + cx - 2fp)}{2cp}$, dont la premiére exprime un cercle, & la seconde exprime une ligne droite.



RECHERCHES SUR L'OPE'RATION DE LA TAILLE PAR L'APPAREIL LATE'RAL.

Par M. MORAND.

4 Avril 1731.

LA multiplicité des méthodes pour l'opération de la Taille est d'autant plus utile, qu'elle est naturellement fondée sur les variations qui dépendent de la Pierre & de l'état de la Vessie malade; aussi lorsqu'on a attaqué ceux qui proposent différents procédés pour faire l'opération de la Taille, on s'en est pris plûtôt à l'application trop générale de la méthode proposée, qu'à la méthode même.

Pour moi qui les ai étudiées toutes, & toutes pratiquées, je crois pouvoir avancer qu'elles sont toutes bonnes, à certains égards; & qu'en les supposant perfectionnées, l'habileté de l'Anatomiste Chirurgien consiste autant dans le choix de la méthode que dans l'exécution.

Après avoir décrit celle du haut Appareil, j'étois dans le dessein de décrire l'Appareil latéral, lorsque j'appris le succès éclatant avec lequel M. Cheselden célébre Chirurgien Anglois faisoit cette opération. Je ne rougis point de dire que j'ai fait le voyage de Londres exprès pour le voir travailler. Les opérations que je lui vis faire au Printemps de l'année 1729, dans l'Hôpital de S.t Thomas, les questions que je fis à ses malades, les conférences que j'eus avec lui-même, m'ont donné des lumiéres que la méditation ne m'auroit peut-être point fournies, & du courage pour entreprendre cette opération, que je croyois plus difficile que le grand Appareil, & qui actuellement me le paroît moins.

Revenu de Londres, j'essuïai toutes les questions que la curiosité ou l'amour du bien public purent faire imaginer, &

& je tâchai d'y satisfaire, à une circonstance près que M. Cheselden vouloit communiquer lui-même à l'Académie, ce qu'il fit en détaillant sa méthode dans plusieurs Lettres qu'il m'adressa en différents temps de l'année 1729. Il l'a depuis publiée en 1730, dans une courte Dissertation en Anglois, que j'ai traduit pour en donner un Extrait fidelle *.

M. Cheselden nous apprend dans cette Dissertation, qu'ayant fait le haut Appareil avant celui-ci, il n'avoit point été malheureux dans cette opération, qu'il n'avoit perdu qu'un malade sur sept, qu'il n'a quitté cette opération que dans l'espérance d'en trouver une meilleure, & qu'il est bien sûr qu'elle pourroit être pratiquée actuellement avec plus de succès qu'elle ne l'avoit été, en profitant des observations qu'on a fait.

Après ces expériences sur le haut Appareil, la réputation de M. Rau l'avoit engagé à tenter son opération. M. Cheselden la fit d'abord en remplissant d'eau la Vessie, au moyen de quoi il tiroit avec autant de facilité que de vîtesse de très-grosses pierres : ses malades paroissoient hors de danger quelques jours après l'opération, mais l'urine s'insinüant dans la membrane cellulaire qui environne le Rectum, faisoit des ulcéres sordides avec pourriture, & de dix malades taillés de cette façon, il en est mort quatre. Il essaya ensuite de tailler précisément comme M. Albinus prétend que M. Rau tailloit, mais il éprouva les mêmes inconvénients de la part de l'urine. Ces desavantages lui firent imaginer la méthode que je lui ai vû faire, & à laquelle il est dévoüé pour toûjours. La voici rapportée par lui-même.

« Je lie le malade, comme au grand Appareil, après l'avoir « couché sur une table horisontale, de la hauteur de trois pieds, « ayant la tête seulement élevée. Je fais d'abord une incision « aux téguments aussi longue qu'il est possible, en commen- « çant près l'endroit où elle finit au grand Appareil; je conti- « nuë de couper de haut en bas, entre les muscles accélérateur «

* An appendix to the fourth edition of the Anatomy, &c. by *W. Cheselden. 1730.*

» & érecteur gauche, & à côté de l'inteftin rectum ; je tâte
» enfuite pour trouver la fonde, & je coupe deffus, le long
» de la glande proftate, en continüant jufqu'à la Veffie, & en
» affujettiffant le rectum en bas pendant tout le temps de l'o-
» pération avec un ou deux doigts de la main gauche. Le refte
» de l'opération eft comme dans l'ancienne méthode, avec
» cette différence que je lie les Vaiffeaux coupés.

Après cette defcription, M. Chefelden qui étoit averti que l'on avoit crû trouver une contrariété dans fes Lettres, fur le nombre de ceux qu'il avoit taillés, parce qu'il avoit écrit à M. Pibrac, Chirurgien de Paris, qu'il en avoit taillé vingt-fept, fans qu'il en fut mort un, & à moi que de quarante-fept, il n'en étoit mort que quatre, explique ces calculs différents, en difant que vingt-fept malades taillés de fuite par fa méthode guérirent, le premier qui mourut étant le vingt-huitiéme : *Je n'ai pas befoin de tromper*, dit-il, *pour repréfenter mes fuccès.*

Ces quarante-fept dont M. Chefelden parloit dans fes Lettres font ceux qu'il avoit taillés en tout par cette méthode, depuis le mois de Mars 1727 jufqu'en Juin 1729, tant dans l'Hôpital S.t Thomas que dans Londres. Les quarante-fix dont il parle dans fa Differtation imprimée, font ceux qu'il a taillés dans l'Hôpital feulement jufqu'à la fin de Juillet 1730, il en donne l'âge & le nom, excepté de ceux que je lui vis tailler, & qu'il dit avoir perdu, fans s'être reffouvenu qu'il me les avoit donnés à Londres, écrits de fa propre main.

De ces quarante-fix de l'Hôpital, il n'en eft mort que deux; l'un âgé de dix-fept ans, étoit malade dès fon enfance, exténué par de longues fouffrances, & incommodé des reins; l'autre mourut quinze jours après l'opération, ayant une toux violente. Un des quarante-quatre guéris avoit foixante-fept ans, & trente-trois pierres; un autre quarante-deux ans, & une pierre pefant onze onces : plufieurs des enfans eurent la petite vérole pendant la cure, & d'autres la rougeole.

Voilà ce que contient l'Ecrit de M. Chefelden, il ne fera

pas inutile d'y ajoûter plusieurs choses essentielles qui se trouvent dans les Lettres écrites pour l'Académie.

En parlant des expériences qu'il fit de la méthode de M. Rau, telle qu'elle est proposée par M. Albinus, il ajoûte à l'inconvénient des ulcéres avec pourriture, produits par l'urine qui se glisse dans le tissu cellulaire, celui des hémorragies continuées jusqu'à la mort, comme il sçavoit que cela étoit arrivé.

A l'égard de sa méthode en particulier, il recommande d'avoir soin que celui qui tient la sonde ne la pousse point du tout en devant; il assûre que par son incision intérieure il coupe totalement le Sphincter, & qu'il n'a jamais trouvé d'inconvénient à couper la glande prostate; il conseille de ne point faire de playe trop profonde à la membrane grasse & celluleuse, située à la partie extérieure du rectum : il avoüe naturellement que dans les commencements, il blessa l'intestin rectum à deux malades, qui cependant guérirent tous deux, & que cela arriva faute d'attention à la conduite de la sonde; il prétend qu'il est plus facile de nettoyer les vessies ulcérées par cette méthode que par aucune autre; il ajoûte enfin dans une Lettre un fait bien favorable à cette opération. Un homme étoit destiné à être taillé par le grand Appareil; l'incision étant faite par l'opérateur, il lui fut impossible de tirer la pierre. M. Chesélden, qui étoit présent, fut invité à essayer lui-même, il fit son opération à la suite de la premiére, tira une pierre pesant près de douze onces, & le malade guérit.

M. Chesélden me paroît avoir obmis la longueur & l'obliquité de son incision extérieure, ce qui n'est cependant pas sans raison; au reste ses Lettres montrent également son habileté & sa bonne foi, & la Compagnie répondit à sa politesse, en le faisant correspondant de l'Académie.

Pour profiter des opérations que je lui avois vû faire à Londres, je fis beaucoup d'expériences sur les Cadavres, je travaillai à une analyse exacte des parties intéressées dans l'opération, & quand je fus muni des connoissances que

l'Anatomie m'avoit fourni, j'en propoſai la pratique à M. Marechal premier Chirurgien du Roi, qui ne s'eſt prêté à cette nouveauté, que parce qu'il a vû qu'elle intéreſſoit le bien public.

Sous ſes yeux, & en préſence de pluſieurs Académiciens, Medecins & Chirurgiens, cette opération s'eſt faite l'année derniére à Paris, avec grand ſuccès.

Tout le monde ſçait que de ſeize malades taillés par cette méthode, tant dans la Ville que dans l'Hôpital de la Charité, huit par M. Perchet, huit par moi, chacun de nous n'en a perdu qu'un; pendant que de douze taillés en même temps dans l'Hôpital, par le grand Appareil, il en eſt mort cinq. De ceux-ci, il y avoit trois ſujets dont il y avoit plus à craindre qu'à eſpérer, & on n'a pas manqué de nous dire que nous avions choiſis les meilleurs pour l'opération nouvelle.

Je pourrois répondre à cela qu'une premiére épreuve nous y authoriſoit, mais nous ne voulons point de grace; il nous eſt facile de prouver que de nos ſeize malades taillés par l'Appareil latéral, il y avoit un enfant qui ayant été ſaigné ſix fois pour une fiévre rébelle & indépendante de ſa pierre, étoit bouffi par tout le corps, & dans l'uſage actuel du Quinquina, lorſqu'il fut taillé; un homme de ſoixante-deux ans, qui avoit cinq groſſes pierres; un autre de cinquante-cinq ans, qui ayant eu la fiévre, la jauniſſe, & un dévoyement de pluſieurs mois, dont il n'étoit pas remis, fut taillé le dernier jour de Juillet, à cauſe des preſſantes douleurs qu'il ſouffroit; enfin un autre dont la veſſie étoit ſquirreuſe, pleine de fongus, & la pierre de la groſſeur, & préciſément de la forme d'un marron d'Inde dans ſa coque, dont on auroit un peu émouſſé les pointes. Je ne ſçai ſi on peut appeller ces quatre malades de bons ſujets, c'eſt à ceux qui liront ce Mémoire à en juger, cependant trois de ceux-ci ſont guéris, & onze des autres.

Le ſimple énoncé des faits nous juſtifie, & nous nous flatons que doreſnavant nous n'aurons pas beſoin d'employer d'autres moyens contre la critique. Les raiſons de préférence

pour l'Appareil latéral, comparé au grand Appareil, ſeront amplement détaillées dans des Mémoires particuliers, & l'ont été déja avec bien de la ſolidité, par M. Falconnet dans ſa Theſe : *An educendo calculo, cœteris anteferendus apparatus lateralis.* Je me contenterai de dire ici que les principaux avantages de cette opération conſiſtent en ce que le manuel en eſt bien plus facile que celui du grand Appareil; il eſt plus ſûr, parce que le Chirurgien eſt guidé, non-ſeulement par la crenelure de la ſonde, mais mieux encore par le doigt index de la main gauche, à l'aide duquel il agit toûjours, & court moins de riſque de ſe fourvoyer. Les avantages qui en reviennent aux malades ſont conſidérables : toutes choſes égales, l'opération par l'Appareil latéral eſt moins longue, & doit être moins douloureuſe que par le grand Appareil, parce que dans l'une on coupe certaines parties qu'on déchire dans l'autre, elle favoriſe davantage l'extraction des groſſes pierres; c'eſt une propoſition qui réſulte de la précédente. Ceux qui en ont été guéris, n'ont été incommodés, ni de fiſtules, ni d'incontinence d'urine; on n'a pas eu le deſagrément de voir ces communications de la playe avec le boyau, que quelques malades taillés au grand Appareil, ont malheureuſement éprouvés dans le temps même qu'on travailloit au panégyrique du grand Appareil. Enfin la Taille latérale eſt non ſeulement utile aux Pierreux, mais encore elle ſemble avoir été trouvée pour ſecourir plus ſûrement que par l'opération ordinaire ceux qui par obſtruction ou abſcès au col de la Veſſie ſe trouvent dans la malheureuſe néceſſité de ſouffrir ce que l'on nomme l'inciſion au Périné, & c'eſt une obſervation de M. Chirac.

Ce que je viens de dire ſur l'Appareil latéral n'eſt qu'un préliminaire au Traité que j'eſpere donner par les ſuites. J'oſe avancer que ce Traité nous manque : M. Méry a donné la critique des opérations de Frere Jacques *, & ayant à la ſuite de ſon ouvrage propoſé l'idée d'une méthode pour faire l'Appareil latéral, il ne l'a point pratiquée. M. Albinus

* Obſervations ſur la maniére de tailler dans les deux Sexes, &c.

a donné dans une Dissertation Latine [a], l'opération latérale qu'il dit avoir été pratiquée par M. Rau, mais le manuel en est si composé, & l'exécution si difficile, que je doute qu'elle eût été adoptée par M. Rau, si l'ouvrage eût été publié de son vivant. Le Docteur Douglas [b] a donné un simple recüeil de ce qu'on avoit écrit avant lui sur cette opération, & M. Chefelden ne la pratique plus, comme elle est décrite dans le *Postscriptum* du Docteur Douglas. Enfin M. Garengeot Chirurgien de Paris, connu par la fécondité de sa plume, l'a proposé aux gens de l'Art, sans l'avoir faite lui-même, & sur une premiére expérience faite par un autre.

Je n'ai envié à personne l'honneur d'écrire sur cette matiére, depuis qu'elle a été renouvellée en France. Je sçais que les ouvrages précipités laissent ordinairement, non des restes à recüeillir, mais des moissons à faire; en attendant celui auquel je m'engage, je vais donner à la Compagnie quelques observations détachées qui regardent la partie historique de cette opération, & qui la rendent à ses vrais Auteurs.

PREMIÉRE OBSERVATION.

On appelle communément la *Méthode de Frere Jacques* son opération, quoique la plûpart des Chirurgiens ne l'ayent connu que sur le rapport de M. Méry; mais si une méthode de tailler doit être une maniére de tailler, suivant une regle toûjours constante, au moyen de laquelle on entame les mêmes parties toutes les fois, à consulter l'ouvrage de M. Méry, on verra que Frere Jacques n'avoit point de méthode; car il entamoit la Vessie, tantôt dans son col, tantôt dans son corps, il séparoit quelquefois le col du corps, souvent il traversoit la Vessie & l'ouvroit en deux endroits, il intéressoit l'intestin rectum, qui ne doit point être touché dans cette opération; enfin il blessoit différentes parties qui servent à la génération.

Par l'ouverture de ceux qui périssoient entre les mains de

[a] *Index Suppellectilis Anatomicæ, &c. 1725.*
[b] The history of the lateral operation by James Douglas. M. D. 1726.

ce Moine, M. Méry découvrit tous ses écarts, & l'inconstance de l'incision intérieure; il voulut desabuser le Public qui se prévient aisément en faveur des gens d'un certain caractére, en nous faisant part de ses observations à ce sujet. Il nous a donné un ouvrage dont il résulte que Frere Jacques ne tailloit pas deux personnes de suite de la même façon; on pourroit dire par conséquent que Frere Jacques n'avoit point de méthode, & il ne pouvoit pas s'en former une, ignorant la Topographie, pour ainsi dire, des parties sujettes à son Litotome; il restoit donc à M. Méry, en décriant l'opération de Frere Jacques, à déterminer nettement & précisément de tous les endroits qu'il entamoit, celui qu'il auroit été le plus avantageux d'entamer, suivant une certaine méthode; cependant c'est de toutes les parties de son ouvrage, celle qui est le plus légérement traitée.

On dira sans doute que c'est l'idée qu'on s'étoit faite de l'opération de Frere Jacques; mais si l'on en convient avec moi, il faudra convenir aussi que si Frere Jacques a pû profiter, & des réflexions critiques de M. Méry, & des avis salutaires qu'il avoit reçûs pour rectifier son opération, il a pû par les suites pratiquer une bonne méthode, & qu'il est fâcheux que le Public ait été privé du fruit qu'il y avoit à retirer de la vivacité de ceux qui ont écrit contre cet opérateur. Or on va voir qu'on l'a perdu de vûë dans le temps qu'il falloit le suivre, que les Auteurs qui ont travaillé sur cette matiére ont été dépourvûs des piéces les plus utiles sur la Taille de Frere Jacques, & qu'il est constant que Frere Jacques pratiqua postérieurement à la critique de M. Méry une Taille latérale, la même que celle que M. Chefelden pratique aujourd'hui avec succès: c'est ce qu'il sera facile de prouver, en donnant ici la partie la plus curieuse, & en même temps la plus cachée de l'histoire de Frere Jacques.

La Critique de M. Méry ne séduisit point tout le monde; M. Fagon, pour lors premier Médecin du Roi, & M. Félix premier Chirurgien, jugérent qu'on pouvoit rectifier son opération; Frere Jacques reçût leurs avis, & en profita: cela

eſt démontré par le ſimple récit de ſes opérations poſtérieures à la critique de M. Méry.

Par mes recherches, je l'ai ſuivi par-tout, & je ſçai qu'il avoit taillé à Aix-la-Chapelle en 1699 environ ſoixante perſonnes, dont le plus grand nombre guérit. A Verſailles, au Printemps de 1701, trente-huit qui guérirent tous, & le fait eſt atteſté par M.rs Fagon, Ducheſne, Bourdelot, Boudin, Felix & Gervais [a]. La même année à Angers [b], à Beaumont & Beauvais en Picardie, où il y a encore actuellement des gens taillés de ſa façon qui ſont en ſanté. En 1703, M. le Maréchal de Lorge ſe mit entre ſes mains, après avoir reçû dans ſon Hôtel vingt-deux pauvres attaqués de la Pierre, pour les faire tailler par le Frere Jacques; les vingt-deux pauvres guérirent, & M. le Maréchal mourut, c'eſt alors que Frere Jacques prit le parti de paſſer en Hollande.

En vain veut-on élever la réputation de M. Rau ſur les débris de celle de Frere Jacques. Je rendrai bien-tôt juſtice à M. Rau, mais peut-on ne pas juger favorablement de ce que fit le Frere Jacques en Hollande, lorſqu'on eſt inſtruit qu'il y étoit devenu ſi fameux, que ſon portrait y fut gravé trois fois différentes, & que lorſqu'il fut à Bruxelles, dans le deſſein de ne plus retourner en Hollande, les Magiſtrats d'Amſterdam lui envoyérent une Médaille d'Or, ayant d'un côté ſon portrait, & de l'autre la Ville d'Amſterdam, avec cette inſcription : *PRO SERVATIS CIVIBUS.*

M. Rau étant fait Litotomiſte à ſa place, Frere Jacques paſſa en Flandres, fit ſon opération à Bruxelles & à Anvers, fut appellé à Nantes, à Lyon & à Geneve, & y travailla heureuſement. En 1708 il fut mandé par M. le Duc de Lorraine, pour tailler un de ſes principaux Officiers qu'il guérit. Il fut à Vienne en Autriche en 1709, de-là à Padouë & à Rome, & y pratiqua ſon opération. En 1710 il fut à

[a] Nouvelle méthode de tailler, par Frere Jacques Beaulieu, &c. 1702, *à la fin.*

[b] Voyez l'Ouvrage de M. Hunauld. *MS.*

Veniſe.

Venise. Enfin las de voyager, il revint en 1712 à Besançon sa patrie, où il avoit moins travaillé que par-tout ailleurs, & mourut en 1714, âgé d'environ soixante ans.

Son voyage à Angers lui avoit procuré la connoissance de M. Hunauld, faisant la Médecine avec distinction, Auteur de quelques ouvrages imprimés, & dont le Neveu est de l'Académie. M. Hunauld apprenant l'Anatomie à Paris, partageoit son temps entre les Leçons de M.rs Mignard & Duverney, & conservoit par son crayon le travail de son Scalpel. Il entreprit de deffendre Frere Jacques contre M. Méry, & on peut dire qu'il le fit avec avantage dans une Dissertation dédiée à M. Fagon, mais qui n'a jamais été imprimée [a].

Ce manuscrit est accompagné de planches anatomiques dessinées par M. Hunauld lui-même; on y trouve la méthode de Frere Jacques perfectionnée; méthode par laquelle il étoit toûjours sûr de faire son incision intérieure dans le même endroit, & qui avoit rendu la vie à tant de malades. Depuis l'ouvrage de M. Méry, Frere Jacques avoit donné lui-même cette méthode dans un Imprimé de sept à huit pages, dont il y en a très-peu d'exemplaires [b].

Dans ces deux ouvrages, l'incision de Frere Jacques est nettement déterminée, il y est clairement énoncé qu'il coupoit le col de la Vessie : il paroît donc que si les Auteurs avoient fait sur cela les recherches nécessaires, ils auroient distingué dans l'histoire de Frere Jacques deux époques bien différentes : la premiére nous donne Frere Jacques déconcerté par les critiques qu'il avoit essuyées, la seconde nous le donne encouragé par les instructions qu'il avoit reçûes; l'une montre une opération défectueuse que l'on abandonne, l'autre une opération excellente que l'on reprend aujourd'hui. Il est fâcheux de n'avoir jugé du Frere Jacques que sur son opération décrite par M. Méry, & c'est avec justice, ce me semble,

[a] Histoire du procedé de Frere Jacques, par M. Hunauld, &c. MS.

[b] Nouvelle méthode de tailler, & tirer la Pierre de la Vessie, par Frere Jacques Beaulieu, &c. 1702.

qu'on avoit appliqué à cet opérateur, un paſſage de Ciceron qu'on lit autour de ſes portraits, peut-être pour critiquer la Critique de M. Méry; *Ægri, quia non omnes convaleſcunt, non idcircò ars nulla Medicina eſt.* Parce qu'on ne guérit point tous les malades, on ne doit point pour cela nier l'exiſtence de la Médecine.

De toutes ces recherches, je conclus ma première obſervation, & je dis que ſi Frere Jacques eût été aidé à Paris, comme il le fut à Angers, & s'il eût été aidé à Angers avec autant d'éclat qu'il fut cenſuré à Paris, nous ſerions demeurés en poſſeſſion de l'Appareil latéral, & nous aurions de plus les perfections dont une interruption de plus de trente ans doit naturellement nous priver.

SECONDE OBSERVATION.

Rien ne prouve mieux l'uſage que nous pouvions faire en France de la méthode de Frere Jacques, que celui qu'on en fit en Hollande. M. Albinus qui nous a donné la Vie de M. Rau dans l'index du Cabinet d'Anatomie, legué par M. Rau à l'Académie de Leyde, nous apprend [a] que Frere Jacques étant à Amſterdam, obtint du Magiſtrat la permiſſion de faire ſa nouvelle opération de la Taille, que M. Rau après avoir aſſiſté à ſes opérations s'éleva contre ſa méthode. Juſque-là je vois M. Rau faire en Hollande, ce que M. Méry fit en France; mais qu'arrive-t-il enſuite? les Magiſtrats d'Amſterdam, & depuis ceux de Leyde ayant fait M. Rau lui-même Litotomiſte pour ces deux Villes, il pratique l'Appareil latéral, & ne l'abandonne plus; ſurquoi il faut remarquer qu'avant l'arrivée de Frere Jacques en Hollande, M. Rau ne tailloit qu'au grand Appareil, comme il l'avoit appris à Paris vers l'année 1683 [b]; de ſorte qu'il paroît clairement que ce fut le Frere Jacques qui donna à M. Rau l'idée de l'Appareil latéral. Il paroît enſuite que M. Rau ſe trouva ſi

[a] *De Clar. Ravii vitâ & calculoſorum curatione, p. 7.*

[b] *Idem, p. 15.*

bien de l'Appareil latéral qu'il n'en pratiqua plus d'autre. Il avança dans un Discours public prononcé à Leyde en 1713, qu'il avoit guéri, en Hollande, par cette opération, quinze cens quarante-sept personnes affligées de la Pierre [a].

M. Albinus décrit dans ce même ouvrage la méthode dont il prétend que M. Rau se servoit, par laquelle il se proposoit d'entamer la Vessie même, par le côté, & près de son col, un peu vers la partie inférieure & postérieure : *Vesicam ipsam proximè cervicem ejus à latere, non nihil inferiora & posteriora versus* [b]. Mais cette méthode est beaucoup plus difficile pour le Chirurgien, & beaucoup plus longue pour le malade que celle du Frere Jacques, & il est facile de démontrer que les avantages qui pourroient faire valoir celle de M. Albinus, sont communs à l'opération de Frere Jacques, même par rapport à l'extraction des grosses pierres; j'ajoûte qu'il est permis de douter si on a la méthode dont M. Rau se servoit réellement, & il pourroit bien se faire que la méthode de M. Rau, & celle de Frere Jacques auroient été les mêmes.

Voici surquoi sont fondées mes conjectures; M. Rau laissoit assister à ses opérations, mais il n'en donnoit point d'éclaircissement, il se la reservoit. Il est mort en 1719, sans la rendre publique, & c'est un autre Professeur qui l'a donnée. Enfin le Docteur Douglas a fort bien remarqué, qu'on ne voit nulle part des observations tirées de l'ouverture des Cadavres [c].

Voilà bien des motifs de douter si l'opération donnée par M. Albinus est réellement celle de M. Rau. Ce qui donne en même temps lieu de croire que celle qu'il pratiquoit pourroit bien être celle de Frere Jacques, c'est que selon M. Albinus même, ils faisoient tous deux l'incision dans le même endroit : *Deindè autem methodo novâ suâ semper est usus, quâ eundem quem Monachus ille locum incidit* [d].

[a] *De Clar. Ravii vitâ & calculosorum curatione, p. 14.*
[b] *Idem, p. 15.*
[c] The history of the lateral operation, p. 74.
[d] *De Clar. Ravii vitâ, &c. p. 15.*

On objectera ſans doute que M. Rau ne fut établi Litotomiſte public que ſur ce que les Magiſtrats reconnurent la vérité du jugement que M. Rau avoit porté ſur l'opération de Frere Jacques, & que M. Rau fit la Taille avec encore plus de ſuccès que le Frere Jacques : comment cela ſe peut-il, ſi l'opération eſt ſuppoſée la même?

La réponſe eſt facile, M. Rau ſçavoit parfaitement l'Anatomie, Frere Jacques l'ignoroit, & l'on ſçait que ſans les lumiéres de l'Anatomie, le Chirurgien ne marche qu'à tâtons.

TROISIÉME OBSERVATION.

Lorſque M. Rau étoit queſtionné par ceux qui le voyoient opérer, ſur le détail de ſa méthode, il ne diſoit autre choſe que ces paroles : *liſés Celſe.* C'eſt un fait dont M. Winſlow nous a fait part dans une de nos Aſſemblées, en ayant été témoin, & ayant ſuivi en Hollande les opérations de cet homme célébre. Il eſt donc bien naturel de ſuivre l'indication donnée par M. Rau lui-même, & alors il eſt facile de prouver que M. Rau tailloit comme le Frere Jacques, parce que Frere Jacques corrigé, tailloit par l'Appareil de Celſe. Cela paroît d'abord un paradoxe à ceux qui ont, de l'opération de Celſe, l'idée que les Auteurs nous en donnent ordinairement, mais le paradoxe s'évanoüit quand on fait les réfléxions ſuivantes.

On a forcé le ſens de Celſe, & on l'a mal interpreté, quand d'une méthode générale, on en a fait une méthode ſeulement praticable pour la pierre qui fait boſſe au Périné.

Le chapitre 26 du 7.me Livre de Celſe traite des difficultés d'uriner, & la 2.de Section du même porte en titre: *Calculoſis quæ curatio adhibeatur* *. L'inciſion eſt ainſi déterminée : *juxta anum incidi cutis plagâ lunatâ uſque ad cervicem Veſicæ debet : deinde eâ parte quâ ſtrictior ima plaga eſt, etiamnum ſub cute altera tranſverſa plaga facienda eſt, qua cervix aperiatur donec urinæ iter pateat, ſic ut plaga paulo major quam calculus ſit.*

* *Aur. corn. Celſi opera ex recognitione Vanderlinden. 1657.*

Voilà la méthode générale de Celſe pour tirer la Pierre qui eſt dans la Veſſie, & ce qui prouve que c'eſt une méthode générale, c'eſt qu'à la fin du chapitre, il donne la méthode de traiter les cas particuliers, & de tirer, par exemple, les Pierres engagées dans le col : *calculi per ſe delapſi in cervicem.* Je ſçai bien qu'on regarde l'opération de Celſe, comme impraticable ſur les Adultes, mais c'eſt un pur préjugé & faute d'examen, car il n'y a point d'Anatomiſte Chirurgien, qui voulant en faire l'expérience ſur le Cadavre, ne reconnoiſſe comme moi, qu'elle peut ſe faire.

Frere Jacques la faiſoit auſſi quelquefois à la lettre, actuellement encore il y a en Italie des opérateurs qui ne la font pas autrement. Il eſt vrai que cette opération faite à la lettre eſt difficile, mais les changements qu'on y a faits depuis, par rapport aux inſtruments, l'ont de beaucoup perfectionnée.

Albucaſis inventa le premier un Biſtouri très-étroit & très-pointu *. De nos jours, Frere Jacques ſubſtitüa aux doigts de l'opérateur une Sonde, mais très-défectueuſe & ſans crénelure. M.rs Fagon, Felix, Marechal, Méry conſeillérent une Sonde crénelée à Frere Jacques, qui s'en eſt ſervi dans les ſuites; M. Rau a ajoûté quelque choſe à cette Sonde. M. Cheſelden a inventé un Biſtouri, qui, à peu de choſes près, eſt le même que celui d'Albucaſis; mais toutes ces variations ne touchent que les inſtruments, car du reſte l'Appareil latéral, depuis Celſe juſqu'à M. Cheſelden, a toûjours été fait dans le lieu déterminé par Celſe pour l'inciſion.

Au reſte, la remarque de l'analogie de l'Appareil latéral avec la méthode de Celſe a été apperçûë par les modernes, & je ne prétends point m'en attribuer la découverte.

Dans l'aſſemblée des Magiſtrats, des Médecins & Chirurgiens, convoquée à Paris, pour déliberer ſur les expériences de Frere Jacques, un des aſſiſtants avança que ſa méthode avoit été autrefois pratiquée; & M. Méry qui cite ce fait, ajoûte de lui-même, qu'il pourroit ſe faire que cette maniére

* *Albucaſis Chir. part. 2. cap. IX. p. 204.*

d'opérer auroit commencé par quelque opérateur qui se seroit formé une méthode sur ce qu'il auroit lû de la Taille dans Celse[a]. M. Freind dans son histoire de la Médecine, en parlant d'Albucasis qui a suivi Celse, dit que l'endroit marqué pour l'incision par cet Auteur, est entiérement le même que celui où Frere Jacques, & après lui, M. Rau avoient coûtume de la faire[b].

Qu'on ajoûte à toutes ces recherches la réponse de M. Rau à ceux qui le questionnoient, l'obscurité qui pourroit naître des différents noms de la méthode de Frere Jacques, de celle de M. Rau, de celle de M. Chefelden disparoît en les rapportant toutes à la méthode de Celse, à laquelle on a ajoûté des instruments, & en leur donnant en commun le nom d'*Appareil latéral.*

Si mes conjectures étoient justes, la Taille latérale qui paroît une nouvelle méthode se trouveroit la premiére & la plus ancienne de celles qui sont connuës; j'avoüe qu'il seroit singulier qu'après l'avoir quittée pour faire le grand Appareil, ou l'opération de Marianus, on l'a reprit aujourd'hui sous une autre forme : on en donneroit une raison solide, en disant que la méthode de Celse, & celle de M. Chefelden étant supposées la même, quant au lieu de l'incision, la maniére d'y proceder est différente, & que l'addition des instruments, les perfections successivement ajoûtées aux instruments même, rendent facile & sûre une opération difficile sans tous ces secours ; mais sans nous embarrasser de trouver les motifs qui l'ont pû faire abandonner, il suffit que nous en ayons de justes pour son rétablissement. La Théorie en fournira un grand nombre, mais les seuls capables de persuader sont les faits. A examiner les opérations pratiquées par cette méthode depuis le mois de Mars 1727 jusqu'à la fin de 1730, tout doit nous inspirer de la confiance. Je viens de recevoir la liste des malades de M. Chefelden taillés depuis celle qui est imprimée dans son *Appendix,* & j'apprends qu'il

[a] Lisés M. Méry, page 43.

[b] M. Freind, hist. de la Médecine, 2.de partie, p. 95.

en a taillés vingt, dont il en est mort deux. Si nous la joignons à sa premiére liste & à la nôtre, il se trouve de compte fait, & en tout quatre-vingt-deux personnes taillées par cette méthode, en quatre ans, dont il n'est mort que six, & soixante-seize ont été parfaitement guéris.

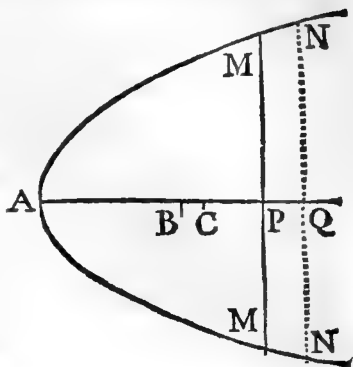
NOUVELLE MANIÉRE DE TROUVER LES FORMULES DES CENTRES DE GRAVITÉ.

Par M. CLAIRAUT.

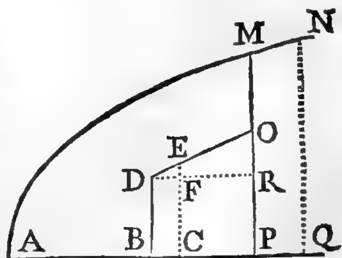
CE que je donne ici n'est point une nouvelle méthode pour trouver les centres de gravité, c'est seulement une maniére d'avoir les formules déja trouvées, qui me semble plus simple que celle dont on s'est servi, parce qu'elle ne suppose que le principe le plus simple de la Méchanique, qui est que pour trouver le centre de gravité de deux corps, il faut diviser la ligne qui joint leurs centres de gravité en raison réciproque des poids de ces deux corps. En partant de ce principe, je considere la Figure que l'on me propose comme variant d'une différence infiniment petite ; & prenant le centre de gravité de cette différence ou accroissement de la Figure, qui est toûjours fort aisé à trouver, je suppose une ligne tirée au centre de gravité cherché de la Figure proposée ; ensuite divisant cette ligne dans la raison du petit poids d'accroissement au poids de la Figure donnée, c'est-à-dire, dans la raison de la différence de la Figure donnée, à la Figure même, je forme une Equation qui me détermine le centre de gravité des deux Figures. 5 Mai 1731.

Par exemple, soit proposé de trouver le centre de gravité de l'aire d'une Courbe quelconque *MAM* divisée en deux par son axe *AP*.

Il est évident que le centre de gravité doit être sur la



ligne AP, ſuppoſant qu'il ſoit au point B; enſuite ſoit $MNNM$ l'accroiſſement infiniment petit de l'eſpace MAM, c'eſt-à-dire, ſa différence, il eſt clair que le centre de gravité de ce petit eſpace ſera au milieu de PQ; ou ne faiſant point attention à la grandeur infiniment petite de PQ, le centre de gravité de ce petit eſpace pourra être conſideré au point P. Enſuite ſuppoſant que C ſoit le centre de gravité de l'aire NAN, c'eſt-à-dire, que BC ſoit la différence de AB, on aura $BC \cdot CP$ ou $BP :: NMMN \cdot MAM$, ou en termes algébriques (nommant AP, x, PM, y, AB, u,) & par conſéquent PQ, dx, BC, du, $MNNM$, $2ydx$ & MAM, $2\int.ydx$) $du \cdot x - u :: 2ydx \cdot 2\int.ydx$, ou bien en multipliant les extrêmes & les moyens $du\int.ydx = xydx - uydx$, ou en tranſpoſant $uydx + du\int.ydx = xydx$, dont l'intégrale eſt $u \times \int.ydx = \int.xydx$, qui donne u ou $AB = \frac{\int.xydx}{\int.ydx}$, qui eſt la formule ordinaire des centres de gravité des aires des Courbes diviſées en deux par leurs axes.



Soit propoſé à préſent de trouver le centre de gravité d'un eſpace quelconque APM renfermé entre une Courbe quelconque AM, ſon axe AP & une ordonnée quelconque PM.

On ſuppoſera que l'aire APM ſoit accru de la différence $PQMN$, & que O, milieu de PM, ſoit le centre de gravité de l'aire $MPQN$, & que D ſoit celui de l'aire propoſée APM, tirant la ligne DO, le

le centre de gravité de l'aire AQN sera dessus, & pour le trouver il faudra diviser DO de façon que DE soit à OE ou OD comme $PQMN$ à APM. Ensuite abbaissant des points D, E, les perpendiculaires DB & EC sur l'axe AP, & menant DFR parallele à AP, on aura, en nommant $AP, x, PM, y, AB, u, DB, t$; $PQ = dx$, $PMNQ = ydx$, $APM = \int . ydx$, BC ou $DF = du$, $EF = dt$, $PO = \frac{1}{2}y$, BP ou $DR = x - u$, & OR, $\frac{1}{2}y - t$. Et comme $DE . DO :: BC . BP$, on aura $BC (du) . BP (x - u) :: PQMN (ydx) . APM (\int . ydx)$. D'où l'on tire, comme c'est la même proportion que celle de l'exemple précédent, $u = \frac{\int . xydx}{\int . ydx}$.

Les Triangles semblables DEF, DRO, donneront à présent $DF . DR :: EF . OR$, ou, en termes algébriques, $du . x - u :: dt . \frac{1}{2}y - t$, ou bien à cause que $du . x - u :: ydx . \int . ydx$, $ydx . \int . ydx :: dt . \frac{1}{2}y - t$ qui donne $\frac{1}{2}yydx - tydx = \int . ydx \times dt$, ou $\frac{1}{2}yydx = tydx + dt \int . ydx$, dont l'intégrale est $\frac{1}{2}\int . yydx = t \int . ydx$. D'où l'on tire $t = \frac{\frac{1}{2}\int . yydx}{\int . ydx}$, qui est la formule qui sert à trouver les centres de gravité des espaces quelconques renfermés par des Courbes.

Pour avoir le centre de gravité d'un Arc quelconque AM d'une Courbe quelconque, on abbaissera la perpendiculaire MP avec sa parallele infiniment proche NQ; on prendra D pour le centre de gravité de l'arc AM, & M pour celui de l'arc MN, à cause de l'infinie petitesse de cet arc; E qui divise la ligne DM en raison de MN à AM, sera le centre de gravité de l'arc AMN; ainsi menant DFR parallele à BP, & EFC, DB, paralleles à PM, nommant comme ci-dessus, $AP, x, PM, y, AM, s, AB, u, BD, t$, on

aura $DF\,(du) . EF\,(dt) :: DR\,(x-u) . MR\,(y-t)$, & $DE . DM :: BC\,(du)\, BP . (x-u) :: MN\,(ds) :: AM\,(s)$.

En résolvant ces Equations de la même façon qu'on a résolu les précédentes, on aura $u = \frac{\int . x\,ds}{s}$ & $t = \frac{\int . y\,ds}{s}$, formules pour trouver le centre de gravité des Arcs.

Il est aisé de voir que l'on pourroit facilement se servir de cette méthode pour trouver les centres de gravité, de quelles sortes d'Aires, d'Arcs, de Solides courbes qu'on voudroit ; ainsi il est inutile que j'en donne le calcul, d'autant plus que, comme j'ai déja dit, je ne donne ici rien de nouveau par rapport aux formules, mais seulement une maniére de les déduire, c'est ce qui fait aussi que je ne donne aucun détail d'exemples en particulier.



EXTRAIT DE DIVERSES OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES

Faites à la Loüisiane par M. BARON, Ingénieur du Roy.

Comparées à celles qui ont été faites à Paris & à Marseille.

Par M. CASSINI.

DANS le Voyage que le P. Laval, Jésuite, Professeur d'Hydrographie à Toulon, a fait à la Loüisiane en 1720, imprimé en 1728, il a déterminé, par une Observation de l'émersion du premier Satellite de Jupiter faite à l'Isle Dauphine le 24 Juillet 1720, la différence des Méridiens entre l'Observatoire de Paris & cette Isle qui est à l'embouchûre de la Riviére de la Mobile de 6h 52′ 40″ 9 Mai 1731.

ou de	103^d	10	0

dont retranchant $20^d\ 0'\ 0''$ pour la différence de longitude entre Paris & l'Isle de Fer, il trouve l'Isle Dauphine plus

occidentale que l'Isle de Fer de	83	10	0
& par conséquent la longitude de cette Isle de	276	50	0

Feu M. Delisle, qui a déterminé la longitude de Paris, de même que le P. Laval, à 20 degrés de l'Isle de Fer, avoit déterminé dans sa Carte de la Loüisiane, imprimée en 1718,

la longitude de cette Isle de	287	45	0

ce qui donne la différence des Méridiens entre Paris & l'Isle

Dauphine de	72	15	0

ainsi il se trouve entre ces deux déterminations une différence en longitude de $10^d\ 55'$ que le P. Laval appelle avec raison une différence énorme.

Comme cette différence parut trop grande à M. Delisle, pour être attribuée à quelque erreur qu'il eût faite dans sa Carte, il jugea devoir faire une Dissertation qui a été imprimée depuis dans les Mémoires de l'Académie de 1729, où il déduit les raisons qui l'avoient déterminé à établir la position de cette Isle, de la maniére qu'il l'a marquée dans cette Carte, & dans celle de l'Amérique qu'il a imprimée en 1722.

Ainsi il étoit à désirer pour la Géographie, de pouvoir décider quelle étoit la véritable situation de l'Isle Dauphine, qui se trouvant à l'embouchûre de la Riviére de la Mobile, & dans le Golfe du Méxique devoit avancer ou reculer d'autant de degrés la position des Côtes de ce Golfe, qu'il est important de connoître pour la sûreté de la Navigation.

Pour la déterminer, nous avons employé diverses Observations qui nous ont été envoyées par M. Baron, Ingénieur du Roy à la Loüisiane, qui, avant que d'entreprendre son voyage, s'est exercé long-temps à l'Observatoire, dans le dessein de faire des Observations, sur l'exactitude desquelles on pût compter.

La premiére de ces Observations est une Eclipse de Lune du 8 Août 1729, faite à la Nouvelle Orléans qui est située sur la Riviére de S.t Loüis. Il ne put pas en observer le commencement qui a dû arriver de jour, mais il détermina la sortie de quelques taches de l'ombre de la Lune, & la fin de l'Eclipse qui y est arrivée à........ $8^h 49' 53''$.

Cette Eclipse qui étoit totale, a été observée à Paris dès son commencement; mais quelque temps après son Emersion de l'Ombre de la Terre, le Ciel devint nébuleux, de sorte qu'on ne put pas distinguer avec évidence le terme de l'ombre, ni déterminer sa fin avec précision.

Pour y suppléer, nous avons employé l'Observation de cette Eclipse qui a été faite par le P. Feüillée, à Marseille, où il a déterminé la fin le 8 Août à......15 11 32

Si l'on retranche de ce temps, la différence des Méridiens entre Paris & Marseille, qui a été déterminée par un grand nombre d'Observations, de................ $12' 28''$.

on aura la fin de l'Eclipse au Méridien de Paris, le 8 Août à .... 14^h 59′ 4″
ce qui s'accorde assés exactement à celle qui résulte des autres Phases de cette Eclipse observées à Paris.

Retranchant de ce temps la fin de l'Eclipse observée à la Nouvelle Orléans, le 8 Août à.......... 8 49 53
on aura la différence des Méridiens entre Paris & la Nouvelle Orléans de........................... 6 9 11

Cette détermination est confirmée par l'Observation d'une tache de la Lune, nommée *Denis,* qui parut sortir de l'ombre de la Terre, à la Nouvelle Orléans à...... 8 26 14
& à Marseille à........................ 14 48 1
ce qui donne la différence des Méridiens entre ces deux Villes de............................. 6 21 47
dont retranchant celle qui est entre Paris & Marseille, de.................................... 12 28
Reste la différence entre Paris & la Nouvelle Orléans, de.................................... 6 9 19
à 8 secondes près de celle que l'on avoit déterminée par la fin de cette Eclipse.

Prenant un milieu, on aura la différence des Méridiens entre Paris & la Nouvelle Orléans de 6^h 9′ 15″ ou de 92^d 18′ 45″.

Cette Ville n'est point marquée dans la Carte de la Loüisiane de M. Delisle, imprimée en 1718, mais elle se trouve dans celle de l'Amérique qui a été publiée quatre années après, par le même Auteur, qui la place sur la Riviere de S.t Loüis, deux degrés ou environ à l'Occident de l'Isle Dauphine; ainsi l'on aura par cette Observation la différence entre la Longitude de Paris, & celle de l'Isle Dauphine, de.................................... 90^d 18 45
plus petite d'un degré 56 min. que celle qui a été déterminée par M. Delisle, & de 12^d 51′ que suivant le P. Laval, ce qui fait juger qu'il s'est glissé quelque erreur dans l'Observation du P. Laval, causée selon les apparences par le dérangement de sa Pendule, comme il lui étoit arrivé, à ce qu'il rapporte, deux

jours auparavant, que quelqu'un l'arrêta pendant ſon abſence.

Cette détermination ſe trouve conforme à celle d'une Carte Angloiſe de M. Jean Senex, imprimée en 1710 ſur les Obſervations de la Societé Royale de Londres, & de l'Académie Royale des Sciences de Paris, dans laquelle la Longitude de l'Iſle Dauphine eſt marquée, à l'égard de Londres de $88^d\ 0'$ à l'Occident, auſquels ſi l'on ajoûte $2^d\ 25'$ pour la différence dont Londres eſt plus occidental de Paris, on aura la différence des Méridiens entre Paris & l'Iſle Dauphine, de . . . . $90^d\ 25'\ 0''$
à 6 minutes près de celle que nous venons de déterminer.

M. Baron a déterminé la hauteur du Pole de la Nouvelle Orléans par l'Etoile polaire de 29 57 5
& par la hauteur méridienne de Phomahan de 29 58 29

Prenant un milieu, on aura la hauteur du Pole de la Nouvelle Orléans de 29 57 47

Le P. Laval a déterminé celle de l'Iſle Dauphine, de 30 17 0

Ainſi la nouvelle Orléans eſt plus méridionale que l'Iſle Dauphine, de 19 13

M. Baron a auſſi obſervé dans la même Ville, la déclinaiſon de l'Aiguille aimantée du Nord au Nord-Eſt, de 3 0

Le P. Laval l'avoit obſervée en Mer, près de l'Iſle Dauphine, le 2 Juillet 1720, de 2 0

Depuis le rapport que nous avons fait de ces Obſervations à l'Académie, M. Baron nous a envoyé celle de l'Immerſion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter, faite à la Mobile qui eſt ſur la Riviére qui porte ce nom, à peu près ſous le même Méridien que l'Iſle Dauphine.

Cette Immerſion fut obſervée le 6 Novembre de l'année 1730 à . . . . $17^h\ 17'\ 54''$

On ne put pas l'appercevoir à Paris où elle a dû arriver de jour, & le mauvais temps qu'il a fait dans cette ſaiſon ne nous a pas permis d'y obſerver les Immerſions de ce Satellite qui l'ont précédé ou ſuivi immédiatement. Ainſi nous employerons les Obſervations des 18 & 25 Décembre, dont

la premiére arriva le matin à $3^h\ 57'\ 37''$, & la seconde à $5^h\ 47'\ 44''$ du matin. Dans la premiére, le calcul anticipoit l'Observation de $4'\ 36''$, & dans la seconde de $4'\ 26''$. Cette premiére Observation a aussi été faite à Marseille, par le P. Feüillée qui la détermina à $4^h\ 9'\ 58''$, plûtôt qu'à Paris de $12'\ 21''$, ce qui s'accorde assés bien à la différence des Méridiens que l'on a déterminée entre ces deux Villes.

L'Emersion du 6 Novembre a été calculée pour Paris à $23^h\ 23'\ 36''$, dont retranchant $4'\ 36''$, on aura le temps corrigé à Paris le 6 Novembre 1730 à... $23^h\ 19'\ 0''$
elle a été observée à la Mobile à......... 17 17 58
Donc la différence des Méridiens entre Paris & la Mobile est de $6^h\ 1'\ 6''$ ou.................. 90^d 16 30
éloignée seulement de $2'\ 15''$ de celle qui a été déterminée par les Observations de la Nouvelle Orléans.

M. Baron a observé le 7 Novembre 1730 à la Mobile dans le Fort de Condé la déclinaison de l'Aiguille aimantée de $6^d\ 0'$ vers le Nord-Est.

Enfin il a observé le 12 Mars 1731 à la Nouvelle Orléans l'Emersion du premier Satellite de l'ombre de Jupiter, à......................... $10^h 40'\ 18''$

Cette Emersion n'a pas pû être apperçûë à Paris, mais on a observé celle qui a suivi immédiatement, qui a été déterminée le 14 Mars à.............. $11^h 17'\ 58''$
Retranchant de ce temps une révolution du premier Satellite de Jupiter qui est de................ $1^j\ 18^h 28'\ 36''$
on aura l'Emersion précédente pour le Méridien de Paris le 13 Mars au matin à................. 4 49 22
Elle est arrivée à la Nouvelle Orléans le 12 Mars au soir, à.................................. 10 40 18
La différence est de......................... 6 9 4
à $7''$ près de celle qui résulte de la fin de l'Eclipse qui y a été observée le 9 Août de l'année 1729. On aura donc, suivant cette derniére détermination, la différence de Longitude entre Paris & la Nouvelle Orléans de..... $92^d\ 16'\ 0''$



SUITE DE L'ANATOMIE DE LA POIRE.

SECONDE PARTIE.

DES VAISSEAUX.

Par M. DU HAMEL.

8 Août 1731. JE ne puis avoir avancé dans la premiére partie de ce Mémoire, que les filets que j'ai apperçûs dans la Poire, sont des Vaisseaux, sans m'être nécessairement engagé à rapporter les raisons qui me les ont fait regarder comme tels, plûtôt que comme de simples fibres entrelacées d'une certaine maniére dans la substance de ce fruit.

Il ne faut que jetter les yeux sur les préparations de la Poire que j'ai fait voir à l'Académie, & dont je donne les figures, pour soupçonner que ces filets que nous y découvrons sont des vaisseaux destinés à porter les liqueurs dans toute sa substance.

Nous n'avons en effet point d'exemple dans l'Anatomie des Animaux, qu'une simple fibre se divise & se subdivise en une infinité de branches de plus en plus petite, & aille se ramifier dans toute la substance d'un viscere, je crois même qu'on peut regarder cet ordre de distribution comme un caractére distinctif des vaisseaux d'avec les fibres, caractére d'autant plus fidelle qu'il est fondé sur une disposition nécessaire à l'usage de l'un & de l'autre de ces organes.

Un assemblage de plusieurs fibres sert ordinairement à former les enveloppes, les téguments, ou le corps des muscles & des tendons : or les ramifications me paroissent favorables au soûtient, à la force, & à la résistance que les fibres doivent avoir en toutes ses occasions.

D'un

D'un autre côté, l'uſage des vaiſſeaux eſt de diſtribuer la nourriture aux parties, c'eſt à quoi les diviſions & les ramifications ſont infiniment plus commodes qu'un canal droit & uniforme, qui ne pourroit remplir cette fonction que par un grand nombre de replis.

On pourroit m'objecter que les nerfs ſe diſtribüent par des ramifications dans les viſceres des Animaux; mais auſſi pluſieurs bons Anatomiſtes les regardent-ils comme des vaiſſeaux ; & dans quelque ſyſteme qu'on les conſidere, comme ils doivent ſe diſtribuer à un grand nombre de parties, c'eſt à quoi les ramifications ſont très-propres, comme je viens de le dire.

Les filets que nous appercevons dans la Poire ſont donc, ſoit par leur ſituation, ſoit par leur diſtribution, en quelque façon ſemblables aux vaiſſeaux qui ſe diſtribüent dans les Viſceres des Animaux, ils paroiſſent d'ailleurs deſtinés aux mêmes uſages. En faut-il davantage pour établir une conformité entre les uns & les autres?

Voici cependant encore des obſervations qui confirment bien l'idée que M.rs Grew, Malpighi, Leeuwenhoek, Ruiſch, & preſque tous les Botaniſtes Phyſiciens ont eu des filets de nôtre fruit, car tous ces Auteurs les ont regardés comme des vaiſſeaux.

Il paroît certain que la fibre eſt la même dans la queüe de la Poire qu'elle eſt dans la branche de l'Arbre, d'ailleurs on peut la ſuivre de la queüe du fruit dans ſon intérieur, ainſi cette fibre eſt la même dans le fruit qu'elle étoit dans la branche. Or nous voyons (ſur-tout dans les Plantes qui ont la ſéve colorée) que les gouttes de liqueur qui s'échappent, lorſqu'on coupe leurs tiges ou leurs branches, paroiſſent ſortir en abondance de certains endroits qui ſemblent être comme des orifices des vaiſſeaux ; je ſuis même parvenu à faire paſſer une injection fluide dans les vaiſſeaux de quelques eſpeces de Roſeaux; ainſi les fibres qui vont ſe ramifier dans la Poire étant de même nature que celle des branches, ſi l'on

regarde celles-ci comme vaiſſeaux, il s'enſuit que les autres en ſont auſſi.

Si l'on veut faire une différence des Plantes ligneuſes d'avec les herbacées, & nier que ces premiéres ſoient comme celles-ci, composées d'un aſſemblage de vaiſſeaux, je ferai uſage de l'autorité & des obſervations de M. Grew, & je renvoyerai ceux qui douteront de ce fait, à l'examen des coupes de Plantes que cet obſervateur exact a fait graver d'après le Microſcope dans l'Edition Angloiſe *in-folio* de ſon Livre.

L'épanoüiſſement des filets dans nôtre fruit, & leur continuité avec les fibres ligneuſes ſont donc des preuves aſſés fortes que ces filets ſont des vaiſſeaux ; leur ſituation le confirme, car les plus gros aboutiſſent toûjours aux endroits où il paroît que la ſéve doit être portée avec plus d'abondance à cauſe des parties qui y prennent leur origine ; je le ferai remarquer dans la ſuite de ce Mémoire. Qu'on me permette, pour fortifier l'idée que j'ai de l'exiſtence de ces vaiſſeaux dans la Poire, d'ajoûter quelques réfléxions ſur la nature des différentes liqueurs qui entrent dans la compoſition de ce fruit, car elles ſemblent nous indiquer qu'il y a des glandes dans la Poire, puiſque la préparation des liqueurs eſt ordinairement du reſſort des glandes.

Si nous ne doutons point que les vaiſſeaux n'entrent pour beaucoup dans la compoſition de toutes les glandes, & qu'il y en ait même qui ne ſoient que des pelottons de vaiſſeaux, c'eſt une forte raiſon d'analogie, capable, quand nous n'aurions fait aucun uſage de nos yeux ni du ſcapel pour découvrir la ſituation & l'arrangement des filets de nôtre fruit, de nous faire croire qu'il entre beaucoup de vaiſſeaux dans ſa compoſition.

En effet, dans la ſuppoſition que les organes deſtinés à contenir les liqueurs de la Poire ne ſont point des vaiſſeaux ou des véſicules (ce qui reviendroit au même) ſi l'on vouloit qu'une eſpece de cotton fit cet office, & qu'en s'imbibant de ces liqueurs à la maniére des éponges, il formât une

ſubſtance qu'on connoît aſſés ſous le nom de *parenchyme*, combien alors ces liqueurs ſeroient-elles expoſées à ſe confondre; mais un fait qui paroît mettre la choſe hors de doute, c'eſt que les ſucs de la Poire ne s'expriment pas comme les liqueurs contenües dans une ſubſtance cotonneuſe par une ſimple expreſſion, il faut auparavant détruire les vaiſſeaux, ou en les ratiſſant avec un couteau, ou en les rapant comme du ſucre, ou du moins en les pilant fort long-temps. C'eſt ce que j'ai ſouvent expérimenté, quand j'ai voulu avoir des ſucs dépurés de Coin ou de quelques eſpeces de Poires.

Ces ſucs, à la vérité, s'expriment plus aiſément dans quelques eſpeces de Poires que dans d'autres, comme ſont celles qui ont leurs vaiſſeaux plus minces, & c'eſt pour cette raiſon que les Poires molles s'expriment plus aiſément que les meures, & les meures que les vertes, puiſque les vaiſſeaux ſont preſque détruits dans les fruits mols, & beaucoup plus minces dans les meurs que dans les verts.

Je découvre encore de nouvelles preuves de la néceſſité d'admettre des vaiſſeaux dans la Poire, & qui plus eſt, de décider que les filets que nous y appercevons ſont ces vaiſſeaux. Mais comme je ne pourrois les faire ſentir qu'en entrant dans de grands détails, & en allongeant fort cette digreſſion, je me contenterai d'avertir qu'on en trouvera pluſieurs dans la ſuite de ce Mémoire, & d'aſſûrer qu'on ſe convaincra parfaitement de l'un & de l'autre, quand on cherchera à connoître ces vaiſſeaux par la diſſection, & à en prendre une juſte idée par l'examen des rapports qu'ils ont avec les parties qui les accompagnent.

Si l'on eſt perſuadé par ce que je viens de dire, que les filets de nôtre fruit ſont des vaiſſeaux, il reſte encore à ſçavoir de quelle nature ſont ces vaiſſeaux, & cette queſtion eſt ſi intéreſſante, que je ferai mon poſſible pour l'éclaircir; je dis l'éclaircir, car elle m'a paru trop embarraſſante pour la décider.

Mais l'ordre de ce Mémoire m'obligeant de remettre cet examen à un autre lieu, je les comparerai pour le préſent

aux vaiſſeaux ſanguins des Animaux, tant parce que ces vaiſſeaux ſont les plus familiers & les mieux connus, qu'à cauſe d'un certain port extérieur des vaiſſeaux de nôtre fruit qui eſt aſſés ſemblable à celui, par exemple, des vaiſſeaux ſanguins qui s'épanoüiſſent dans la ſubſtance de la Ratte; au reſte ce n'eſt ici qu'une ſuppoſition qu'on ne ſçauroit me conteſter, parce que de quelque nature qu'ils ſoient, ils doivent toûjours produire le même effet.

Fig. 1, 2, & 3. Quelque prodigieuſe que paroiſſe la multitude de vaiſſeaux que répréſentent les Figures de la premiére & deuxiéme Planche, il s'en faut cependant beaucoup qu'elle égale le nombre de ceux que j'avois conſervé dans les préparations dont j'ai fait la démonſtration à l'Académie au mois d'Août dernier. Si d'ailleurs l'on fait attention que les vaiſſeaux de la Poire ſont très-déliés, extrêmement fragiles, & même ſouvent anaſtomoſés, & fort entrelaſſés les uns dans les autres, on ſe perſuadera aiſément que je n'ai pû parvenir à ſéparer & diſſéquer les vaiſſeaux que j'ai conſervés dans les Poires préparées dont je viens de parler, ſans en détruire un grand nombre d'autres.

J'ai fait cette remarque pour donner une idée du nombre prodigieux de vaiſſeaux qu'on découvre dans la diſſection de ce fruit. Mais leur nombre n'eſt pas la ſeule choſe qui frappe & qui étonne : on déſeſpere preſque d'appercevoir entr'eux aucun ordre ni arrangement, tant ces vaiſſeaux ſont confondus les uns avec les autres.

Cette confuſion n'eſt cependant qu'apparente, & la poſition des gros vaiſſeaux eſt ordinairement conſtante, compaſſée & réguliére *; le grand nombre de leurs branches & de leurs rameaux eſt la ſeule choſe qui occaſionne cette erreur, comme on le verra dans le détail plus particulier où je vais entrer, pour l'ordre & la netteté duquel je commence à les examiner dans la queüe de la Poire comme le lieu de leur origine.

Planche II. Fig. 2. On ne manque point, après avoir levé les enveloppes

* M. Grew eſt l'Auteur qui me paroît avoir le mieux examiné la ſituation des gros vaiſſeaux de la Poire.

dont nous avons parlé dans la premiére Partie de ce Mémoire, de découvrir un assés bon nombre de gros vaisseaux qui s'étendent le long de la queüe sans se confondre & sans se diviser sensiblement en aucunes branches dans les jeunes fruits. Ces vaisseaux sont mols, tendres & fléxibles, mais dans les fruits meurs ils sont presque toûjours fermes & ligneux.

Ce n'est pas ce faisceau de vaisseaux qui occupe le centre de la queüe, c'est une matiére qui est très-fine & tendre dans les jeunes fruits, & qui s'endurcit par la suite de même que les vaisseaux. Planche II. Fig. 1.

Cette matiére, aussi-bien que le faisceau de vaisseaux, se prolonge dans la gaîne pierreuse, & suivant l'axe du fruit jusqu'à la pointe inférieure de la substance pierreuse qui forme une enveloppe aux pépins. Ces vaisseaux dans cette route ne se divisent presque point, ils envoyent seulement quelques foibles branches à droit & à gauche dans la substance charnüe qui les environne. Fig. 1.

On conçoit bien que pour former cette substance qu'on regarde comme la principale partie de la Poire, à cause qu'elle est la plus agréable au goût, il faut nécessairement qu'une partie du faisceau, dont nous venons de parler, se sépare de côté & d'autre pour y porter la nourriture. Fig. 10.

D'un autre côté, pour peu qu'on fasse attention que les pépins sont la partie de ce fruit la plus chere à la Nature, on imaginera aisément qu'une autre portion de ce faisceau doit continuer sa route selon l'axe de la Poire pour charrier aux semences le suc nourricier dont elles ont besoin. Tout cela s'execute, mais d'une maniére bien singuliére, car il y a bien, à la vérité, quelques vaisseaux que j'appelle *vagues*, qui aussitôt qu'ils ont quitté l'axe de la Poire, se divisent en quantité de branches qui se distribüent dans le grand diametre de ce fruit, mais dix des principaux vont, un peu en serpentant & décrivant un arc autour de la substance pierreuse, aboutir à la roche comme à un rendés-vous commun. Planche I. Fig. 1.

Cette méchanique étant une fois conçûë, on ne sera pas long-temps à juger de son usage, puisque nous conjecturons

que la roche, qui eſt le lieu du rendés-vous de ces dix vaiſſeaux, étoit dans la jeune Poire un amas de glandes dont les pétales & les étamines prenoient leur origine. C'eſt ainſi que la Nature, par une méchanique ſimple & toûjours uniforme, du moins en apparence, produit cependant des effets bien différents ; car tant qu'il a été néceſſaire de fournir aux étamines & aux pétales certaines liqueurs convenables, les dix vaiſſeaux que nous examinons ſe trouvoient dans une ſituation propre à charrier la ſéve même avec abondance aux glandes deſtinées à la préparation de ces liqueurs.

Mais ſi-tôt que l'œuvre de la fécondation a reçû ſa derniére perfection, les glandes ſe ſont obſtruées & endurcies peu à peu, & dès ce moment ont ceſſé de fournir de la nourriture aux pétales & aux étamines qui ſe ſont deſſéchées, en même temps les liqueurs charriées par les dix gros vaiſſeaux n'ont plus été admiſes dans nos glandes, & trouvant ainſi leur ancienne route fermée, ont été obligées de refluer ſur elles-mêmes d'une maniére bien avantageuſe pour l'accroiſſement du fruit, puiſque pour ſe former de nouvelles routes, elles ont été contraintes de dilater les vaiſſeaux latéraux que nous appercevons dans la ſubſtance charnuë de la Poire.

C'eſt ainſi que nous croyons que ces vaiſſeaux, après avoir fait dans les jeunes fruits l'office de vaiſſeaux ſpermatiques, en charriant la ſéve aux parties maſculines de la Poire, deviennent dans la ſuite des vaiſſeaux nourriciers qui ſervent à augmenter la partie charnuë de ce fruit.

Il ne faut pas être ſurpris de voir des parties de nôtre fruit ſe ſécher, & périr entiérement après avoir ſervi pendant un temps à des uſages importants & eſſentiels, puiſqu'après la naiſſance des Animaux, le placenta, les vaiſſeaux ombilicaux, & le canal de communication deviennent pareillement inutiles.

Le reflux des liqueurs, & les nouvelles routes qu'elles prennent, n'ont rien de plus oppoſé à l'ordre naturel, puiſque la route que prend le ſang, au moment de la naiſſance, par l'artére & la veine pulmonaire, eſt un changement

presque semblable. Disons plûtôt que ce reflux imite parfaitement celui qui arrive à l'occasion de l'opération de l'Anévrisme, quand le sang est contraint de se former de nouvelles routes en dilatant les vaisseaux latéraux.

J'ai fait voir dans la premiére partie de cet Ouvrage, que l'endurcissement des glandes de nôtre fruit, est à peu-près le même que celui des os des Animaux.

Mais pourquoi cet endurcissement des glandes de la roche commence-t-il précisément quand les pépins sont secondés, & même quand les liqueurs qui doivent servir à former la sémence sont en partie séparées? Pour satisfaire à cette question, je ferai usage des principes que j'ai établis dans un Mémoire où j'ai recherché les causes principales du mouvement de la séve dans les Plantes; car ayant conclu de plusieurs expériences que la raréfaction & la condensation successive des liqueurs contenües dans les vaisseaux, & de l'air renfermé dans les trachées produites par les différentes altérations de l'Atmosphere, étoient les moteurs principaux de la séve dans les Plantes, je concluois dans le même Mémoire, que les feüilles présentant beaucoup de surface à l'air devoient être sensibles à ses moindres impressions, & pouvoient par conséquent être regardées comme des organes particuliérement destinés à faire monter la séve dans les Plantes.

Or de ces principes il s'ensuit que les pétales ou les feüilles de la fleur ne sont pas seulement posées en cet endroit comme des envéloppes pour sauver aux pistiles & aux étamines plusieurs accidents extérieurs, ou comme des organes destinés à la préparation de quelque liqueur, mais encore & principalement comme une force motrice appliquée au lieu où il y avoit le plus d'obstacle à la distribution de la séve à cause de la délicatesse & de la tortuosité des vaisseaux dont cet amas de glandes est probablement composé, car dans ce temps les fruits ne sont qu'un amas de glandes, & celles de la roche sont alors les plus considérables.

Ainsi quand ces jeunes fruits sont plus particuliérement occupés à des sécrétions considérables, & qu'il y a par

conſéquent plus d'obſtacle au mouvement de la ſéve, n'ayant d'ailleurs par eux-mêmes que très-peu de force pour vaincre cet obſtacle, puiſque cette force qui conſiſte dans la condenſation & la raréfaction ſucceſſive de l'air & des liqueurs, eſt proportionnelle au volume de l'un & de l'autre, qui ne peut être alors que très-peu de choſe; dans ce temps donc où les liqueurs coureroient riſque de demeurer en repos, la Nature a appliqué au lieu où il y a le plus de réſiſtance, une force motrice des plus efficaces, mais qui ne dure qu'un temps, & c'eſt, je crois, quand les pétales commencent à ſe fanner que d'un autre côté commence l'obſtruction des glandes qui s'endurciſſent peu-à-peu à cauſe que la ſéve circule plus lentement dans leurs vaiſſeaux.

Mais, me dira-t-on, lorſque les liqueurs contenuës dans le tronc & les branches de l'Arbre viendront à ſe raréfier par la chaleur, elles ſeront contraintes de paſſer dans les fruits comme dans les feüilles & les jeunes branches, & ainſi ces fruits groſſiront ſans le ſecours des pétales.

A cela je réponds qu'il eſt probable que la ſéve trouvera plus d'obſtacle à paſſer dans les jeunes fruits que dans les autres parties de l'Arbre, puiſque nous les regardons alors comme un amas de glandes dans leſquelles les liqueurs ne peuvent paſſer ſans peine, à cauſe de l'étroiteſſe & de la tortuoſité des vaiſſeaux qui les compoſent, & par cette même raiſon que les liqueurs ſe portent toujours où il y a le moins de réſiſtance : on conçoit bien encore que quand même la ſéve paſſeroit dans ces jeunes fruits, elle s'échapperoit par les branches latérales des dix gros vaiſſeaux, dont nous parlerons dans la ſuite, plûtôt que de paſſer dans les glandes de la roche, pour y faire les ſécrétions qui ſont néceſſaires pour la fécondation du fruit.

Si j'ai expliqué l'endurciſſement des glandes par la deſtruction des pétales de la fleur, on peut faire une autre queſtion; ſçavoir, pourquoi les pétales tombent après que les fruits ſont noüés ? Mais comme cette queſtion, qui eſt la même que ſi on demandoit pourquoi les feüilles de la plûpart des Arbres

Arbres tombent en Automne, seroit d'une trop longue discussion, je me contenterai d'indiquer que les jeunes fruits augmentants de volume peuvent aisément briser les vaisseaux qui attachent les pétales aux glandes de la roche, d'autant que ces vaisseaux sont très-délicats.

Quoiqu'il en soit, si je soûtiens qu'il y a des parties de la Poire qui changent en même temps d'organisation & d'usage, ce changement est bien plus simple & moins compliqué que celui qui arrive aux organes des Animaux qui se métamorphosent, mais tout ceci ne peut être regardé que comme des raisons de convenance qui en présupposent de plus fortes & de plus convaincantes, je les tire de quelques observations que j'ai faites sur le progrès de la crüe de nôtre fruit.

Tant que la fleur subsiste, la Nature ne travaille qu'à la formation du pépin, & le calice qui doit devenir le fruit, ne grossit presque qu'à proportion que les pépins augmentent de volume après que la fleur est tombée. Quand les fruits sont noüés, ils sont encore quelque temps sans augmenter sensiblement en volume, & cela dure jusqu'à ce que les pépins soient presque parvenus à la grosseur à laquelle ils doivent rester; pour lors la substance charnüe manque presqu'entiérement, & les dix gros vaisseaux rampent entre les téguments & la substance pierreuse qui sont alors presque collés l'un à l'autre; mais lorsque les pétales sont tombées, que les étamines sont desséchées, que les semences ont pris leur grosseur, que les glandes de la roche se sont endurcies, & qu'ainsi le reflux des liqueurs commence, c'est alors que la substance charnüe se forme bien sensiblement, & que les fruits grossissent presque à vûë d'œil.

L'on peut aussi avoir remarqué comme moi, que ce n'est pas dans les plus belles Poires qu'on trouve les pépins mieux conditionnés, au contraire il y a de très-belles Poires dont tous les pépins sont avortés, & ordinairement dans ces sortes de fruits on n'en trouve que trois à quatre de bons, pendant qu'il y en a quelquefois dix bien nourris dans de méchantes

petites Poires ; & cette différence pourroit bien venir de quelque dérangement dans les vaiſſeaux qui diſtribuent aux pépins, & qui auroit déterminé toute la ſéve à paſſer dans ceux qui tranſmettent la nourriture à la ſubſtance charnüe de la Poire, & ce commerce de ſéve peut ſe faire par le moyen des anaſtomoſes qui forment des communications entre ces deux ſortes de vaiſſeaux.

L'examen particulier que j'ai fait de la cauſe d'un accident qui arrive aux jeunes Poires, m'a fait connoître que ce reflux peut être occaſionné par une cauſe extérieure & contraire à l'ordre de la Nature, ce qui produit pareillement l'augmentation ſubite du volume de la Poire. Voici la cauſe & le détail de cet accident.

Dans le temps que les Poiriers ſont en fleur, il arrive ſouvent qu'une petite Mouche fait ſon nid dans ces fleurs épanoüies, & y dépoſe ſes œufs, qui écloſent quelque temps après ſous la forme d'un très-petit Ver jaune qui a ſix pattes à la tête. Ce Ver entre dans la Poire par le canal des piſtiles, & ronge à droit & à gauche ce qu'il trouve à ſon goût. De cette maniére il dérange l'organiſation des glandes, & précipite le reflux des liqueurs ; auſſi ces Poires groſſiſſent-elles beaucoup plus précipitamment que les autres, de ſorte qu'elles ſont groſſes comme des Noix, quand les autres le ſont à peine comme des Féves. Mais ce reflux eſt trop ſubit, ſans ménagement, & peu conforme à l'œconomie de la Poire ; d'ailleurs le Ver ronge peut-être par la ſuite les gros troncs des vaiſſeaux, ce qui fait que ces Poires, devenües monſtrueuſes, tombent en peu de temps.

Les preuves que j'ai données du reflux des liqueurs, & l'examen que j'ai fait des changements qui en réſultent, en m'écartant de mon ſujet, m'ont empêché de continüer l'examen des vaiſſeaux, & de ſuivre leur route, leur diviſion & leur épanoüiſſement ; choſes cependant trop importantes à l'œconomie de la Poire pour négliger de les approfondir autant qu'il eſt poſſible, ainſi j'y reviens.

Pour ſe former donc une idée nette de la diſtribution des

vaisseaux, il faut se souvenir qu'il y en a un gros faisceau qui s'étend sans se desunir depuis l'extrémité de la queüe jusqu'à la substance pierreuse, & qui se partage à cet endroit en trois parties, dont l'une s'épanoüit sur le champ dans la substance charnüe, & ce sont ces vaisseaux que j'ai appellés *vagues*, l'autre va circulairement se rendre à la roche. J'ai appellé *spermatiques*, les vaisseaux qui la composent. La troisiéme enfin suit sa route, & va porter la nourriture aux pépins & à leurs enveloppes; pour distinguer les vaisseaux qui lui appartiennent d'avec les autres, nous les appellerons *nourriciers*. Mais avant d'examiner ces vaisseaux, en tant qu'ils constitüent la substance de la Poire, il est bon, je crois, de les considérer en eux-mêmes, & d'éclaircir, autant qu'il nous sera possible, leur structure intérieure, ou la nature de la substance dont ils sont composés. Planche II. Fig. 1. & 10.

Pour cela il faut se rappeller ce que nous en avons dit au commencement de ce Mémoire, & quels sont les usages que nous leur avons attribué. Il faut se souvenir que ce sont eux qui transmettent la nourriture à toutes les parties de la Poire, que nous avons crû les pouvoir comparer à ces vaisseaux qui dans les Tithimales & la Chélidoine contiennent un suc coloré qui en découle si sensiblement par gouttes. Enfin puisque l'analogie entre les Plantes peut ici nous être de quelque utilité, il ne faut pas oublier que nous sommes parvenus à injecter les vaisseaux de quelques Plantes arrondinacées, & de plus que ces vaisseaux nous paroissoient destinés dans ces sortes de Plantes aux mêmes usages que le sont dans nôtre fruit ceux que nous examinons.

Tout cela semble prouver que ces vaisseaux sont creux: pourquoi cependant, s'ils le sont, M.rs Grew & Leeuwenhoek n'ont-ils pû découvrir leur cavité! pourquoi n'ai-je pû appercevoir le jour au travers, quand j'en ai fait une coupe transversale fort mince? leur tissure même, quand on les examine au Microscope, semble prouver qu'ils ne le sont pas, car les gros troncs ne paroissent plus un seul canal, mais un assemblage de plusieurs filets joints ensemble par un cotton

très-fin, de ſorte que chacun de ces filets longitudinaux, ou, ſi l'on veut, chaque vaiſſeau de ce faiſceau peut être ſéparé des autres, & examiné en particulier.

Ces difficultés ſi embarraſſantes pour moi, l'ont même été pour M.rs Grew & Leeuwenhoek, de ſorte que pour y ſatisfaire, M. Grew (qui après avoir avancé dans un endroit, qu'ils ſont creux, ſemble en douter dans d'autres) joint à un tiſſu cellulaire qu'il admet dans ces vaiſſeaux, la tiſſure propre de ces vaiſſeaux qu'il regarde comme compoſés d'un nombre prodigieux de filets.

Pour Leeuwenhock, il attribuë cette opacité à la fineſſe & à l'affaiſſement des vaiſſeaux.

Avant que de rapporter ce que je penſe ſur cela, il eſt, je crois, à propos de détailler les recherches que j'ai faites au Microſcope, puiſque ce ſont elles qui m'ont déterminé à adopter le ſentiment que je vais propoſer, & quels en ſont les fondements.

Planche II. Fig. 5.

I.

J'ai examiné au Microſcope, le tronc des dix gros vaiſſeaux, & j'ai apperçû qu'il étoit un aſſemblage de pluſieurs filets aſſés gros, qui s'étendoient ſuivant ſa longueur, & qui paroiſſoient mal unis enſemble; quelquefois même j'ai apperçû quelques-uns de ces filets qui ſe ſéparoient des autres, & s'y rejoignoient après quelques lignes de chemin.

Fig. 7. & 8.

II.

Je ſuis parvenu à ſéparer pluſieurs de ces filets les uns des autres, & à en avoir un tout ſeul que je pouvois examiner en particulier.

III.

J'ai expoſé ce filet ſeul à un fort Microſcope à liqueur, & je ne l'ai plus apperçû compoſé de longues fibres longitudinales, comme dans la premiére obſervation, mais ſeulement de petites fibres courtes qui avoient auſſi leur direction ſuivant la longueur du vaiſſeau.

IV.

J'ai obſervé la même choſe quand j'ai examiné quelques

ramifications fines, au lieu d'un de ces troncs principaux, dont j'ai parlé dans la premiére obſervation.

V.

J'ai déchiré un de ces filets avec deux pointes d'acier très-fines, & l'ayant expoſé au même Microſcope à liqueur, j'ai reconnu, autant que des objets ſi fins le peuvent permetre. 1.° Qu'il s'étoit déchiré ſuivant ſa longueur. 2.° Que la direction de ces filets étoit longitudinale. 3.° Qu'ils n'étoient plus un aſſemblage de filets mal unis enſemble. 4.° J'y ai apperçû quelques fibres entortillées, comme on le voit dans la Figure. Planche II. Fig. 9.

V I.

J'ai examiné une extrémité très-fine de ramification, & je n'ai plus apperçû de direction dans les fibres, même aux endroits des biffurcations. Fig. 8.

De toutes ces obſervations, j'ai crû pouvoir conclurre.

I.

Que ce que j'ai appellé juſqu'à préſent, un tronc de vaiſſeaux eſt un faiſceau ou un aſſemblage de pluſieurs vaiſſeaux.

I I.

Que les premiéres biffurcations ne ſont pas des diviſions de vaiſſeaux, mais des ſéparations d'un faiſceau en pluſieurs faiſceaux plus petits.

I I I.

Que lorſque ces vaiſſeaux ſe ſont ſéparés à un certain point, ils deviennent uniques, & ſe diviſent alors en pluſieurs branches.

I V.

Je juge qu'ils ſont creux, parce que ſans cela l'injection ne paſſeroit pas ſi aiſément au travers, comme nous avons remarqué qu'elle paſſoit dans les vaiſſeaux des Plantes arondinacées; & la ſéve ne tranſudroit pas avec cette facilité que tout le monde connoît dans la Chélidoine & les Tithimales, quand on coupe ces ſortes de Plantes.

V.

J'attribuë leur opacité à un cotton qui les revêt intérieure-

ment, & qui y forme comme le tiſſu cellulaire de M. Grew; cotton que j'ai plus particuliérement obſervé dans quelques-uns des principaux vaiſſeaux des arondinacées. Enfin leur délicateſſe, & leur affaiſſement peuvent bien contribuer à cette opacité, comme l'a remarqué M. Leeuwenhoek.

Au reſte j'eſpére que des expériences que je ſuis en train d'exécuter, me donneront lieu d'éclaircir encore cette queſtion, en attendant je paſſe à quelque choſe de plus clair, à leur ſituation dans le fruit.

Des Vaiſſeaux vagues.

Planche II. Fig. 1. Tout ce que j'ai pû remarquer ſur ces vaiſſeaux, c'eſt qu'après s'être un peu écartés du centre, ils vont s'épanoüir dans la partie la plus renflée de la Poire, leur nombre eſt incertain, quelquefois même je ne les ai point rencontrés, ce qui me fait ſoupçonner qu'ils ne ſe trouvent que dans les Poires qui ſont fort renflées à l'endroit de leurs pépins.

Ils pourroient bien ſervir encore à fournir quelque nourriture au peu de chair qu'ont les jeunes Poires dans le temps que les dix gros vaiſſeaux ſont employés à charrier la ſéve aux pétales & aux étamines.

Des Vaiſſeaux ſpermatiques.

Fig. 1. & 10. Les dix gros vaiſſeaux de ce nom vont, comme je l'ai dit, ſe rendre à la roche, mais dans cette route ils jettent quantité de branches de côté & d'autres, de telle ſorte cependant que celles qui s'enfoncent vers le centre, ou du côté de la ſubſtance pierreuſe ſont en petit nombre, & fort foibles en comparaiſon de celles qui vont à la circonférence. Entre celles-ci, une des plus conſidérables eſt celle qui va ſe diſtribuer du côté de la queüe. Car nous avons remarqué que le faiſceau de vaiſſeaux ne ſe diviſe point, juſqu'à ce qu'il ſoit parvenu à l'enveloppe pierreuſe, ainſi le peu de chair qui eſt du côté de la queüe, ou à la partie pointuë de la Poire, ne recevroit aucune nourriture, ſi par une méchanique particuliére, quelques vaiſſeaux ne venoient ſe diſtribuer à cette

partie. C'eſt auſſi pour cela que la premiére ou ſeconde branche de chacun des dix gros vaiſſeaux ſe recourbe en maniére de croſſe, & va s'épanoüir tout du long de la gaine pierreuſe.

Les branches les plus groſſes, après celles dont je viens de parler, ſont celles qui répondent au grand diametre de la Poire, & les autres vont en diminuant, à meſure qu'elles approchent de la roche.

J'inſiſte ſur la groſſeur & ſur l'arrangement de ces branches, parce qu'elles s'accordent à merveille avec la figure de ce fruit : car ſi les Poires ſont renflées & groſſes vers les pépins, ce n'eſt pas ſeulement à cauſe du volume de ces pépins, de celui de leurs enveloppes, de la ſubſtance qui eſt entre les pépins, & de l'épaiſſeur de la ſubſtance pierreuſe, mais parce que c'eſt en cet endroit que ſe diſtribuënt les vaiſſeaux vagues, & que les branches des ſpermatiques ſont plus groſſes & plus fréquentes. Il n'y a au contraire que dix branches de ces vaiſſeaux qui s'épanoüiſſent le long de la gaine pierreuſe, ce qui fait que la plûpart des Poires ſe terminent en pointe de ce côté-là : je dis la plûpart, car il y en a pluſieurs eſpéces qui ſont preſque rondes. Mais dans ces eſpéces, la gaine pierreuſe eſt fort courte, l'enveloppe pierreuſe n'eſt pas loin de la queüe, & ainſi le lieu de la diviſion en eſt fort près.

Cependant il y a toûjours une branche qui ſe recourbe, mais elle eſt fort courte, elle ſe diviſe à ſa naiſſance même, en quantité de rameaux, ce qui fait que ces ſortes de Poires ſont preſque rondes.

C'eſt ainſi que les dix gros vaiſſeaux ſe diſtribuënt partout le fruit, & cette diſtribution eſt ſi ſenſible à ceux qui veulent ſe donner la peine de l'obſerver, qu'elle donne lieu naturellement à une diviſion de la Poire en ſix parts ou quartiers égaux, car cinq de ces vaiſſeaux répondent aux cinq loges des pépins, & les cinq autres à la ſubſtance qui eſt entre deux.

Ce n'eſt donc pas ſans fondement que je tiens que la chair de la Poire eſt formée par l'épanoüiſſement des vaiſ-

ſeaux vagues, & des ſpermatiques : mais comment cela ſe peut-il faire, & par quelle méchanique cette ſubſtance peut-elle être ainſi formée du ſimple aſſemblage de vaiſſeaux ? pour la developper cette méchanique, autant que la petiteſſe preſqu'infinie des objets le pourra permettre, je commencerai par faire remarquer que la diviſion des vaiſſeaux ſe fait de deux maniéres toutes différentes, & pour ne les point confondre, j'appellerai l'une *ramification*, ſans cependant vouloir la comparer aux ramifications des vaiſſeaux ſanguins, mais plûtôt à la diſtribution des branches d'un arbre, & l'autre en vaiſſeaux capillaires.

Planche II. Fig. 3.

La premiére eſt la plus ſenſible, & imite la diſtribution des branches d'un arbre, c'eſt-à-dire qu'un gros faiſceau de vaiſſeaux ſe ſépare en deux, qui ſe ſubdiviſent encore en deux ou trois plus petites, & ainſi de ſuite juſqu'à ce qu'elles ſoient arrivées ſous les téguments, où les vaiſſeaux ſe diviſent en pluſieurs branches qui s'entrelacent les unes dans les autres, & s'anaſtomoſent très-ſouvent enſemble, ce qui forme ce réſeau que j'ai appellé le *Cuir de la Poire*. Enfin quantité de ces ramifications ſe terminent aux glandes du tiſſu pierreux où il paroît que la matiére de la tranſpiration ſe ſépare.

Mais pour comprendre d'une maniére bien ſenſible, l'ordre que ces ramifications ſuivent dans nôtre fruit, je les compare aux branches d'un Pommier fort touffu, chargé de beaucoup de fruit, qui ſeroit dépoüillé de ſes feüilles, & dont on auroit entrelacé les branches de la circonférence les unes dans les autres, car rien n'imite mieux les vaiſſeaux de la Poire que la diſpoſition des branches du Pommier ; les Pommes peuvent faire comprendre la ſituation des principales glandes qui ſont ordinairement attachées aux gros vaiſſeaux, & enfin l'entrelacement des branches de la circonférence peut donner une idée de celui des branches de nos vaiſſeaux ſous les téguments, c'eſt l'ordre de ces ramifications qui forme la diſpoſition de la chair de nôtre fruit. Il reſte maintenant à remplir tous les petits vuides que ce nombre prodigieux de ramifications & de glandes laiſſent entr'elles, c'eſt

à quoi servent les branches capillaires, que je ne peus mieux comparer qu'à un coton très-fin qui revêt & hérisse en quelque maniére toutes les glandes, tous les troncs des vaisseaux & toutes les ramifications, c'est ce tissu qui compose le parenchime de Malp, c'est ce duvet qu'on découvre avec un foible Microscope comme des rayons autour des glandes, & pour ainsi dire comme une chevelure autour des gros vaisseaux, & ce qui m'autorise à le regarder comme un assemblage d'un nombre prodigieux de vaisseaux d'une finesse extrême, est qu'en exposant une glande ou un gros vaisseau qui en est garni au foyer d'un bon Microscope, ces filets m'ont souvent paru plus gros à leur bout qui tient aux vaisseaux ou à la glande, qu'à leur autre extrémité, & je crois qu'ils s'insérent souvent dans les vaisseaux & dans les glandes, parce qu'ils y sont assés adhérents, & qu'on ne les en peut séparer qu'avec quelque difficulté. Planche II. Fig. 4.

Voilà les notions générales qu'on peut prendre de la structure de nôtre fruit, quand on se contente de l'examiner avec un Microscope ordinaire : mais ayant exposé à un excellent Microscope à trois verres, un petit morceau de Poire coupé fort mince, & étendu sur une surface noire, j'ai remarqué,

I.

Que quelquefois il sortoit d'une glande ou d'un vaisseau un paquet de petites fibres qui s'étendoient en long sans se diviser ni se recourber, & ces petits filets s'étendoient quelquefois d'une glande à l'autre, d'autres fois d'une glande à un vaisseau, ou après avoir fait un peu de chemin, alloient s'insérer à d'autres petits filets. Fig. 5.

II.

D'autres fois on voit quelques-uns de ces filets grossir à une très-petite distance du vaisseau ou de la glande, & former comme une espéce de petite Poire, d'où il part trois ou quatre filets qui vont se joindre ou à un vaisseau, ou à une glande, ou à d'autres filets. Fig. 5.

III.

Quelquefois plusieurs de ces filets vont aboutir comme

Planche II. Fig. 5. au petit ganglion, d'où il en part d'autres qui vont se perdre aux mêmes endroits que les précédents.

IV.

On peut encore remarquer que ces filets sont comme bordés d'une substance blancheâtre très-fine.

V.

J'ai exposé à un bon Microscope à liqueur quelques-uns de ces filets pour voir cette substance blanche, & elle m'a paru n'être encore qu'un coton plus fin que le premier; & si j'avois pû examiner ce coton à un meilleur Microscope, peut-être en aurois-je encore découvert un autre plus fin; au reste, je soupçonne que cette substance blancheâtre est de la même nature que celle d'une substance qu'on trouve en grande quantité auprès des pépins, & dont nous parlerons dans la suite.

Fig. 7. & 8.

L'on conçoit de-là qu'il n'est pas aisé de décider sur l'usage de ces vaisseaux, puisque leur petitesse nous permet à peine d'entrevoir qu'ils en sont, encore est-ce avec l'aide des meilleurs Microscopes, & après de longues macérations. Cependant si nôtre conjecture sur les pierres est bien fondée, la grande quantité de glandes qu'on apperçoit dans ces fruits me fait croire que la plûpart sont sécrétoires & excrétoires; peut-être cependant y en a-t-il qui ont leur route séparée, & qu'on pourroit regarder comme des vaisseaux lymphatiques.

Mais sans trop décider sur des objets qui se dérobent presque à nos recherches, je crois pouvoir avancer que les Poires fondantes & les Poires cassantes * différent principalement les unes des autres par la tissure de leurs vaisseaux, de telle sorte que les cassantes ayant leurs vaisseaux plus forts, leurs liqueurs ne peuvent être exprimées qu'après avoir détruit les vaisseaux par le broyement & la trituration. Les Poires fondantes au contraire ont leurs vaisseaux si tendres & délicats, que la moindre chose les détruit, & en fait par conséquent échapper les liqueurs : ce qui m'autorise à penser

* Leeuwenhoek m'a paru avoir bien observé la structure de la substance de la Poire.

de cette façon, c'eſt que quand les Poires caſſantes ſont molles, & qu'ainſi leurs vaiſſeaux ſont émincés, on en exprime auſſi aiſément le ſuc que ſi elles étoient fondantes. Il ne faut pas obmettre non plus une autre raiſon, pourquoi les liqueurs des fruits mols s'échappent aiſément, car lorſque les fruits moliſſent, il arrive une fermentation ; de toutes les fermentations il réſulte une dépuration des liqueurs qui fait qu'elles ſont plus fluides, plus coulantes, & par conſéquent plus faciles à s'exprimer.

Cependant il faut ajoûter qu'ordinairement les pierres des Poires caſſantes ſont plus dures que celles des fondantes ; & ſi les vaiſſeaux de ces derniéres ſont plus minces, de-là il s'enſuit naturellement qu'ils ſont plus remplis de ſucs. Enfin il arrive plus ſouvent aux Poires caſſantes que quelques-uns de leurs vaiſſeaux deviennent ligneux, qu'aux Poires fondantes ; ce qui fait voir qu'ils ſont plus épais, plus ſerrés & plus étroits, puiſqu'ils s'obſtrüent plus aiſément.

Mais il eſt bon de remarquer en paſſant, que cet endurciſſement qui arrive aſſés ſouvent aux vaiſſeaux de tout le faiſceau, & quelquefois aux principaux troncs des vagues & des ſpermatiques, juſtifie ce que j'ai avancé dans ma premiére Partie ſur l'endurciſſement des glandes.

L'examen aſſés exact que je viens de faire de tout ce qui concerne les vaiſſeaux, pourroit faire croire que j'aurois découvert quelque choſe dans leur arrangement qui fut favorable à la circulation de la ſéve ; mais bien-loin d'avoir rien apperçû qui pût éclaircir la queſtion, mes recherches n'ont ſervi qu'à m'en rendre l'objet encore plus incertain ; car il n'y a pas d'apparence qu'il y en ait de la Poire à l'Arbre, mais je crois bien qu'il peut y avoir une eſpéce de circulation dans la Poire même ; car, comme je l'ai déja dit, il y a preſque toûjours pluſieurs vaiſſeaux, l'un à côté de l'autre, qui ſuivent la même route, & cet ordre m'a paru aſſés ſemblable à celui que la Nature garde dans les Animaux, où les gros troncs de veines, d'artéres & de nerfs ſuivent preſque toûjours le même chemin, étant renfermés dans une

gaîne commune. Si cette conformité n'eſt pas une preuve que la circulation exiſte dans les fruits, du moins doit-elle faire ſubſiſter le doute, & ce ſeroit beaucoup ſi ce doute engageoit à faire de nouveaux efforts pour éclaircir cette queſtion ?

Les Anatomiſtes comprennent bien que je n'ai pû appercevoir les parties que je viens de décrire, ſans avoir employé pluſieurs préparations qu'on peut regarder comme des eſpéces de ruſes imaginées ſuivant le beſoin, & qui ſont toûjours très-utiles pour découvrir ces parties fines & embaraſſées les unes dans les autres, qui ſans leur ſecours ſeroient imperceptibles, & demeureroient inconnües.

Comme je me ſuis propoſé, au commencement de ce Mémoire, de joindre à la deſcription de chaque partie la maniére de la découvrir, je vais ſatisfaire à cet engagement par un détail exact, quoiqu'abrégé, de celles qui m'ont paru les plus utiles.

I.

Planche I. Fig. 2. Pour découvrir l'extrémité des vaiſſeaux qui vont aboutir aux glandes du tiſſu pierreux, il faut lever tout doucement un morceau des téguments d'une Poire molle, & l'on apperçoit ces extrémités de vaiſſeaux d'une groſſeur même aſſés conſidérable qui tiennent aux glandes qu'on enléve avec les téguments.

II.

Fig. 2. Pour appercevoir l'entrelacement des ramifications dans la Peau, proprement dite, il faut ôter les enveloppes d'une Poire qui ait macéré long-temps, & la mettre flotter dans l'eau, de telle ſorte qu'elle en ſoit recouverte de deux à trois lignes, & darder de l'eau deſſus avec une ſeringue à injection, de cette maniére on appercevra dans l'étendüe ſeulement de l'eſpace que couvriroit un liard, un entrelacement prodigieux de vaiſſeaux & une infinité d'anaſtomoſes.

III.

Fig. 1. Comme toutes les ramifications ſont garnies de vaiſſeaux capillaires dans les endroits où il y a plus de ramifications,

les vaisseaux capillaires sont aussi en plus grand nombre, & par conséquent plus serrés les uns dans les autres; c'est aussi ce que j'ai remarqué dans la peau. Pour le découvrir, il faut continuer à seringuer avec force, & on verra cette espéce de peau se détacher par flocons & comme une croûte assés épaisse de dessus le reste de la substance de la Poire.

IV.

Il y a deux moyens de découvrir les gros vaisseaux: car en coupant une Poire meure transversallement à l'endroit des pépins, on en apperçoit la coupe, & l'on peut ainsi remarquer la disposition des vaisseaux spermatiques par rapport aux pépins; & en coupant ces Poires suivant leur longueur, il arrive assés souvent qu'on découvre quelques-uns de ces vaisseaux, & qu'on peut en suivre la route. Mais pour les mieux examiner, il faut couper ainsi une Poire qui ait macéré long-temps, & quand on a découvert une fois un de ces vaisseaux, le suivre en disséquant simplement avec la pointe du cure-dent, & des pinces très-fines.

Planche II. Fig. 10. Fig. 1.

V.

Si l'on veut avoir un grand épanoüissement des vaisseaux, comme dans la page 6, il faut commencer par emporter avec les téguments cet entrelacement de vaisseaux que j'ai appellé la peau proprement dite, & couper les six gros vaisseaux à leur insertion à la roche, & le canal pierreux, alors la Poire nageant dans l'eau, il faut détacher par-dessus le plus de vaisseaux qu'il est possible, tantôt en seringuant de l'eau, & quelquefois en remüant & agitant les gros flocons avec des tenettes; d'autrefois en les pressant entre les doigts, ou les séparant avec la pointe d'une plume, ou d'un scalpel. Mais lorsqu'on a détaché le plus qu'on a pû de ces vaisseaux, il faut pour achever, détruire le plus qu'on peut, la substance pierreuse, par l'ouverture que laisse la roche & le canal pierreux qu'on a emporté. Quand la substance pierreuse est une fois détruite, l'ouvrage est presque fini, & en passant le doigt indice dans le milieu, & appuyant le pouce sur la substance charnuë, on acheve tout doucement de séparer les vaisseaux.

Planche I. Fig. 3.

Planche II. Fig. 4. Si l'on veut alors détacher un gros vaisseau pour l'examiner en particulier au Microscope, flottant dans l'eau, on le voit hérissé de vaisseaux capillaires.

Fig. 3. Mais si l'on veut avoir les gros vaisseaux bien nets, il faut les laisser tremper pendant quelques jours, & prendre la patience de les suivre, & de les nettoyer avec la pointe d'une plume & des petites tenettes; c'est de cette maniére que j'ai préparé la Poire que j'ai fait voir à l'Académie le mois d'Août dernier, à laquelle j'avois conservé un nombre prodigieux de vaisseaux.

Je viens déja d'indiquer comme il faut s'y prendre pour découvrir les vaisseaux capillaires. Mais il est bon d'avertir que pour les bien appercevoir, il faut que les fruits ayent macéré fort long-temps.

En parlant des téguments, j'ai fait remarquer les maladies qui les attaquent le plus ordinairement; il y en a aussi quelques-unes ausquelles les vaisseaux sont sujets. Quand un ou deux des dix gros vaisseaux d'une jeune Poire sont attaqués de quelques maladies, la partie de la Poire à laquelle ils distribuënt le suc ne prend point de nourriture, mais les téguments restent attachés aux glandes de la substance pierreuse, qui grossissent considérablement, & c'est quelqu'inconvénient à peu près semblable qui rend les pierres d'une figure très-difforme.

J'ai encore remarqué quelquefois que toute la partie d'une Poire à laquelle un de ces dix gros vaisseaux doit distribuer le suc étoit gangrénée pendant que le reste en étoit sain, ce qui venoit sans doute d'un accident qui étoit arrivé seulement à un des dix gros vaisseaux, & dans le temps que la Poire étoit parvenuë à sa grosseur. Enfin j'ai remarqué que le S.t Germain, l'Epine d'Hiver, & quelques autres Poires étoient quelquefois attaquées d'une espéce de gangréne qui commence par la superficie, & qui gagne le cœur. Mais qui a cela de singulier qu'elle est d'une amertume insuportable, je crois qu'elle est la suite de quelque contusion.

Il reste à examiner les vaisseaux que nous avons appellé

Nourriciers. Mais comme leur usage est de porter la nourriture aux pépins & aux organes qui les accompagnent, l'ordre que je me suis prescrit dans cet ouvrage m'oblige d'en remettre l'histoire à la troisiéme partie.

EXPLICATION DES FIGURES.

PLANCHE I.

Fig. 1. Cette Figure représente une Poire qui a macéré long-temps, & qu'on a disséqué de maniére à faire voir comme les branches des vaisseaux spermatiques ou vagues, vont s'entrelacer sous les téguments, & forment une substance plus ferme que le reste de la Poire. Cette substance est ici représentée par les flocons *a.*

Fig. 2. L'on voit dans cette Figure.

a, les vaisseaux qui vont aboutir aux glandes de la peau, ou du tissu pierreux.

b, l'entrelacement & les anastomoses des vaisseaux sous ce tissu pierreux, ce qui forme, comme nous l'avons dit, la peau proprement dite de la Poire.

Fig. 3. Une Poire disséquée à la maniére de M. Ruisch: & dans laquelle l'on voit un grand nombre de vaisseaux, mais tellement confondus qu'il n'est pas possible d'en connoître l'ordre & l'arrangement.

PLANCHE II.

Fig. 1. Représente la coupe d'une Poire amollie par les macérations, & qui est disséquée pour faire voir la route des vaisseaux appellés *vagues,* & des spermatiques; d'un côté l'on n'a dessiné que les gros vaisseaux, & de l'autre les vaisseaux capillaires sont conservés.

a, un vaisseau vague.

b, un vaisseau spermatique nettoyé ou dégagé des vaisseaux capillaires.

c, une branche qui se recourbe pour distribuer à la queüe.

d, les branches qui distribüent dans la chair de la Poire.

e, les branches qui distribüent aux glandes de la substance pierreuse.

ff, la route d'un faisceau de vaisseaux depuis l'extrémité de la queüe jusqu'à la base des pépins qui est le lieu de la division.

g, vaisseau spermatique hérissé de vaisseaux capillaires.

hh, insertion des vaisseaux spermatiques à la roche.

Fig. 2. Représente la queüe d'une Poire avec les vaisseaux qui en sortent.

a, la queüe avec ses téguments.

b, les vaisseaux qui sortent de la queüe, & vont sans se diviser jusqu'à la base des pépins.

Fig. 3. Représente un gros vaisseau spermatique séparé & seul, ou nettoyé des vaisseaux capillaires qui l'accompagnent.

aa, le tronc principal.

b, les branches qui en partent.

c, des flocons qui sont formés par l'entrelacement des vaisseaux sous les téguments, ce que j'ai appellé le *Cuir,* ou la peau proprement dite de la Poire.

Fig. 4. Un vaisseau hérissé de vaisseaux capillaires, & garni de petites glandes.

Fig. 5. Un petit morceau de Poire vû au Microscope, & dans lequel l'on voit,

a, un gros vaisseau.

b, des pierres ou glandes, & les vaisseaux capillaires qui les joignent ensemble.

Fig. 6. Une petite pierre ou glande hérissée de vaisseaux capillaires.

Fig. 7. Un petit vaisseau hérissé de vaisseaux capillaires où l'on peut voir que la texture de ce vaisseau est un assemblage de petits filets courts qui sont interrompus par des espéces d'intersections, & non pas continus comme dans le vaisseau *a* de la Fig. 5.

Fig. 8. La division d'un très-petit vaisseau où l'on ne voit plus que la séparation des deux branches se fasse comme celle

celle de plusieurs fils d'un même écheveau comme cela s'observe dans les premiéres divisions, ce que nous avons représenté dans la Figure 11.

Fig. 9. Un vaisseau déchiré, & vû à un fort Microscope, & dans lequel on voit que la texture du vaisseau est formée par de petits filets qui ont une direction longitudinale, & qu'il y a de ces filets qui se contournent en tire-bourre.

Fig. 10. La coupe d'une Poire de Rousselet que j'ai mis long-temps tremper dans un Sirop de Sucre bien clarifié, & dans laquelle on apperçoit très-clairement.

a, le faisceau de vaisseaux qui occupe l'axe de la Poire.
b, un des vaisseaux spermatiques.
c, un réseau ou plexus de vaisseaux qui s'épanoüit sur les loges des pépins.
d, une loge des pépins.
e, un pépin en situation dans sa loge.
f, une loge ou cavité qui est entre les pépins, & par laquelle passe les pistiles.
g, une houppe qui est au bas de cette loge ou cavité.
h, un petit vaisseau que j'appellerai *ombilical,* par où les amandes prennent nourriture.
i, les pierres qui sont autour des loges des pépins, ou les glandes de la substance pierreuse.

Fig. 11. Le tronc d'un des gros vaisseaux vû au Microscope, après avoir macéré quelque temps, & dans lequel l'on voit que ces vaisseaux sont composés d'un assemblage de filets mal joints ensemble, & qui se séparent les uns des autres dans le lieu des divisions, à peu près comme font les nerfs dans les animaux.

L'on peut consulter encore les Figures que nous avons fait graver à la suite de nôtre Mémoire de 1725, page 299, & il est bon de remarquer qu'on a dessiné toutes ces Figures nageantes dans l'eau.



DU QUART DE CERCLE ASTRONOMIQUE FIXE.

Par M. GODIN.

22 Août 1731.

L'OCCASION que j'ai eu de placer pour mon usage, un Quart de Cercle fixe ou Mural, m'a engagé à traiter cette partie d'Astronomie pratique.

Je l'ai divisée en trois Articles principaux.

1.° De la construction de l'Instrument, & des différentes parties qui le composent.

2.° De sa vérification.

3.° De la maniére de le placer.

ARTICLE I.

§. 1. *De la Construction de l'Instrument en général.*

Je ne repete point ici ce qui se trouve ailleurs sur la construction des Quarts de Cercle; on peut consulter là-dessus plusieurs volumes des anciens & nouveaux Mémoires de l'Académie. Il me suffira de remarquer ce qui est essentiel au Quart de Cercle fixe.

Je suppose donc la contignation faite, qui est ce qu'on appelle la *Carcasse* de l'Instrument : je suppose les regles de chan, ausquelles on doit donner le plus de hauteur qu'il est possible, le Limbe posé & dressé exactement avec le centre, tel est l'Instrument représenté *Fig. 1.*

Planche I. Fig. 1.

A, B, C sont des bouts de barreaux de fer soudés fortement aux pieces de la Carcasse, & percés d'un trou rond d'environ un pouce de diametre : c'est par ces trous que passent trois mutules à double queüe scellées dans un Mur solide, & c'est par ce moyen que l'Instrument est porté & rendu fixe, ce que je détaillerai davantage dans l'Art. III.

On prépare une Lunette un peu plus grande que le rayon

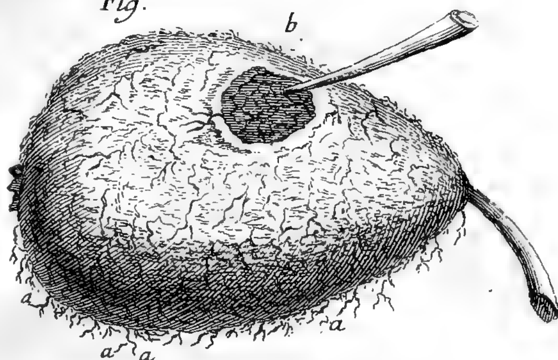
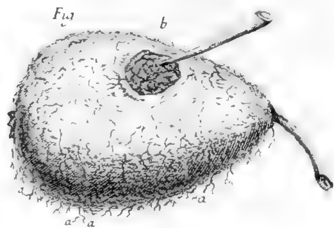

Fig.
b
a
a
a
a


Fig.


Fig.
a
a
a


Fig
b
a
a
a

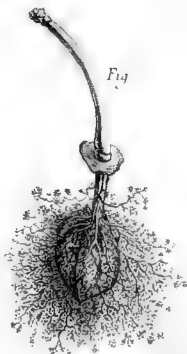

Fig


Fig.
a
a
a

Fig.

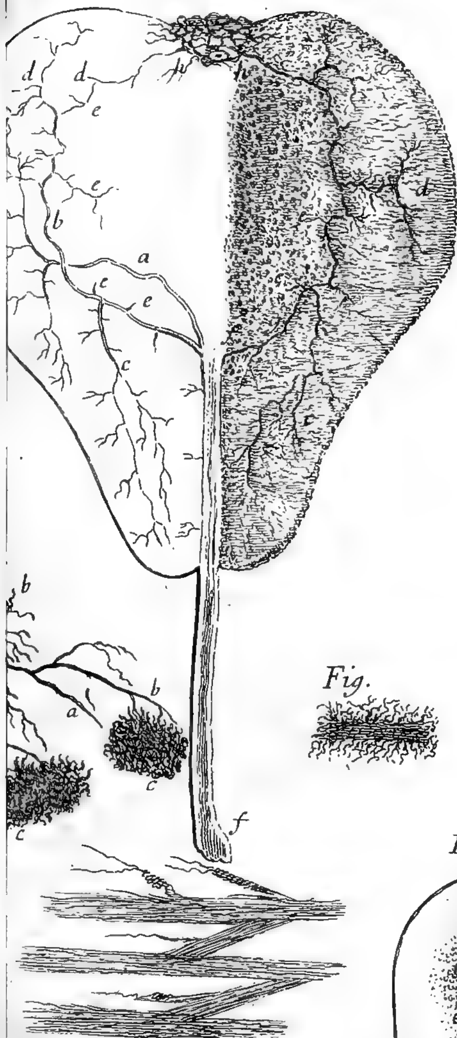
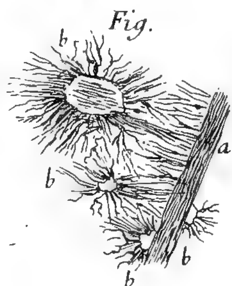


Fig.



Fig

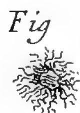


Fig.

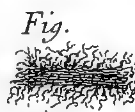


Fig.

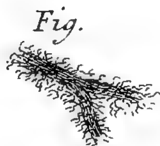
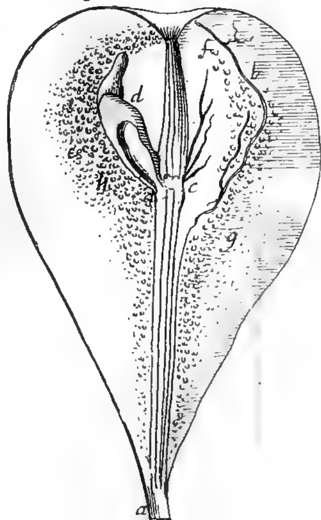
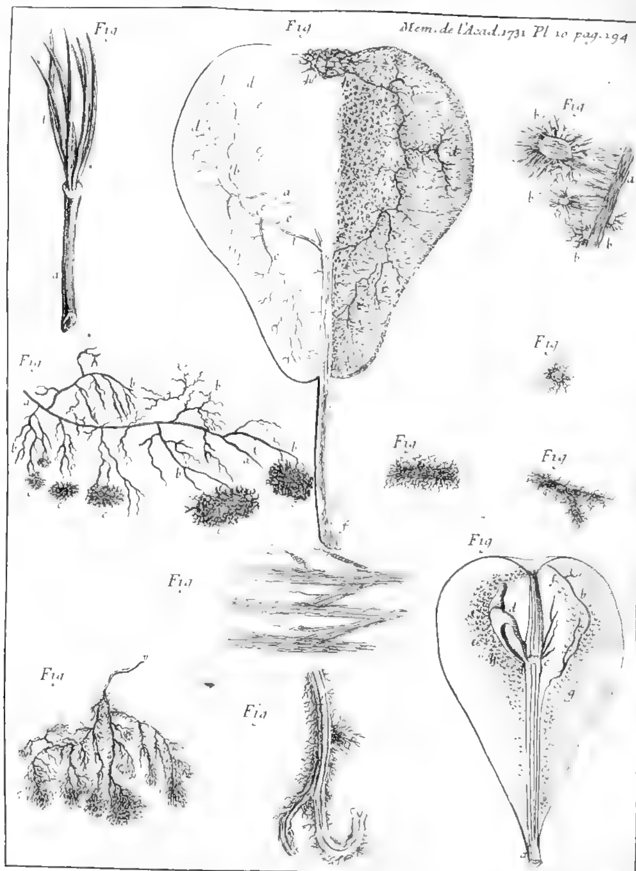


Fig.



Fig




Mem. de l'Acad. 1731 Pl 10 pag. 194

de l'Inſtrument, elle peut avoir un pied & demi de plus, ſi l'Inſtrument a 3 pieds de rayon, on monte cette Lunette ſur deux regles de fer attachées enſemble à angle droit, de maniére qu'elles ſont de chan l'une à l'autre; la Lunette ſe place dans l'angle formé par les deux regles, & elle y eſt aſſujettie dans toute ſa longueur par des collets qui l'embraſſent, & qui ont de chaque côté des empattemens qui s'attachent à vis à l'une des regles. Comme cette Lunette ainſi montée doit tourner autour du centre de l'Inſtrument, on laiſſe à un endroit convenable de l'une des regles, en la forgeant, une plaque circulaire de fer, percée d'un trou, & on y adapte un canon d'acier cylindrique, foré dans toute ſa longueur, d'un trou de même diametre que celui qui eſt à la plaque. Figure 2.

La Lunette ainſi montée & fixée aux deux regles, on la place ſur l'Inſtrument poſé horiſontalement : le canon cylindrique fixé à l'une des regles, entre dans un trou fait au centre de l'Inſtrument, & un autre cylindre ou clou repréſenté *(Fig. 3.)* entre dans le trou du premier cylindre, & traverſe toute l'épaiſſeur du centre de l'Inſtrument. Ce clou eſt fait de cuivre, il eſt borné à l'une de ſes extrémités par une tête fort large : ſon autre extrémité eſt faite en vis, & entre la partie cylindrique & la partie viſſée, il y a une autre partie quarrée. La partie *AB* cylindrique eſt d'une longueur égale à toute l'épaiſſeur du centre, y compris celle de la regle qui porte la Lunette; la partie *BC* quadrangulaire eſt reçûë dans une piece attachée à vis derriére le centre de l'Inſtrument, & cette piece eſt percée pour cet effet d'un trou quarré de même grandeur. La partie *CD* faite en vis, ſaille entiérement, & reçoit un écrou qui ſerre toutes ces pieces les unes avec les autres. C'eſt de cette maniére que la Lunette eſt aſſujettie par un de ſes points au centre de l'Inſtrument, & peut tourner librement autour de ce centre.

Cette conſtruction des centres d'Inſtruments à Alhidade eſt la meilleure & la plus durable de toutes, elle conſiſte, comme on voit, à faire tourner un cylindre autour de deux autres,

dont l'un ſert d'enveloppe, & l'autre de méche ou d'axe: le cylindre qui tourne eſt celui qui eſt fixé à la regle qui porte la Lunette; l'enveloppe eſt celui qui eſt formé par le trou fait au centre même de l'Inſtrument, & l'axe eſt la partie *AB* du clou repréſenté *(Fig. 3.)*; ce clou ou cet axe ne ſçauroit tourner, à cauſe de ſa partie *BC* retenuë dans un trou quarré fait à la piece, ſolidement attachée au corps même de l'Inſtrument. Plus l'épaiſſeur du centre ſera grande, & par conſéquent plus les cylindres ſeront longs, & plus le mouvement de la Lunette ſera uniforme & facile.

La regle qui porte la Lunette ou l'Alhidade, eſt plus large à ſon extrémité qui doit couler ſur le limbe de l'Inſtrument. Elle porte en cet endroit une piece de cuivre faite en bizeau, ou bien un cheveu, qui, l'un & l'autre, doivent marquer les diviſions. On y place auſſi un Micrometre qui me paroît d'une grande utilité dans ces ſortes d'Inſtruments. La piece qui porte le bizeau eſt repréſentée *(Fig. 4.)* en *A*, elle peut s'éloigner ou s'approcher de la Lunette *BC*, & on peut en même temps diriger le bord de ſon bizeau au centre par le moyen de deux vis qui la preſſent contre l'Alhidade, & qui la traverſent en paſſant par des ouvertures longues & plus larges que le fuſt de chaque vis, mais moins larges que la tête; ce qui fait que cette piece peut avoir quelque mouvement autour de ces deux vis. Le cheveu eſt porté par une autre piece *DE*, ſemblable à peu près au bizeau, & il eſt de même arrêté par deux vis ſur deux avances *FG* de l'Alhidade. Toutes ces pieces ne portent pas ſur la largeur entiére du limbe qui en ſeroit rayé en peu de temps; mais ſeulement ſur les deux bords, le reſte étant un peu uſé en deſſous pour laiſſer du vuide entr'elles & le limbe.

§. 2. *Du Micrometre.*

Le Micrometre que je décris ici, différe en pluſieurs choſes du Micrometre ordinaire. C'eſt celui dont M. le Chevalier de Louville a fait mention dans les Mémoires de 1714, page 73. Comme il n'a pas jugé à propos de le décrire, j'ai

crû que je pouvois le faire en cette occasion, d'une maniére qui put au moins le faire reconnoître, & servir à ceux qui voudroient en construire de semblables.

AB (Fig. 1.) est un rectangle de cuivre évidé circulairement vers son extrémité inférieure d'un cercle égal au chan de la Lunette. On place juste dans cette ouverture, un anneau circulaire auquel on a soudé de chan un cercle *CED*, d'un plus grand diametre que l'anneau; ce cercle est attaché en *E* à rivet à l'empattement d'un écrou ou poupée taraudée *I*; & les becs *F, G*, le retiennent par embas sans le gêner. On place des filets inclinés l'un à l'autre de 45 deg. sur le bord de l'anneau qui est de chan, c'est celui qui est derriére le cercle *CED*; au lieu du filet vertical j'ai fait mettre une petite lame, dont un des bords passe par le centre, afin de pouvoir observer le passage des Etoiles, sans être obligé d'éclairer les filets. Planche II.

H, K, sont deux poupées fixes qui servent de supports à une vis plus grosse à son fust taraudé qu'à ses extrémités qui entrent dans les poupées. Par-là cette vis est fixée entre ses supports, sa tête est quarrée & passe en dedans de la poupée *H* qui est forée, on y adapte une clef *O* qui sert à faire tourner la vis.

Si l'on tourne la vis retenuë entre ses supports, on fera mouvoir l'écrou *I* vers *K*, ou vers *H*, & par conséquent le point *E* vers le même côté, ce qui fera mouvoir le cercle qui porte les filets, de maniére qu'on pourra donner à ces filets telle inclinaison qu'on voudra, & faire, par exemple, lorsque l'Instrument sera en place, que le filet vertical soit effectivement dans un vertical, & celui qui lui est à angles droits, soit horisontal.

Au haut de cette plaque, il y a une vis dont l'axe est parallele au plan *AB*, la piece *NP* est soudée sur la plaque même, & la piece *PM* est à angles droits avec la premiére. La tête de la vis passe par un trou de la platine supérieure du Micrometre tout monté, comme on voit en *D (Fig. 4.)* & elle y est retenuë entre deux pieces immobiles par son

collet *R*. Si on la fait tourner, elle élevera ou elle abbaiſſera toute la plaque *AB*, & par ce moyen on mettra la ligne de foi de la Lunette qui paſſe par le centre des filets, dans une ſituation parallele au rayon du cercle auquel on adaptera cette Lunette. On a ajoûté à la partie inférieure un reſſort *ST*, qui preſſant contre le fonds du Micrometre tout monté, aſſujettit la plaque *AB* dans la ſituation qu'on lui donne.

La Fig. 2. repréſente une autre piece de cuivre évidée circulairement, de même que la premiére, & ſoudée à angles droits à la piece *CHD* qui eſt attachée à vis à la platine ſupérieure du Micrometre : le long de cette plaque, on fait couler un aſſemblage de diverſes pieces, dont les bords faits en rainure embraſſent les côtés de la plaque : ce mouvement ſe fait par une longue vis qui eſt reçûë dans un écrou briſé *EF*, qui tient à l'aſſemblage *EFLI*. La partie *EF* eſt retenuë par un bizeau, ou en queuë d'aronde par une piece immobile *N*. La vis traverſe la piece *CH*, & la platine ſupérieure pour recevoir un index, & une tête propre à la faire tourner, elle eſt retenuë en cet endroit, en ſorte qu'elle ne peut s'abbaiſſer ni s'élever, mais elle donne ce mouvement à tout l'aſſemblage *EFLI*, & par conſéquent au filet *1, 2*, qui y eſt attaché. La piece *IGKXL* qui porte ce filet eſt faite en fer-à-cheval, c'eſt le Curſeur du Micrometre, il tient à l'aſſemblage d'un côté par un clou à vis *G*, autour duquel il peut tourner; & ſon autre branche *XL* eſt aſſujettie par une lame à reſſort, attachée à vis en *Y*. Cette lame porte en deſſous ſur un retour de la branche *XL*.

Pour que le filet *1, 2*, ſoit exactement parallele au filet *CD* de la Fig. 1. (ce qui eſt abſolument néceſſaire) on place en *O* & en Z deux poupées fixes qui portent une vis retenuë entre elles : cette vis porte une autre petite poupée taraudée, à laquelle eſt attachée un mentonet *K*, le tout eſt ſemblable aux pieces *H, I, K*, de la Fig. 1. Le Curſeur a une oreille en *K* échancrée, & qui ſaiſit le mentonet de la poupée mobile : faiſant tourner la vis d'un côté ou d'autre, la poupée mobile ira vers *O* ou vers Z, & tirera par conſéquent le ponit *K* du

Curſeur, & parce que ce Curſeur peut ſe mouvoir autour du point *G*, il eſt évident que le filet *1, 2*, prendra par ce mouvement, telle inclinaiſon qu'on voudra.

La Fig. 3. eſt le profil des deux premiéres Figures jointes enſemble, de la même maniére qu'elles le ſont dans le Micrometre tout monté. *FOGS* eſt le profil de la Fig. 1. *BC* eſt la platine ſupérieure diviſée en 100 parties. *AM* eſt la grande vis de la Fig. 2. *Q* eſt la vis qui ſert à incliner le Curſeur ou le filet qu'il porte, les ouvertures *1, 2*, ſervent à attacher à vis une petite lame extérieure au Micrometre, & qui ſuit le mouvement du Curſeur, elle eſt diviſée en 30 parties, dont chacune eſt égale à un tour de la grande vis, & eſt ſubdiviſée par conſéquent en 100 parties ſur la platine ſupérieure. Cette lame eſt repréſentée *(Fig. 4.)* par *QZ*, on attache à la boîte du Micrometre un index *A (Fig. 4.)* qui marque les diviſions de cette lame qui ſe meut ſous cet index.

Pour former le Micrometre, on aſſemble donc les deux premiéres Figures, de la maniére qu'il eſt repréſenté *(Fig. 3.)* on enferme le tout dans une boîte. La plaque de la Fig. 1. eſt reçûë dans deux rainures faites aux deux côtés de cette boîte, & le reſſort *ST* preſſe contre le fond. Les pieces de la Fig. 2. ſont auſſi aſſujetties dans la boîte par les deux tenons *P, Q*, qui ſont reçûs dans deux ouvertures faites au fond de la boîte. Le haut de la grande vis paſſe par le centre de la platine ſupérieure, & cette platine, & les autres pieces qui y tiennent, ſont aſſujetties à la boîte en maniére de couvercle, par pluſieurs vis, & c'eſt ainſi que toutes les pieces ſont retenuës dans la ſituation néceſſaire.

Il y a différentes ouvertures à cette boîte repréſentée *(Fig. 4.)* *D* eſt le bout de la vis *R* de la Fig. 1. *Q* eſt la vis *OZ* de la Fig. 2. *O* eſt la vis *HK* de la Fig. 1. on recouvre ces ouvertures par des pieces *B, C*, qui tournent ſur des cloux à vis attachés au corps de la Lunette. *S, R*, ſont deux bouts de tuyau qui tiennent à la boîte, & qui ſervent l'un pour loger l'oculaire, & l'autre s'inſére dans le tuyau de

la Lunette même. *M, N,* ſont des trous faits pour mettre des vis qui arrêtent le Micrometre tout monté ſur les regles qui portent la Lunette, il y en a de même de l'autre côté.

Pour connoître maintenant la valeur des parties du Micrometre en degrés, minutes & ſecondes de cercle, je meſurai ſur un terrein fort uni une diſtance de 500 toiſes, à une des extrémités, je plaçai deux mires, dont les centres étoient éloignés de 17 pieds 5 pouces & 5 lignes, qui eſt la tangente d'un arc de 20 minutes à cette diſtance; & ayant placé la Lunette à l'autre extrémité, je trouvai pluſieurs fois l'intervalle entre le centre des mires vûës par la Lunette, de 1137 parties du Micrometre. De-là j'ai conclu que 1137 parties du Micrometre répondoient à 20 minutes de cercle. D'où il eſt aiſé de trouver le nombre des parties qui répondent à une minute, à une ſeconde, &c. On doit faire une fois pour toutes, une Table de ces parties, afin d'y avoir recours dans toutes les obſervations que l'on fera dans la ſuite.

§. 3. *De la Diviſion de l'Inſtrument.*

Dans les Quarts de Cercle ordinaires qui ſont montés ſur un pied, & qu'on peut mouvoir verticalement & horiſontalement par le moyen d'un genou, on peut marquer où l'on veut le premier point de la diviſion, & la continuer enſuite ſur tout le limbe : car la diviſion de tout le limbe étant achevée, on peut par diverſes méthodes faire convenir l'axe de la Lunette à cette diviſion; mais dans un Inſtrument deſtiné à être fixe, il eſt important de marquer le premier point de diviſion qui eſt celui de 90 degrés, en conſéquence & dépendamment de la poſition de l'Inſtrument ſur ſes ſupports, & dans le lieu même où l'on doit le fixer. Autrement il arriveroit preſque toûjours que le point de 90 degrés ne ſe trouveroit pas dans une ligne à plomb avec le centre, & dans ce cas toutes les hauteurs obſervées ſeroient plus ou moins grandes que les véritables. Il eſt vrai qu'on peut connoître cette différence qui eſt égale pour tous les degrés, mais cela même eſt ſujet à quelque erreur, & il y en a d'ailleurs

aſſés

assés d'autres dont il faut tenir compte. Voici la méthode qu'on peut employer.

On attache au mur qui doit porter le Quart de Cercle, une petite planche de la longueur au moins du rayon de l'Instrument : elle doit être horisontale, & son bord à très-peu près dans le plan du Méridien. On place ensuite l'Instrument au-dessous de cette planche, on le suspend par des cordes à divers cloux fichés dans le mur, on l'ajuste par le moyen de plusieurs cales à la hauteur qu'on veut, & à la distance du mur qui est necéssaire; on suspend ensuite deux ou trois aplombs faits de filets très-déliés, ou de cheveux, de maniére qu'ils rasent exactement le bord de la planche qui est dans la méridienne, les laissant pendre librement; on ajuste l'Instrument de maniére qu'il rase aussi son limbe, & on le cale, c'est-à-dire, on l'arrête dans cette situation; alors on prend des baguettes de plomb que l'on fait passer par les tenons de l'Instrument; on modelle les mutules, & on leur donne la longueur précise qu'il leur faut, on marque aussi les endroits du mur où l'on doit les sceller; lorsqu'elles sont forgées en fer, & prêtes à sceller, on réïtere la même opération; & de cette maniére on les scelle, l'Instrument étant en place, & soûtenu d'ailleurs dans la même situation qu'il doit avoir dans la suite; lorsque les mutules sont assés solides pour que l'Instrument posant dessus ne puisse pas les faire varier, on l'y laisse appuyer, en ôtant ses autres soûtiens, & dans cet état on met le centre chargé de son plomb, & l'on marque le plus délicatement qu'il est possible, le point du limbe où passe le cheveu qui pend du centre : telle est la méthode que j'ai pratiquée, & qui m'a très-bien réüssi. Si l'on attendoit à sceller ces mutules, lorsque l'Instrument seroit entiérement fini, on trouveroit bien des inconvénients qu'on évite par la méthode ci-dessus, outre que l'on risqueroit de gâter la division.

Ayant ainsi déterminé le commencement de la division, ou le point de 90°; on peut, pour trouver celui de 0° se servir de la méthode ordinaire des Ouvriers, pourvû qu'on

opére avec précision. Pour cet effet, il faut tracer le premier cercle concentrique de la division avec un compas à verge, dont les pointes soient très-déliées; on portera ensuite la grandeur de ce rayon, depuis le point de 90°, jusqu'à un autre point de la circonférence qui sera celui de 30°, parce qu'on remonte de 90° à 0°, & partageant en deux cet arc de 60°, on aura l'arc de 30° que l'on prendra avec un autre compas à verge, on le portera depuis 30° jusqu'à un autre point de la circonférence qui sera le point 0° de la division.

Je dis qu'il faut prendre cet arc de 30° avec un autre compas, parce qu'il est important de conserver dans la même ouverture le premier compas avec lequel on a décrit le cercle, & marqué l'arc de 60 degrés. Cette grandeur doit être employée à l'examen de la division, du moins de la part de l'Ouvrier. Car, par exemple, en portant cet arc de 60 degrés, depuis le point 0° qu'on vient de marquer, il faut que l'autre pointe tombe sur le point 60 de la division, autrement le point 0° n'est pas exact, & ayant conservé les grandeurs des arcs de 60 & de 30 degrés, on est en état de rectifier cette position. Cette détermination exacte de l'angle droit sur ces sortes d'Instruments est une opération des plus nécessaires, & peut-être la plus vicieuse dans la plûpart de ceux qu'on a construits jusqu'à présent. J'ai imaginé une méthode particuliére, pour vérifier l'angle droit de ces sortes d'Instruments sans pied, dont les Ouvriers pourront se servir très-commodément, je la donnerai dans l'article de la vérification.

L'Angle droit, & les points de 30 en 30 degrés étant marqués, on achevera la division du limbe entier, suivant la grandeur du rayon de l'Instrument, de la maniére qu'il est enseigné dans les Tables de M. de la Hire, & que M. Bion a inséré en François dans son Livre de la construction des Instruments de Mathématiques : à l'égard des transversales, & de la position des cercles concentriques, je ne suis pas d'avis qu'on néglige d'en faire le calcul, ainsi que le dit M. de la Hire, fondé sur ce que dans un Quart de Cercle de

3 pieds, & dont la division a un pouce de largeur, la plus grande différence entre les cercles concentriques également distants, & ceux que le calcul donne, ne monte qu'à $\frac{1}{12}$ de ligne. Nos Ouvriers distinguent exactement les vingtiémes de ligne, ainsi que je l'ai vû moi-même, & l'on doit profiter de cette précision. Sur un Quart de Cercle de cette grandeur, l'erreur va à environ 5 secondes, & elle est plus grande dans un Instrument plus petit. Il vaut donc mieux déterminer la distance des cercles concentriques par le calcul en vingtiémes de ligne, & tracer des transversales rectilignes, qui me paroissent préférables aux transversales circulaires : car il n'y a rien de si difficile dans la construction des Instruments, que de décrire des grands arcs de cercle, & en effet très-peu d'Ouvriers y réüssissent.

On laissera au de-là des points de 0 & de 90 degrés des arcs de 3 ou 4 degrés au moins, divisés comme le reste du limbe, on a besoin de ces arcs dans plusieurs opérations.

Au-dessous de la division par les transversales, on tracera un cercle légérement, en sorte qu'il ne paroisse plus après que l'Instrument aura été poli. Sur ce cercle, on marquera des points de 10 en 10 minutes, le plus exactement qu'il sera possible; sur un Instrument d'un rayon plus grand que 3 pieds, on pourroit les marquer de 5 en 5. Ces points doivent être ronds & profonds, c'est en eux que consiste la principale partie de la division de l'Instrument, auquel on adapte un Micrometre.

§. 4. *Quelques autres observations sur cet Instrument.*

Il sera très-commode de marquer le centre de l'Instrument sur la platine qui recouvre l'axe du mouvement de la Lunette, elle doit en ce cas passer au-dessus du centre, & on ajustera à ce centre une petite aiguille, de la maniére qu'on jugera la moins embarrassante, sans que la Lunette en soit gênée, ni l'axe affoibli ; en ce cas il faudra que le dessus de cette même platine soit dans le même plan que le limbe, mais comme on pourroit trouver à cela quelque difficulté,

il suffira je crois de transporter ce centre à quelque distance de sa véritable situation, de maniére qu'y suspendant un cheveu garni de son plomb, il batte librement (l'Instrument étant en place) sur un point déterminé au de-là du 90°, par exemple, sur celui de 1° ou de 2°. Nous verrons dans le 3me article l'usage de cet aplomb. Enfin pour éclairer les filets que l'on met au foyer de la Lunette de cet Instrument, & généralement à toutes les autres Lunettes que l'on employe dans l'Astronomie pour divers usages ausquels ces filets sont propres, je n'ai trouvé rien de mieux que le second moyen proposé par M. de la Hire, page 72 de l'usage de ses Tables, en remédiant aux inconvénients ausquels il assûre que ce moyen est sujet. Je l'avois fait exécuter à une Lunette de 7 pieds, long-temps avant que d'avoir remarqué qu'il étoit dans les Tables de M. de la Hire, & la maniére dont je l'avois fait exécuter, corrigeoit les défauts que M. de la Hire y trouve. Il faut faire au tuyau de la Lunette, un peu au de-là du foyer des Verres, ou du lieu des filets, une ouverture de 5 ou 6 pouces de longueur sur un pouce ou environ de largeur; on bouche cette ouverture par une glace plane ou courbe, & cette glace est recouverte par une piece de même étoffe que le tuyau, qui s'ouvre & se ferme à charniére ou à coulisse. La Figure 5 représente cette ouverture faite au bout d'une Lunette en *AB*, où l'on a mastiqué une glace qui a la même courbure que le tuyau de la Lunette; les filets sont en *C*, & l'oculaire au point *D*. Il est évident que puisqu'il y a une glace en *AB*, les filets ne seront pas plus sujets aux divers états de l'air, que si le tuyau de la Lunette étoit continu, ce qui est un des inconvénients allégués par M. de la Hire; mais si l'on adapte au bout oculaire de la Lunette un cercle de carton *EF*, qui s'y puisse soûtenir de lui-même, l'œil placé en *O* ne sera point incommodé d'une lumiére qui sera en *A*, qui est l'autre inconvénient remarqué par M. de la Hire. Mais sans appercevoir du tout cette lumiére, il verra les fils posés en *C*, très-nettement éclairés par cette lumiére posée vers *A*. Je n'employe à la

M. Picard est le premier, que je sçache, qui ait proposé ce moyen. *Voy. ses Observations MS.*

Lunette de 7 pieds, dont j'ai parlé, qu'une petite bougie enfermée dans une lanterne commune de papier que je déploye, à cause du vent, & cela me réüssit très-bien, quoique le Verre que j'ai mis à l'ouverture latérale de la Lunette soit très-commun & plein de bulles & de points. Quand on n'a plus affaire d'éclairer les filets, on rabat le couvercle *GH*, qui garantit le Verre, & ferme entiérement le côté de la Lunette; on fait en *R* un petit trou au carton, par lequel on mire pour diriger la Lunette à l'objet qu'on veut observer.

Pour arrêter la Lunette dans une situation quelconque, lorsque l'instrument est en place, j'ai fait faire une petite machine représentée *(Fig. 6.) AB* est une piece de fer doublement coudée en *C* & en *DE*, en sorte qu'il y ait deux especes de retraites dans lesquelles le limbe de l'Instrument puisse s'engager assés juste. Le bout *F* est taraudé, & reçoit une vis *F* de même pas que l'écrou, par le moyen de laquelle on serre la piece *AB* contre le limbe, en sorte qu'elle soit invariable dans une situation quelconque qu'on lui donne. Il y a en *G* une poupée taraudée aussi, qui reçoit une vis *HK* assés longue, laquelle étant retenuë dans son écrou en *G*, appuye contre le côté *PL* de la regle de chan de la Lunette qu'elle soûtient dans une même situation. Si l'on veut élever ou abbaisser la Lunette, on tourne la vis *HK* d'un sens ou d'un autre, & si la vis est à l'un ou l'autre de ses bouts dans l'écrou, on change de situation la piece *AB* toute entiére, & on l'arrête de nouveau dans cette situation au moyen de la vis *F*.

La Figure 7 représente le profil de cette machine.

ARTICLE II.

De la Vérification de l'Instrument.

Je fais consister la vérification de l'Instrument en 3 points.

1.° Que les verres de la Lunette, & la Lunette elle-même soient bien centrés.

2.° Que les points 0° & 90° faſſent exactement un angle droit au centre, & que l'axe de la Lunette, ou plûtôt la ligne de foi ſoit parallele au rayon qui paſſe par le point de la diviſion indiqué par le bizeau, ou le cheveu.

3.° Que la diviſion entiére ſoit juſte, ou qu'on connoiſſe exactement ſes défauts.

§. I. *Centrer les Verres, & la Lunette.*

Centrer un Verre objectif, c'eſt faire qu'il ait dans tous les points de ſa circonférence, une égale épaiſſeur, ou pour parler plus exactement, que les centres des convéxités ſe trouvent dans la ligne droite prolongée qui détermine la plus grande épaiſſeur du Verre, ou qui joint les centres des deux ſurfaces, ou bien enfin que l'axe des convéxités ſoit perpendiculaire au plan qui ſépare ces deux mêmes convéxités.

Centrer une Lunette, c'eſt faire que le centre de l'objectif & de l'oculaire, le point d'interſection des filets, & autant qu'il eſt poſſible, l'axe du tuyau de la Lunette ſoient dans une même ligne droite.

Si un objectif n'eſt pas centré de lui-même, c'eſt un défaut qu'on ne peut pas lui ôter, ſans en recommencer le travail, c'eſt un défaut néantmoins que j'ai trouvé dans un grand nombre de Verres que j'ai eu occaſion d'examiner.

M. Caſſini a démontré dans les Mémoires de l'Académie de 1710, la néceſſité de centrer le Verre objectif d'une Lunette, où il a entendu la néceſſité de centrer la Lunette elle-même, dans le ſens, & ſuivant la définition que j'en ai donnée : car il eſt queſtion de faire concourir le foyer de l'objectif avec l'interſection des filets, ce qui pourroit ne pas arriver, quoique l'objectif fut parfaitement centré; & ſi l'objectif n'eſt pas centré, cela eſt impoſſible.

Ce n'eſt pas que les objectifs centrés ou non-centrés ne ſervent preſque également dans les Lunettes adaptées aux Inſtruments, ſoit qu'elles ſoient fixes, ou qu'elles ſe meuvent autour du centre, pourvû que dans leur mouvement, elles reſtent toûjours paralleles à elles-mêmes; car dans ces cas

l'objectif restant toûjours dans la même situation, l'erreur produite par le défaut de centrage ne fait rien, parce qu'elle fait toûjours également. Le soin que l'on a de vérifier ces Instruments par le renversement, fait que le point d'intersection des filets par où passe la ligne de foi de la Lunette immobile fait toûjours l'angle nécessaire avec un rayon déterminé de l'Instrument, & l'on démontre aisément par la Dioptrique, que quoique le foyer de l'objectif ne tombe pas sur l'intersection des filets, la ligne qui passe par ce point est une véritable ligne de foi, immuable dans toutes les positions de l'Instrument; il ne faut donc que placer l'objectif tel qu'il soit, dans une situation quelconque, & n'y plus toucher dans la suite, il en sera de même d'une autre Lunette en Alhidade qu'on ajoûtera à l'Instrument, en la faisant une fois convenir avec la premiére.

Néantmoins c'est un défaut qu'un objectif non centré, & quand même la vision par un tel Verre n'en seroit pas moins parfaite, il est toujours incommode de ne pouvoir pas déplacer un objectif, sans changer l'œconomie d'une Lunette: ne pourroit-on donc pas centrer les Verres en les travaillant? Il semble qu'on le peut, sur-tout depuis que M. de la Hire a donné, en 1699, un Mémoire exprès à ce sujet; mais sa méthode, très-vraye dans la Théorie, ne paroît pas praticable à des Ouvriers, elle dépend d'apparences trop difficiles à distinguer; cela m'a fait penser à une autre qui me paroît fort simple, & tout-à-fait à la portée des Ouvriers.

Je prends un morceau quelconque de glace, je le travaille & le polis entiérement d'un côté, je l'expose ensuite au Soleil, tout monté sur sa molete, & recevant l'image réfléchie sur un plan quelconque *(Fig. 8.)* à la distance du rayon environ, parce que le fond du Verre est supposé plat, je remarque dans cette image un petit espace circulaire, beaucoup plus lumineux que le reste. Si ce point lumineux se trouve au centre de l'image, comme en *C*, c'est une preuve que la plus grande épaisseur du Verre est au centre de la Figure, & en ce cas il faut achever le Verre, en le travaillant de l'autre côté

précisément de la même maniére : mais si ce point ne se trouve pas au centre, mais, par exemple en *F*, il faut que ce point *F* qui marque le point de la plus grande épaisseur devienne aussi le centre de la Figure : pour cela il faut marquer sur ce Verre, le point *F* avec un peu de craye ou d'encre, &c. & de ce point, comme centre, décrivant un cercle qui passe par le point de la circonférence le plus proche, qui est aussi toûjours le point le plus épais de cette circonférence, je retranche toute la partie *ABC* de ce Verre, alors j'ai un nouveau Verre plus petit que le premier, & travaillé d'un côté, de maniére que la plus grande épaisseur se trouve au centre de la Figure, ce qui revient au premier cas.

Dans les Figures 9 & 10, qui représentent un morceau de glace, plan circulaire, dont les deux faces opposées peuvent être paralleles, ou non : il est évident que les points *F, I,* qu'on peut considérer comme réflechissans le point le plus lumineux de l'image, déterminent la plus grande épaisseur du Verre, le centre de l'image étant en *Z* : coupant le Verre, suivant le plan circulaire qui passe par *BD* & *HR*, on aura le Verre *RHFBDI,* dont le centre sera dans la ligne de la plus grande épaisseur *FI,* & retournant le Verre sur sa molete, on convéxera l'autre face *RD,* en commençant par les bords, ensorte que le point *I* reste le dernier point éteint de toute cette surface; ce qu'on ne peut pas faire, sans donner à ce côté du Verre la courbure *PIO* égale, semblable, & ayant un même rayon que le rayon prolongé de la courbure *HFG.* D'où il suit que le Verre sera exactement centré par cette méthode, quelque direction qu'ayent entr'elles les deux surfaces *HB, RD.* Ce qui est un grand avantage de cette méthode sur les autres, qui demandent que le Verre plan qu'on veut travailler, soit coupé circulairement, & d'égale épaisseur par-tout.

Pour marquer le point *F* de la surface du Verre, je me sers d'un petit cercle de carton bien mince, de deux lignes environ de diametre que je place sur la surface du Verre exposée au Soleil; ce cercle fait une pénombre que l'on peut très-

très-aisément faire convenir avec le petit cercle lumineux qui n'en paroît pas affoibli : le centre de ce cercle est percé d'un trou fort fin, par lequel on fait passer un peu de poudre noire, & ôtant le petit cercle de dessus le Verre, on trouve le point *F* tout marqué. On le peut faire encore d'une autre maniére; pour trouver le point *I*, je renverse le Verre, en sorte que la surface *RID* soit du côté de l'œil, & voyant le point *F* au travers du Verre, & par un petit tuyau qui porte deux fils à angles droits pour éviter la parallaxe, je marque le point *I* qui lui répond dans l'autre surface.

Cette méthode de centrer les objectifs ne paroîtra peut-être qu'un Commentaire de la 45me proposition des Fragmens de Dioptrique de M. Picard, où j'ai trouvé l'idée de ma méthode, quelque temps après l'avoir écrite; mais quand on ne la regarderoit que sur ce pied, je serai toûjours satisfait, pourvû qu'elle réüssisse dans la pratique, ce dont je ne doute point, soit à cause de sa simplicité, soit parce que les Ouvriers à qui je l'ai expliquée n'y trouvent auçune difficulté par rapport à leur travail. Jusqu'à présent ils n'ont eu aucune méthode pour centrer leurs Verres, c'est ce qui fait qu'il est extrêmement rare d'en trouver qui le soient.

Recüeil de l'Academ. tome VI, page 622.

Cela m'avoit engagé en examinant cette matiére, de chercher si l'on ne pourroit pas éviter de les centrer exactement.

Je crus d'abord qu'il suffisoit de faire des objectifs, plan-convexes, parce qu'il me parut très-aisé de faire dans ces sortes de Verres, que le centre de la convexité fût précisément dans la ligne de la plus grande épaisseur, pourvû que l'on usât le côté plat du Verre jusqu'à la rencontre du côté convexe, & c'est ce qui fait que les oculaires sont toûjours bien centrés. Car un tel Verre deviendra toûjours un segment de Sphére qui satisfera à la question; mais par-là les Verres deviendroient ou d'une grandeur excessive, ou si minces qu'ils ne pourroient être d'aucun usage. Si l'on calcule l'épaisseur d'un plan-convexe de 10 pieds seulement de rayon pour faire un objectif de 20 pieds de foyer, & que l'on donne à ce Verre 4 pouces

d'étenduë, on trouvera pour l'arc de la convexité 1° 54′ 35″ environ, & pour le ſinus verſe de la moitié de cet arc, qui eſt la plus grande épaiſſeur de ce Verre, on trouvera un peu moins d'une ligne; d'où il paroît que ces ſortes de Verres travaillés de la maniére que je viens de dire, ne peuvent être d'uſage au de-là de 4 ou 5 pieds de rayon, ou de 8 ou 10 pieds de foyer, encore faudroit-il leur donner plus de 4 pouces de grandeur.

Ayant donc un objectif bien centré, il ne reſte plus qu'à le mettre dans le tuyau de la Lunette, de maniére que la Lunette elle-même ſoit centrée.

Pour cet effet, ayant placé dans le tuyau deux filets à angles droits qui ſe croiſent dans l'axe, autant qu'il eſt poſſible, on prépare un autre petit tuyau qui puiſſe entrer exactement dans celui de la Lunette, à l'extrémité de ce tuyau, on ſoude une plaque ronde ou quarrée, évidée de même que le tuyau qui la porte; ſur cette plaque, il y a trois tourniquets dans leſquels on loge l'objectif, & qui ſervent à le retenir. On fait entrer le petit tuyau dans le grand, & ajoûtant un oculaire à la Lunette montée ainſi, on la dirige à quelque objet éloigné que l'on place à l'interſection des filets. Alors conſervant la Lunette dans la même poſition, on fait tourner ſur lui-même le petit tuyau qui porte l'objectif, & ſi l'objet vû par la Lunette ne change pas de ſituation, c'eſt-à-dire, demeure toûjours à l'interſection des filets, dans ce mouvement de l'objectif, c'eſt une preuve que la Lunette ainſi montée eſt exactement centrée; ſi elle ne l'eſt pas, on verra cet objet changer de ſituation, & décrire un cércle plus ou moins grand, dont un des filets ſera une tangente. En ce cas on fera mouvoir l'objectif ſur les tourniquets, parallelement à lui-même vers le côté où eſt le centre du cercle qu'on a obſervé, & de la quantité du demi-diametre de ce cercle : on arrêtera de nouveau l'objectif dans cette ſituation, & on recommencera la même opération, juſqu'à ce qu'on remarque que l'objet mis ſur l'interſection des filets ne change

Figure 11.

point de place, en faiſant faire une révolution entiére au tuyau qui porte l'objectif. C'eſt dans cette ſituation que ce Verre doit être fixé, & l'on pourra ſouder ſur la plaque, des diaphragmes ou des cercles de chan qui ſerviront à loger le Verre, & à le retenir dans la même ſituation.

§. 2. *De l'Angle droit de l'Inſtrument, & du paralleliſme de la ligne de foi de la Lunette avec le rayon.*

Il eſt aiſé dans un Quart de Cercle ordinaire, monté ſur un pied, de vérifier l'angle droit, il ne faut pour cela que deux opérations; par le renverſement on place la ligne de foi de la Lunette perpendiculaire au cheveu qui pend du centre ſur zero, & par la vérification au Zénith, on connoît ſi cette ligne de foi eſt parallele au rayon qui paſſe par 90°, on connoît donc ſi les points 0° & 90° ſont éloignés entre eux du quart de la circonférence.

Il n'en eſt pas de même dans ceux que l'on deſtine à être fixes; comme ils n'ont point de pied, ces opérations ne ſe peuvent faire. Il me ſemble qu'on n'a eu juſqu'à préſent qu'une ſeule méthode de vérifier, & de poſer ces ſortes d'Inſtruments, qui conſiſte à les comparer à un autre Quart de Cercle mobile, dont on ſuppoſe la diviſion bonne ou connuë; mais il eſt clair que cela ne ſatisfait pas. Voici la méthode que j'employe.

Dans le Quart de Cercle fixe, la Lunette tourne autour du centre, comme l'Alhidade dans les autres, & le bizeau ou cheveu qu'elle porte par ſon mouvement le long du limbe, indique l'angle de la ligne de foi de la Lunette, & du rayon qui paſſe par le premier point de diviſion, tel eſt du moins le but de la conſtruction; mais pour cela il faut que la ligne de foi de la Lunette ſoit parallele au rayon mené au point de la circonférence qui eſt coupé par le bizeau, ou par le cheveu. Pour cet effet, je mets le Quart de Cercle ſur une longue table horiſontale, la diviſion tournée en enhaut; je pointe la Lunette à un objet remarquable & éloigné, & je fais

répondre cet objet à l'interſection des filets, je fais auſſi en ſorte que le bizeau, ou le cheveu qui marque les degrés, tombe préciſément ſur o°; l'Inſtrument étant dans cette ſituation immobile, j'ôte la Lunette, & je mets le centre de l'Inſtrument qui eſt le même dont on s'eſt ſervi dans ſa conſtruction; je tends un cheveu le plus long qu'il eſt poſſible que j'appuye ſur deux ſupports placés de part & d'autre de l'Inſtrument, & je fais en ſorte, en plaçant ces ſupports, que le cheveu paſſe exactement par le centre, & par le point o°; j'ôte enſuite le cheveu, & laiſſant les ſupports dans la même ſituation, je renverſe l'Inſtrument, en ſorte que la diviſion regarde en embas, & que le centre & le point o° ſoient préciſément dans la même direction qu'ils avoient auparavant, c'eſt-à-dire, ſoient encore coupés par le cheveu tendu de nouveau; il faut auſſi dans l'une & l'autre opération que le cheveu paſſe très près du limbe & du centre, afin d'éviter la parallaxe, d'où il ſuit que lorſqu'on renverſe l'Inſtrument, qui dans la premiére opération poſoit ſur ſes regles de chan, on doit l'élever avec des cales d'une hauteur convenable, qui portent ſous ſes regles de plat, de maniére qu'il ſoit dans un même plan, devant & après le renverſement.

Par-là il eſt évident qu'on a fait faire à tout l'Inſtrument une demi-révolution ſur le rayon qui paſſe par o°, & une droite quelconque qui n'auroit pas différé de ce rayon, ou qui en étant éloignée d'une certaine quantité lui auroit été parallele dans la premiére poſition, cette droite, dis-je, n'en differera pas, ou lui ſera parallele, & en ſera éloignée de la même quantité dans la ſeconde; & puiſque dans la premiére poſition, la ligne de foi de la Lunette répondant à un certain objet, marquoit o° ſur le limbe, ſi cette ligne eſt parallele au rayon qui paſſe par o°, en remettant la Lunette après le renverſement, & la fixant au même objet, elle doit tomber encore ſur o°, & ſi cela n'arrive pas, la quantité dont elle en ſera éloignée eſt le double de la différence, ou de l'erreur de l'Inſtrument.

Soit *(Fig. 12.)* un Quart de Cercle *ACD* posé horisontalement, *BP* la ligne de foi de la Lunette qui peut tourner autour du centre *C,* & *FDP* l'index de la division qui représente ici le bizeau. La ligne de foi *PB* étant dirigée à un objet *O* fort éloigné, soit l'extrémité *D* de l'index sur le point o° de l'Instrument : Soit aussi *BE* parallele à *CD,* menée par le point *B,* où la ligne de foi rencontre le rayon *AC* prolongé. Si la ligne de foi *BP* étoit parallele au rayon *CD,* cette ligne ne differeroit pas de la ligne *BE.*

Maintenant si l'on fait tourner le Quart de Cercle, ou plûtôt toute la superficie *ACP* sur le rayon *CD,* de maniére qu'elle fasse une demi-révolution, le point *A* tombera en *α,* le point *B* en *β,* & la ligne de foi *BP* sera répréſentée par *βπ,* & le point *D* n'ayant pas changé de place, cette ligne ne sera plus dirigée au même objet *O* qu'auparavant ; mais à un autre objet *ω* fort éloigné du premier. Pour retrouver l'objet *O,* il faut placer cette ligne de foi en *pβ,* dans une situation parallele à *PB;* car on suppose l'objet *O* très-éloigné, & dans ce cas le point *D* de l'index sera transporté en *δ* par tout l'arc *Dδ,* dont la moitié *DR* est l'erreur de l'Instrument.

On corrigera l'erreur en cette sorte, remettant la Lunette comme dans la premiére opération en *BP,* le bord du bizeau tombera en *D.* On desserera les vis qui le retiennent dans cette position *(Fig. 13.),* on le fera avancer du côté du point *R,* & on l'y arrêtera en serrant les vis, de maniére que remettant ensuite ce point *D* sur o°, & la Lunette étant par conséquent en *BE (Fig. 12.),* non-seulement le point o° d'en bas, mais aussi celui d'en haut de la division, & toute la partie du rayon qui passe par o°, & qui est tracée sur le limbe, soit en même temps cachée par le bord du bizeau, ou par le cheveu si c'en est un.

Pour vérifier maintenant l'angle droit de l'Instrument, c'est-à-dire, pour sçavoir si les points o° & 90° sont précisément éloignés l'un de l'autre d'un quart de la circonférence, il n'y a

qu'à faire la même opération pour le point de 90°, que celle qu'on vient de faire pour le point de 0°, après néantmoins qu'on aura mis la ligne de foi de la Lunette dans une ſituation parallele au rayon; ou, ſi l'on veut, voici la méthode que j'ai encore employée. Je place le Quart de Cercle comme ci-devant en *ACD* (*Fig. 12.*) horiſontalement, & la Lunette étant en *BE*, & l'index ſur le point 0°, je remarque l'objet qui répond à l'interſection des filets; alors j'ôte la Lunette; & je tends, comme j'ai déja fait, un cheveu le plus long qu'il eſt poſſible, que je fais paſſer préciſément par le point *A* de 90°, & par le centre *C* de l'Inſtrument. Je laiſſe les ſupports du cheveu en cet état, & je renverſe l'Inſtrument en *DCα* avec les mêmes précautions que j'ai indiquées dans l'opération précédente, la Lunette étant en *Bε* pointée au même objet, il eſt évident que ſi le point *A* eſt éloigné du point *D* d'un quart de la circonférence, par la demi-révolution, il ſera porté au point *α* dans la ligne *AC* prolongée. Je retends donc de nouveau le cheveu ſur ces ſupports; & ſi les points *Cα* ſe trouvent dans ſa direction, l'angle de l'Inſtrument eſt exactement droit. Si le cheveu ne paſſe pas par le point *α*, il paſſera par un autre point du limbe diviſé, qui ſera éloigné du point *α* du double de l'erreur, dont l'angle *ACD* ſera moindre qu'un droit, ſi le point *α* du limbe tombe entre le cheveu & le point *D*, & plus grand s'il tombe au de-là du cheveu, par rapport à ce point *D*.

Telle eſt la méthode dont il me ſemble que les Ouvriers pourront ſe ſervir avec ſuccès, pour placer le point *A* qui ſoit à 90 degrés du commencement de la diviſion. Il ne faut que la pratiquer dans un lieu d'où l'on découvre un objet très-éloigné, & tel que ſa diſtance ſoit comme infinie, par rapport au diametre *Bβ* de la platine du centre: car l'Inſtrument étant achevé, ſi l'angle droit n'eſt pas exact, on ne ſçauroit le corriger, & l'erreur influë diverſement ſur toutes les autres portions du limbe: on ne peut qu'y avoir égard, par des Tables de réduction qui ſont toûjours fort incommodes.

Dans ces opérations j'ai pointé à des objets éloignés de plus de 4000 toises, & je tendois des cheveux de 12 & 15 pieds de long, chargés de poids assés considérables.

Si dans la première Figure, on fait que le centre de l'Instrument soit marqué sur la platine, les opérations que je viens de décrire se feront avec moins d'embarras, parce qu'on ne sera pas obligé d'ôter la Lunette pour placer le centre; un Ouvrier intelligent sera en état de l'exécuter, & de prévenir quelques difficultés que cette construction pourroit produire.

§. 3. *Examiner la Division entière du Limbe de l'Instrument.*

La certitude des Observations dépend presque toute de cet examen, rien néantmoins n'est si négligé. Il est vrai que l'opération est longue & pénible, mais le fût-elle encore beaucoup plus, on ne doit en aucune façon s'en dispenser.

Voici, si je ne me trompe, la méthode la plus facile, & peut-être la seule, de faire cet examen avec précision. Je vais la décrire, telle que je l'ai employée pour le Quart de Cercle dont je me sers, parce qu'elle est la même pour tous les autres.

Outre les transversales qui divisent cet Instrument de minutes en minutes, il y a un cercle séparé, divisé par points de 10 en 10 minutes. Je n'ai examiné que la position de ces points, qui suffisent avec le Micrometre pour diviser tout le limbe en parties très-petites, ainsi qu'il a été dit.

Je plaçai le Quart de Cercle horisontalement sur une grande table solide, le limbe tourné en enhaut, & dans une longue avenuë qui borde la Maison où je demeure, je mesurai une distance de 421 pieds 10 pouces, depuis le centre de l'Instrument. Je placai à l'extrémité de cette distance une mire fixe, & de niveau avec la Lunette de l'Instrument. La tangente de 10 min. étant à cette distance de 14 pouc. 9 lign. je plaçai une autre mire éloignée horisontalement de la première de 14 pouc. 9 lign. Cette seconde mire pouvoit s'approcher ou s'éloigner de la première le long d'une coulisse

dont le bord étoit divisé en lignes depuis l'autre mire. L'opération se faisoit de cette maniére.

Je plaçois le bizeau de la Lunette sur 0° du limbe, & je tournois l'Instrument jusqu'à ce que la section des filets répondit juste à la mire fixe, faisant ensuite tourner la Lunette autour du centre, j'avançois le bizeau à 0° 10', & regardant par la Lunette, je faisois approcher ou éloigner la mire mobile de la fixe jusqu'à ce qu'elle me parût exactement à la section des filets, ce qui se faisoit par des signaux dont on étoit convenu. Quand cela étoit ainsi, on écrivoit la distance observée entre les mires, qui répondoit à l'intervalle entre 0° & 0° 10'. Je laissois après cela la Lunette dans la même situation, c'est-à-dire, à 0° 10', & avançant un peu l'Instrument sur la table, je faisois en sorte que la section des filets répondit de nouveau à la mire fixe; y étant, je poussois la Lunette vers un autre point, en sorte que le bizeau marquât 0° 20', on approchoit encore la mire mobile, ou on l'éloignoit de la fixe, jusqu'à ce qu'elle répondit à la section des filets, & on écrivoit toûjours sa distance à la fixe pour l'intervalle de 0° 10' à 0° 20'. C'est ainsi qu'en repétant cette opération pour chaque point de la division, j'avois la mesure exacte des intervalles entre les points.

Mais comme je faisois cette opération dans un temps assés froid, & qu'il falloit chaque jour transporter l'Instrument dehors, ce qui étoit accompagné de quelques autres difficultés, je pensai à un second moyen qui fût à peu près semblable, & qui n'eût pas les mêmes inconvénients : pour cet effet je plaçai à une fenêtre éloignée de moi de 114 toises, deux autres mires un peu plus grandes, fixes chacune, & à 2 pieds juste de distance l'une de l'autre.

Je voyois commodément ces mires avec la Lunette du Quart de Cercle posé horisontalement sur une grande table au milieu de mon Cabinet : par ce moyen je ne déplaçois pas l'Instrument, & je pouvois profiter de tous les instants propres à cet examen; les mires étoient telles que la Fig. 14, les

les repréſente. L'une avoit au deſſus de l'anneau noir, un rang de bandes alternativement blanches & noires, de 3 lign. de largeur chacune.

Mettant donc comme ci-devant le bizeau de la Lunette ſur 0°, & la ligne de foi ſur la mire ſimple, je laiſſois l'Inſtrument en place, & pouſſant la Lunette ſur 0° 10′, je voyois tout d'un coup à quelle diviſion & partie de diviſion le fil vertical répondoit ſur la mire diviſée, ce que j'écrivois, & ainſi des autres intervalles du limbe; & pour m'aſſûrer davantage de la grandeur de ces différents intervalles, je les meſurois auſſi avec le Micrometre : car le fil mobile convenant parfaitement avec l'immobile, lorſque par le tranſport de la Lunette, ces deux fils qui n'en faiſoient qu'un, répondoient à une certaine diviſion de la mire, je ramenois le fil mobile vers la mire ſimple, juſqu'à ce qu'il paſſât par ſon centre, & je marquois le nombre des parties du Micrometre qui répondoient à cet intervalle : je connoiſſois donc la tangente de tous les arcs de 10 minutes, pris de ſuite ſur l'Inſtrument, en pouces & en lignes, & en parties du Micrometre; & comparant cette tangente avec celle de 10 minutes juſtes, à la diſtance donnée, & les parties du Micrometre obſervées avec celles d'un angle de 10 minutes, j'avois la différence de chaque intervalle du limbe, à un intervalle de 10 minutes juſtes, & par conſéquent l'erreur de chaque point. Il faut, ſi l'on veut atteindre à quelque préciſion, réïtérer au moins une fois le même examen pour chaque point, & recommencer une troiſiéme fois les intervalles que l'on trouve différents par les deux premiéres.

Ayant trouvé l'erreur de chaque point, on en dreſſe une Table qui doit être conſultée dans toutes les Obſervations.

A des diſtances plus grandes, on auroit des intervalles plus grands, mais les filets du Micrometre cacheroient auſſi par leur épaiſſeur un plus grand eſpace, & par cette raiſon l'on n'en doit pas eſpérer plus de préciſion : il me ſemble qu'il ſuffit de prendre une diſtance médiocre, comme de 100 ou 150 toiſes.

Voici une petite Table où toutes ces opérations se trouvent marquées pour le premier degré, depuis 0 jusqu'à 1, ce qui servira d'exemple pour tous les autres.

Divisions du Limbe de l'Instrument.	Base observée en lignes.	Base observée en parties du Micrometre.	Angle veritable par les lignes.	Angle veritable par le Micrometre.	Angle moyen.	Valeur de l'Arc total, depuis 0.° jusqu'à chaque point.
0.° 0.′ 10.″	285.	569.	0.° 9.′ 59.″	0.° 10.′ 0.″ ½	0.° 9.′ 59.″ 45.‴	0.° 9.′ 59.″ 45.‴
10. 20.	282. ½	563. ¾	9. 53. ½	9. 55.	9. 54. 15.	19. 54. 0.
20. 30.	288.	573. ½	10. 5.	10. 5.	10. 5. 0.	29. 59. 0.
30. 40.	287.	571. ½	10. 3.	10. 3. ½	10. 3. 15.	40. 2. 15.
40. 50.	283. ½	566.	9. 56.	9. 57.	9. 56. 30.	49. 58. 45.
50. 60. *ou* 1.° 0.	284. ½	567.	9. 57.	9. 58.	9. 57. 30.	59. 56. 15.

ARTICLE III.

De la position de l'Instrument.

La position de l'Instrument demande trois choses;

1.° Que son limbe & son centre soient exactement dans le plan du Méridien.

2.° Que le point de 90° du Limbe soit dans la perpendiculaire qui passe par le centre.

3.° Qu'il soit invariable dans cette position.

I. Pour placer l'Instrument après toutes les vérifications faites, il faut le mettre d'abord sur ses mutules; leurs extrémités qui passent par les tenons de l'Instrument sont faites en vis, & portent deux écrous, l'un se met derriére l'Instrument, l'autre en devant, de maniére que le Quart de Cercle étant arrêté, & pour ainsi dire, saisi entre ces deux écrous, il ne peut s'approcher ni s'éloigner du Mur auquel il est attaché. Quelle que soit alors sa position, par rapport au plan du Méridien, on le laissera en cet état.

On obſervera avec un Quart de Cercle mobile quelconque, des hauteurs correſpondantes de pluſieurs Etoiles qui ayent des déclinaiſons différentes. On aura, par ce moyen, le temps de leur paſſage par le Méridien. On obſervera auſſi le même jour le paſſage de ces Etoiles par le filet vertical de la Lunette du Quart de Cercle fixe; cette heure comparée à celle qui réſulte des hauteurs correſpondantes, donnera en temps la déclinaiſon du degré du Limbe de l'Inſtrument à la hauteur duquel l'Etoile aura paſſé par le Méridien. Si donc dans une même nuit, on obſerve trois ou quatre Etoiles qui ayent depuis 15 juſqu'à 80 degrés de hauteur méridienne, on aura la diſtance de trois ou quatre points du Limbe au Méridien, en différents degrés; & par le moyen des écrous que l'on deſſerrera, on donnera à l'Inſtrument une nouvelle poſition, conforme à ce que les Obſervations demanderont; on l'arrêtera dans cette ſituation, en remarquant, s'il ſe peut, le chemin qu'on lui aura fait faire, afin de pouvoir ſe regler dans une autre occaſion. On recommencera les mêmes Obſervations pour examiner la nouvelle poſition de l'Inſtrument, & ſi elle n'eſt pas exacte, on la corrigera comme la premiére, & ainſi de ſuite juſqu'à ce que par un grand nombre d'Obſervations réïtérées, le paſſage des Etoiles par la Lunette ſe faſſe à l'heure trouvée par les correſpondantes.

On aura toûjours ſoin dans chaque poſition de l'Inſtrument, réſultante des corrections qu'on fera, de ſerrer les deux écrous de chaque mutule, comme ſi cette poſition étoit abſolument exacte, & ne devoit plus être changée, mais en les ſerrant, il ne faut pas les forcer trop, de peur de voiler l'Inſtrument.

II. Quand on ſera ſûr que l'Inſtrument eſt exactement dans le plan du Méridien; on ſuſpendra du centre, le cheveu chargé de ſon plomb, & on remarquera s'il paſſe par 90°; ſi cela n'arrive pas, on l'y fera paſſer, en limant un peu de l'intérieur de deux tenons, en ſorte qu'il tourne, pour ainſi dire, ſur le troiſiéme; ce qu'il faut faire avec toute la préciſion poſſible, puiſque toute l'œconomie de la diviſion dépend de

la poſition exacte du point de 90° dans le vertical du centre. Je demande auſſi que cette opération ne ſe faſſe qu'après que l'Inſtrument aura été exactement placé dans le plan du Méridien : car ſi celle-ci ſe faiſoit la derniére, on dérangeroit immanquablement le point de 90°, & il faudroit toûjours le vérifier après, ou il pourroit ſe faire qu'on auroit limé les tenons d'un côté oppoſé à celui qu'il auroit fallu limer. Au lieu que ſi l'Inſtrument eſt exactement dans le plan du Méridien, les écrous de derriére le retiendront toûjours dans cette poſition, & on pourra le faire tourner ſur une de ſes mutules, ſans l'en déranger. Ce qu'il faudra cependant vérifier encore après que le point de 90° aura été poſé exactement dans la perpendiculaire du centre.

Il ſuit de-là que l'on aura dans les Obſervations, les vrayes hauteurs méridiennes apparentes, puiſque le point de 90°, étant dans la verticale du centre, on connoît par les vérifications de l'Art. II. les véritables arcs compris entre ce point de 90° & tous les autres points du Limbe.

III. On ne peut pas ſe promettre qu'un Inſtrument ainſi placé, reſte toûjours préciſément dans la même ſituation : car quand il ſeroit lui-même immobile, par rapport à ſes mutules, le Mur auquel on le fixe, travaille preſque toûjours: le ſeul remede eſt de vérifier ces ſortes d'Inſtruments très-ſouvent, une fois, par exemple, chaque mois, & s'il ſe dérange de ſa premiére poſition, on pourra toûjours l'y remettre, ſi l'on veut, ou bien tenir compte de l'erreur.

Si l'Inſtrument placé peut porter ſon centre au milieu de la platine qui tient à la Lunette, ou en quelqu'endroit à côté, on aura la commodité de vérifier toutes les fois qu'on voudra, ſi le point de 90° s'écarte de la verticale du centre; on peut auſſi s'en aſſûrer de cette maniére. L'Inſtrument étant exactement placé, on mettra la ligne de foi de la Lunette horiſontalement, ſans égard à la poſition bonne ou mauvaiſe du point o de la diviſion; & on remarquera un point dans l'horiſon où les filets paroiſſent ſe couper; ſi cela ſe peut, on y fixera un repaire; comme une pierre ſcellée, ſi

l'on rencontre quelque mur, &c. ou un pieu ſolide avec une mire, &c. Ce point ſervira encore à remettre les filets dans le même état, ſi ceux qui y ſont ſe dérangeoient, ou venoient à ſe rompre dans la ſuite.

Mais parce que dans ce cas d'un repaire fixe à l'horiſon, on a à craindre les grandes variations des refractions horiſontales, & que tous les Aſtronomes conviendront, je crois, de la préciſion avec laquelle on peut juger d'un cheveu à plomb qui bat librement ſur un point, j'ajoûterai ici la maniére que j'ai pratiquée au mien, auquel le centre n'eſt pas marqué ſur la platine : & cette maniére me paroît d'autant plus utile qu'il n'eſt pas abſolument fort aiſé de conſerver un centre avec ſon aiguille aux Inſtruments verticaux à Alhidade.

J'ai attaché en un endroit *P (Fig. 1.)* de l'Inſtrument, une double équerre de fer, avec des vis qui l'aſſujettiſſent à une des barres de la carcaſſe, & à la regle de chan de cette barre. Le bord de l'extrémité ſaillante de cette double équerre eſt dans le plan du Limbe, j'y ai ſuſpendu un cheveu garni de ſon plomb, qui paſſe par une petite rainure faite à cette équerre. Ce cheveu ainſi ſuſpendu bat exactement ſur le point de 81° du Limbe de mon Quart de Cercle. Par ce moyen, je connoîtrai toûjours la variation verticale de l'Inſtrument : car ſi l'Inſtrument varie ſur ſes ſupports, cet aplomb repréſenté par *PR (Fig. 15. & 16.)* & celui qu'on imagine paſſer par le centre *C* de l'Inſtrument, varieront auſſi par rapport au point *A* de la diviſion que je ſuppoſe être celui de 90 degrés. Mais la variation de ces deux aplombs ne ſera pas la même, à cauſe que le point *P* n'eſt pas au centre de la diviſion, & comme il n'y a que celle de l'aplomb *PR* qu'on puiſſe obſerver, il en faut déduire celle de l'autre *CA*.

Pour cela, l'Inſtrument étant placé, de maniére que *CA* tombe ſur 90°, & *PR* ſur 81, par exemple, on connoît l'angle $ACR =$ l'arc AR de 9°. Mais dans le triangle *CPR*, on connoît *CR* rayon de l'Inſtrument, & *CP* diſtance du centre *C* au point de ſuſpenſion *P*, qu'on peut meſurer avec toute la préciſion poſſible ; on connoît enfin l'angle

CRP = *ACR*, donc on connoîtra l'angle *PCR*, & par conséquent *PCA*.

Soit maintenant une autre situation de l'Instrument, résultante d'une variation quelconque, en sorte que l'aplomb du point *P* passe par le point *O* du Limbe, dont on connoîtra la distance au point *A* de 90°. Si dans cet état, on imagine l'aplomb du centre *C*, il passeroit par un point *B* quelconque, & la variation de l'Instrument seroit égale à l'arc *AB*. On connoît l'angle *ACO* = l'arc *AO*, ôtant cet angle de l'angle *ACP* connu ci-devant, il restera l'angle *OCP*. C'est pourquoi dans le triangle *OCP*, connoissant *CP*, *CO*, & l'angle compris *PCO*, on connoîtra l'angle *POC*; mais cet angle est égal à l'angle *BCO*, ou à l'arc *BO*, lequel étant comparé à l'arc *OA*, leur différence *AO* — *BO*, quand la distance de l'aplomb *PR* au point *A* est augmentée par la variation, ou *BO* — *AO*, quand cette distance est diminuée, donnera toûjours l'arc *AB* que l'on cherche.

Un tel Instrument doit être à couvert, & placé de maniére qu'on y puisse observer des Etoiles qui passeroient par le Zénith. C'est une incommodité dans ceux de l'Observatoire, où l'on ne peut, à cause des Corniches qui ont une saillie considérable, pointer du dedans des Tours, qu'à plusieurs degrés près du Zénith.

On doit couvrir l'extrémité des mutules, & les écrous, en les enveloppant avec quelque morceaux d'Etoffe, & du papier par dessus, tant pour les garantir de la roüille, que pour empêcher qu'on n'y touche, & qu'on ne puisse par-là déranger l'Instrument qui coute tant de temps & de peines à fixer d'une maniére satisfaisante.

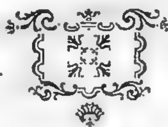




Fig. 2.



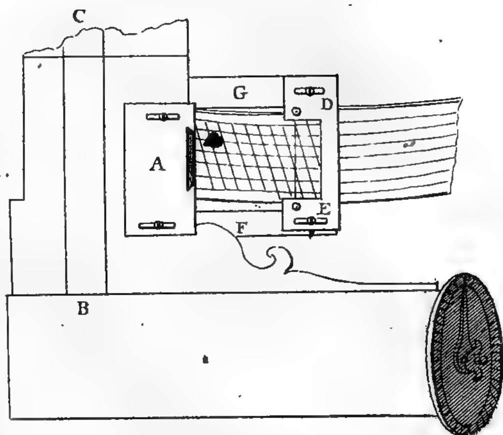


Fig. 4.

Fig. 5.

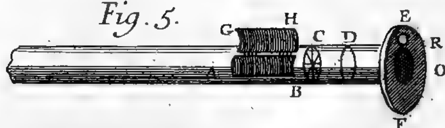
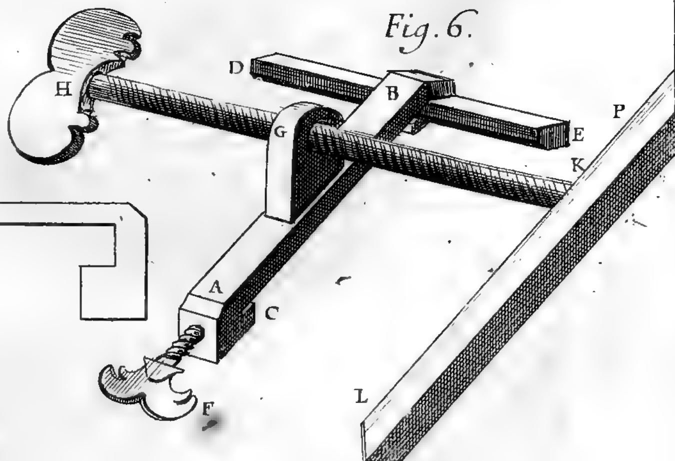


Fig. 6.



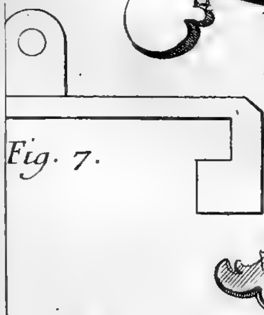


Fig. 7.

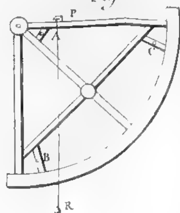
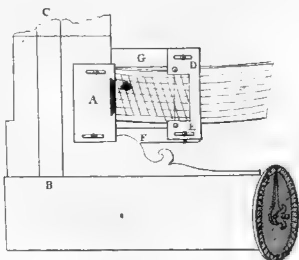
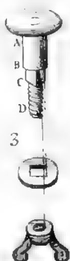
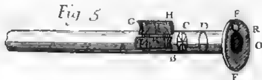
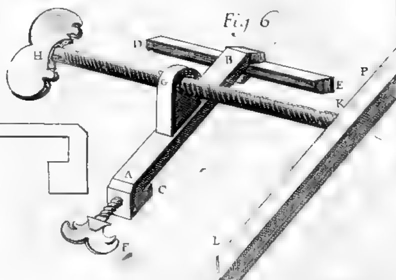

Fig 1
P
A
C
B
R

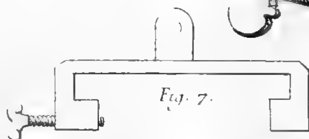

Fig. 2

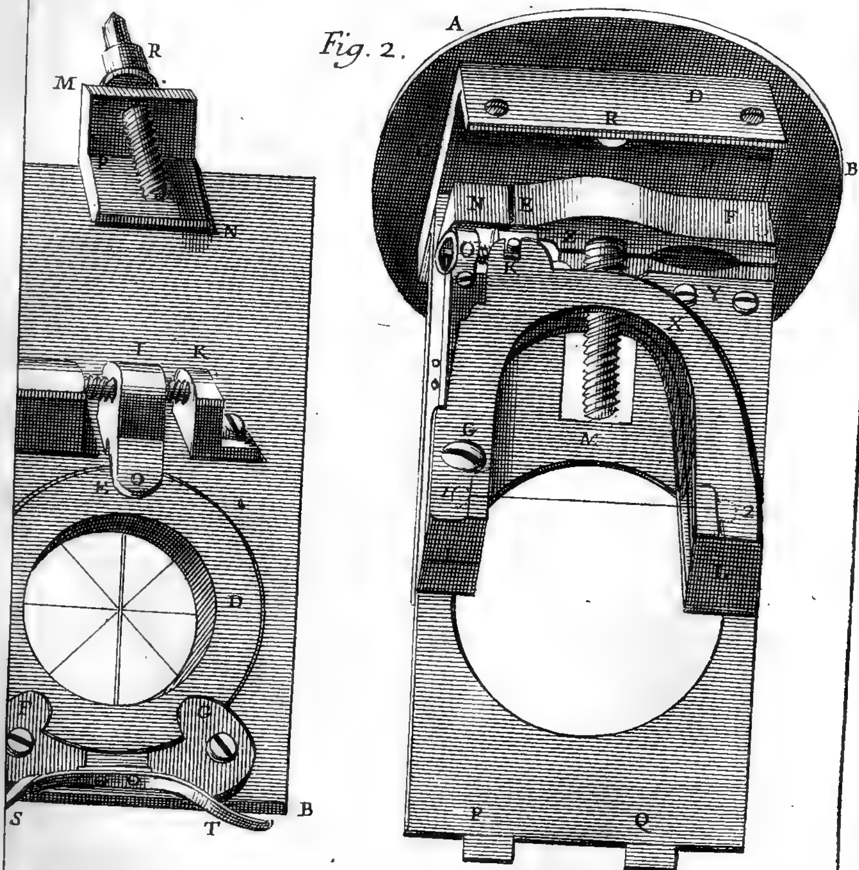

C
G
D
A
E
F
B
Fig 4

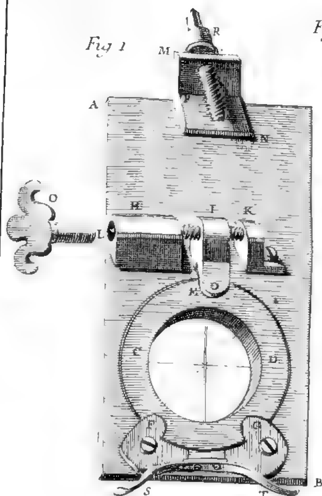

A
B
C
D
Fig 3

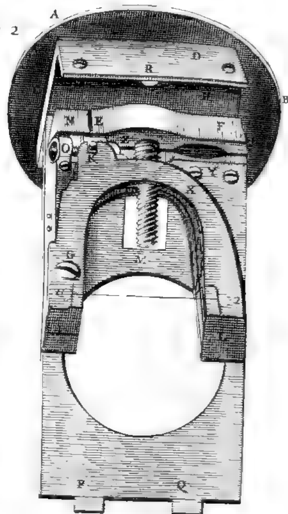

Fig 5
G
H
C
D
F
R
O
B
F

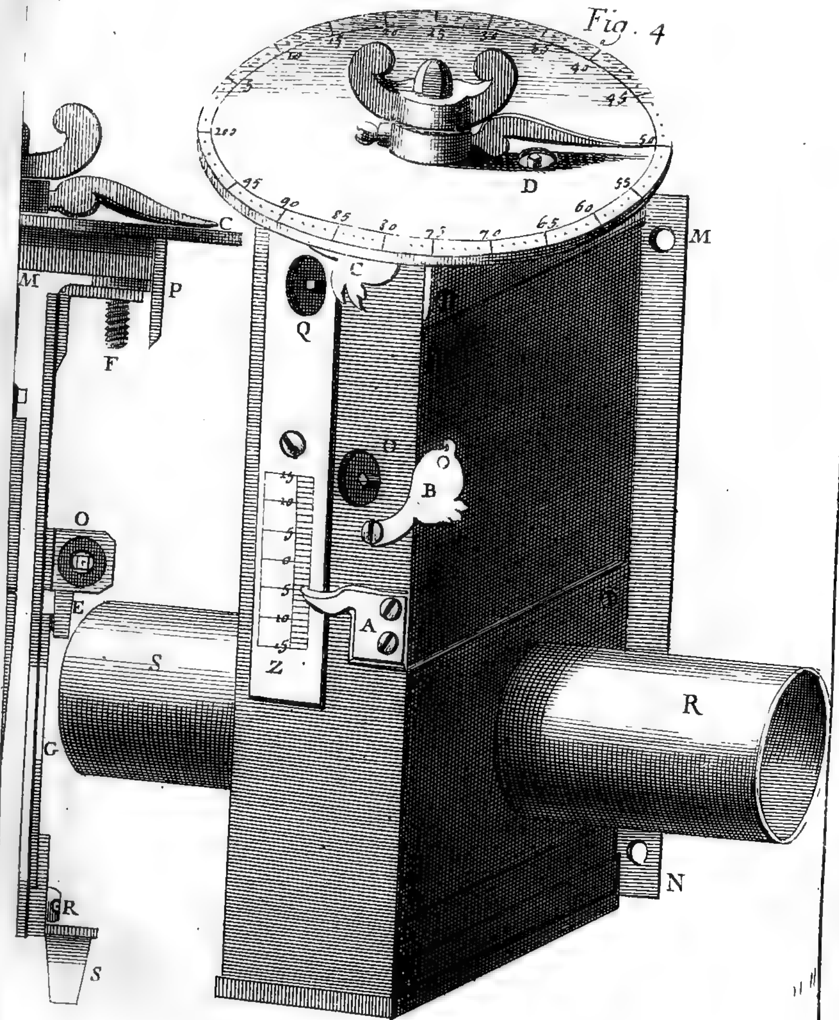

Fig 6
D
H
B
G
P
E
K
A
C
F
L

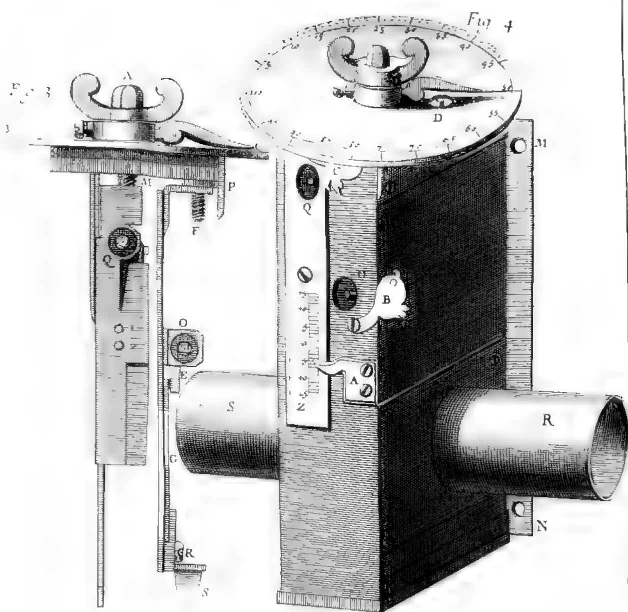

Fig. 7.


Fig. 2.
A
B
D
R
N
E
F
Q
K
Y
X
M
G
H
L
P
Q
M
N
I
K
O
D
S
T
B

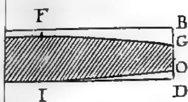

Fig 1
R
M
N
A
O
H
I
K
L
C
D
F
G
B
S
T

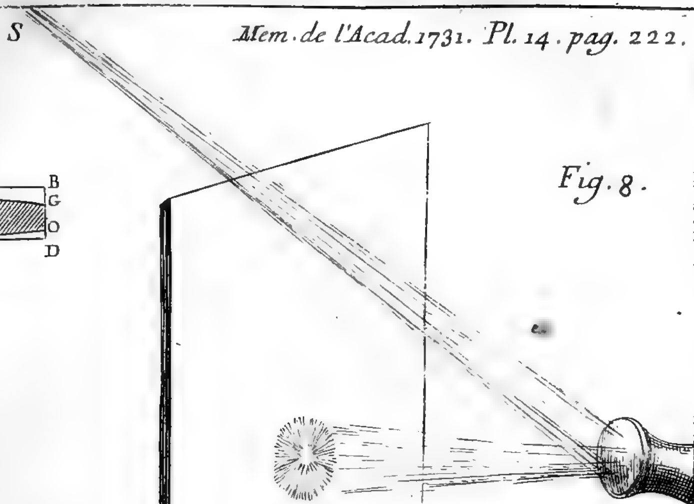

Fig 2
A
D
R
B
M
E
F
O
X
Y
P
Q

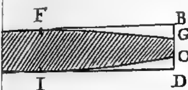

Fig. 4
D
M
C
P
F
Q
O
B
A
Z
S
R
N
E
G
M
C
O
R
S


Fig 4
Fig 3
A
B
C
D
M
N
P
F
Q
O
E
G
R
S
Z

9.









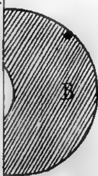
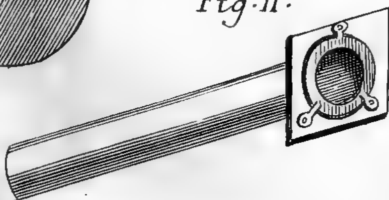


Fig. 11.



Ph. Simonneau Sculp.

Fig 9

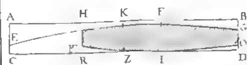
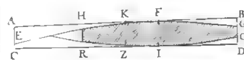


Fig 10



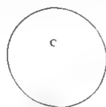


Fig 8

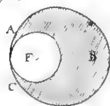
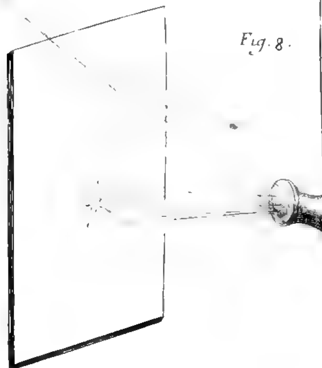


Fig 11.



Fig. 8.



Fr. Jonneaux Sculp.

Fig. 13.

Fig. 14.

Fig. 15.

Fig 16

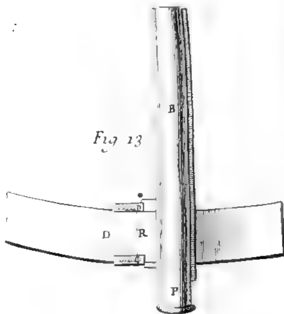


Fig 12

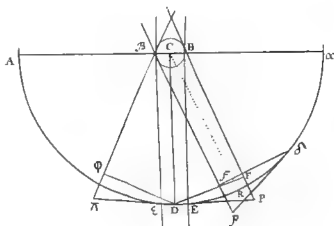
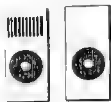
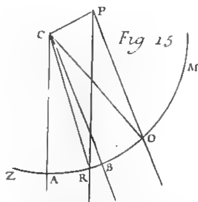
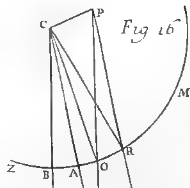


Fig. 14







EXPERIENCES SUR LES SCORPIONS.

Par M. DE MAUPERTUIS.

J'AI vû à Montpellier deux eſpeces de Scorpions, l'une ſe trouve aſſés communément dans les Maiſons, l'autre habite la Campagne. Les premiers ſont beaucoup plus petits que les derniers, leur couleur eſt celle du Café brûlé, je n'ai fait aucune expérience ſur les Scorpions de cette eſpece.

Les Scorpions qui habitent la Campagne peuvent avoir, étant étendus, la longueur de deux pouces, & ſont d'un blanc tirant ſur le jaune. Ils ſe trouvent en ſi grande quantité vers un Village appellé Souvignargues, à 5 lieuës de Montpellier, que les Païſans en font une eſpece de petit commerce. Ils les cherchent ſous les pierres, & les vont vendre aux Apothicaires des Villes voiſines, qui les croyent utiles pour quelques compoſitions contre la picqueure du Scorpion.

C'eſt cette eſpece que j'ai examinée. La premiére de mes expériences fut de faire picquer un Chien, qui reçût trois ou quatre coups de l'aiguillon d'un Scorpion irrité, à la partie du Ventre qui eſt ſans poil.

Une heure après il devint très-enflé & chancellant, il rendit tout ce qu'il avoit dans l'eſtomac & dans les inteſtins, & continua pendant trois heures de vomir de temps en temps une eſpece de bave viſqueuſe; ſon ventre qui étoit fort tendu diminüoit après chaque vomiſſement, cependant il recommençoit bien-tôt de s'enfler, & quand il l'étoit à un certain point, il revomiſſoit encore; ces alternatives d'enflure & de vomiſſement durérent environ 3 heures; enſuite les convulſions le prirent, il mordit la terre, ſe traîna ſur les pattes de devant, enfin mourut 5 heures après avoir été picqué.

Il n'avoit aucune enflure à la partie picquée, comme

ont les Animaux picqués par les Abeilles ou les Guespes; l'enflure étoit générale, & l'on voyoit seulement à l'endroit de chaque picqueure un petit point rouge qui n'étoit que le trou qu'avoit fait l'aiguillon, rempli de sang extravasé. J'ai observé la même chose sur tous les Animaux que j'ai fait picquer par le Scorpion, & n'ai jamais vû que sa picqueure fit élever la peau.

Quelques jours après je fis picquer un autre Chien cinq ou six fois, au même endroit que le premier; 4 heures s'étant écoulées, sans qu'il parût malade, je fis réïtérer les picqueures; mais quoique plusieurs Scorpions irrités le picquassent dix ou douze fois, & enfonçassent leur aiguillon si avant qu'ils y demeuroient attachés, le Chien jetta seulement quelques cris pendant les picqueures, mais il ne se ressentit en aucune maniére du venin; il but & mangea de grand appetit, & comme il étoit fort éloigné de donner aucun signe de mort, je le remis en liberté. Ç'étoit un Chien du voisinage, & il fit si peu de cas du péril qu'il avoit couru, que comme il avoit été mieux nourri chés moi, qu'il n'avoit coûtume de l'être chés son Maître, il y revenoit souvent s'offrir à de nouvelles expériences.

Je crus que mes Scorpions pouvoient avoir épuisé leur venin, j'en fis venir de nouveaux de Souvignargues; je fis picquer sept autres Chiens, & malgré toute la fureur, & tous les coups des Scorpions, aucun Chien ne souffrit le moindre accident.

Enfin je repétai l'expérience sur trois Poulets que je fis picquer sous l'aîle & sur la poitrine, mais aucun ne donna le moindre signe de maladie.

De toutes ces expériences, il est aisé de conclurre que quoique la piqueure du Scorpion soit quelquefois mortelle, elle ne l'est cependant que rarement. Elle aura besoin pour cela du concours de certaines circonstances qu'il seroit difficile de déterminer; la qualité des vaisseaux que rencontre l'aiguillon, les aliments qu'aura mangé le Scorpion, une trop grande diéte qu'il aura soufferte, peuvent contribuer ou s'opposer

s'oppoſer aux effets de la picqueure : peut-être la liqueur empoiſonnée ne coule-t-elle pas toutes les fois que le Scorpion picque, &c.

M. Redi remarque que les Viperes n'ont qu'une certaine quantité de venin, laquelle étant une fois épuiſée par l'emploi que ces Animaux en ont fait, a beſoin d'un certain temps pour être réparée. Qu'ainſi après avoir fait mordre & picquer pluſieurs Animaux par des Viperes, dont la bleſſure eſt extrêmément dangéreuſe, les derniers ne mouroient plus, & les Viperes ne recommençoient d'être venimeuſes que quelques jours après.

Mais je ne ſçaurois attribuer à cette cauſe le peu d'effet du venin de mes Scorpions; les derniers étoient nouvellement pris, & n'avoient fait aucune diſſipation de leurs forces.

Je me ſervis auſſi de mâles & de femelles pour mes expériences; ainſi on ne peut s'en prendre à la différence de ſéxe pour expliquer la variété des effets qui ſuivirent la picqueure.

C'eſt peut-être le peu de malignité de ces Scorpions qui aura mis en crédit certains contre-poiſons dont on ſe ſert en Languedoc. On noye des Scorpions dans l'Huile, qu'on garde après comme un remede aſſûré, étant appliqué ſur la partie picquée.

On croit encore qu'en écraſant le Scorpion ſur la partie, on prévient les mauvais effets de ſa picqueure. Mais je ſuis fort tenté de croire que tous ces antidotes ne doivent leur vertu qu'au peu d'efficace du poiſon.

Quelqu'un peut-être aura été picqué d'un Scorpion, il aura peut-être même ſenti des maux de cœur & des défaillances; il aura eu recours à l'Huile ou au Scorpion écraſé; la confiance aura guéri les maux qu'avoit fait la crainte, & il aura crû ne devoir ſa conſervation qu'au prétendu remede.

Mais puiſque de pluſieurs Animaux picqués, auſquels on n'a fait aucun de ces remedes, il n'en eſt mort qu'un; il y a grande apparence que ceux qui après avoir été picqués ſe

ſont ſervi de ces antidotes, n'ont été guéris que parce qu'ils n'étoient point empoiſonnés.

On m'avoit ſouvent rapporté un fait ſingulier ſur ce prétendu contre-poiſon. On m'aſſûroit qu'une Souris ayant été renfermée dans une bouteille avec un Scorpion, le Scorpion la picqua, & la picqueure fut bien-tôt ſuivie de la mort: mais une autre Souris ayant été remiſe dans la bouteille, & picquée comme la premiére, elle devora ſon ennemi, & fut aſſés heureuſe pour ſe vanger, & ſe guérir en même temps; on regardoit ce fait comme conſtant, & la Souris comme inſpirée de la Nature pour connoître le remede à ſon mal.

Je mis donc dans une bouteille, une Souris avec trois Scorpions. Elle reçût bien-tôt pluſieurs piqueures qui la firent crier; elle prit alors le parti de ſe deffendre, & à coups de dents tua les trois Scorpions; mais elle ne mangea d'aucun, & ne les mordit que comme elle eût fait tout autre Animal qui l'eût bleſſée; je l'obſervai enſuite, & elle ne donna pas la moindre marque de maladie juſqu'au lendemain que je lui fis ſubir un autre genre de mort.

Il ſuit de cette expérience & des précédentes, que dans l'hiſtoire qu'on me rapportoit, ſi elle eſt vraye, la premiére Souris avoit reçû une picqueure mortelle; que la ſeconde ne reçût plus que des picqueures inefficaces, ſoit parce que le Scorpion s'étoit épuiſé ſur la premiére, ſoit par quelqu'autre des circonſtances qui empêchent que la picqueure ſoit mortelle.

Qu'enfin ſi la Souris mordit, ou mangea le Scorpion, c'étoit, ou pour ſe deffendre, ou pour ſe nourrir, ſans qu'il ſoit beſoin de ſuppoſer ni inſtinct, ni antidote.

Tous les Naturaliſtes voyant les effets qui ſuivent quelquefois la picqueure du Scorpion, conviennent qu'il faut que le Scorpion verſe quelque liqueur dans la playe que fait l'aiguillon. Ils ont donc tous conjecturé que l'aiguillon devoit être percé d'un petit trou à ſon extrémité, pour donner iſſuë à la liqueur empoiſonnée. M. Redi cependant, après avoir cherché ce trou avec les meilleurs Microſcopes avoüe qu'il

ne l'a jamais pu voir; il vit ſeulement un jour à l'extrémité de l'aiguillon d'un Scorpion irrité, une petite goutte qui lui donna lieu d'aſſûrer qu'il y avoit quelque ouverture.

M. Leeuwenhoek, plus heureux en cela que M. Redi, au lieu d'un trou unique que les autres Auteurs ſuppoſoient, en a vû deux. Mais comme la figure & la deſcription qu'il en donne, différe un peu de la mienne, ce qui vient ſans doute de la différence qui ſe trouve entre les eſpeces de Scorpions que nous avons obſervé. Je vais donner la deſcription de ces trous, tels que je les ai vûs dans un Scorpion de Souvignargues.

Le dernier nœud de la queuë du Scorpion eſt une petite fiole d'une eſpece de corne, qui ſe termine par un col noir, fort dur, fort pointu, & ce col eſt l'aiguillon. J'apperçûs avec le Microſcope deux petits trous, beaucoup plus longs que larges, qui au lieu d'être placés à l'extrémité de l'aiguillon, ſont placés des deux côtés, à quelque diſtance de la pointe. Dans pluſieurs aiguillons, j'ai vû quelquefois la ſituation de ces trous varier un peu, quoiqu'ordinairement ils commencent à la même diſtance de la pointe, j'ai vû quelquefois l'un un peu plus vers l'extrémité que l'autre.

Il n'eſt pas même néceſſaire que le Microſcope groſſiſſe beaucoup les objets pour appercevoir ces trous, on les voit fort bien avec une Loupe de deux ou trois lignes de foyer; & lorſque M. Redi n'a pû les voir, c'eſt apparemment qu'il s'eſt attaché à chercher à l'extrémité de l'aiguillon, un trou qui n'y eſt point, & que préſentant toûjours à ſon Microſcope l'aiguillon par la pointe, il ne pouvoit pas les appercevoir, placés comme ils ſont.

On peut même s'aſſûrer de leur ſituation ſans Microſcope. Si l'on preſſe fortement la fiole que je viens de décrire, on voit la liqueur qu'elle contient, s'échapper à droit & à gauche, par ces deux trous.

Les expériences qui peuvent avoir quelque utilité étant faites, je paſſai à celles qui ne ſont que curieuſes.

On rapporte en Languedoc une autre hiſtoire du Scorpion.

On dit que ſi on le renferme dans un cercle de charbons, il ſe picque lui-même & ſe tuë.

Je fis une enceinte de charbons; j'y mis un Scorpion qui, ſentant la chaleur, chercha paſſage de tous côtés; n'en trouvant point, il prit le parti de traverſer les charbons qui le brûlérent à demi; je le remis dans l'enceinte; & n'ayant plus eu la force de tenter le paſſage, il mourut bien-tôt, mais ſans avoir la moindre volonté d'attenter à ſa vie. L'expérience fut repétée ſur pluſieurs autres qui agirent tous de la même façon.

Voici je crois ce qui a pû donner lieu à l'hiſtoire. Dès que le Scorpion ſe ſent inquiété, ſon état de deffenſe eſt de retrouſſer ſa queüe ſur ſon dos, prête à picquer; il cherche même de tous côtés à enfoncer ſon aiguillon; lorſqu'il ſent la chaleur des charbons, il prend cette poſture, & ceux qui n'y regardent pas d'aſſés près, croyent qu'il ſe picque. Mais quand même il le voudroit, il auroit beaucoup de peine à le faire, & je ne crois pas qu'il en pût venir à bout, tout ſon corps étant cuiraſſé comme celui des Ecreviſſes.

Je ne parlerai point de pluſieurs hiſtoires extravagantes de ces ſortes d'Animaux, que racontent Pline & Ælian. Je vais ſeulement rapporter quelques obſervations qui ne s'accordent pas entiérement avec celles de M. Redi, qui eſt celui que je connoiſſe, qui a le mieux obſervé les Scorpions.

Ariſtote, Pline & Ælian diſent que pour l'ordinaire, la femelle des Scorpions porte onze petits. M. Redi les fait beaucoup plus fécondes, & marque vingt-ſix, & quarante pour les limites de leur fécondité. Mais les Scorpions dont il parle, le cédoient encore de beaucoup à ceux de Souvignargues; dans pluſieurs femelles que j'ai ouvertes, j'ai trouvé depuis vingt-ſept petits juſqu'à ſoixante-cinq.

Au reſte, les Scorpions ſont auſſi cruels, à l'égard de leurs petits, que les Araignées; une mere que j'avois renfermée dans une bouteille, les devoroit à meſure qu'ils naiſſoient. Pline parle de cette férocité des meres à l'égard de leurs petits, mais il ajoûte qu'il n'en réchappe qu'un, qui a l'adreſſe d'éviter

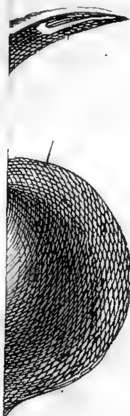




Fig. 1.

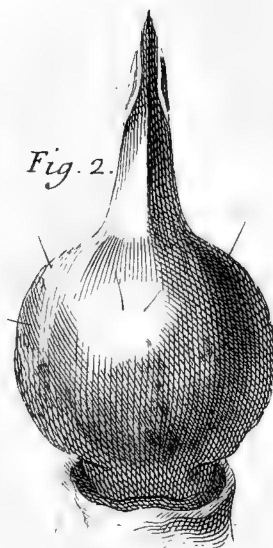
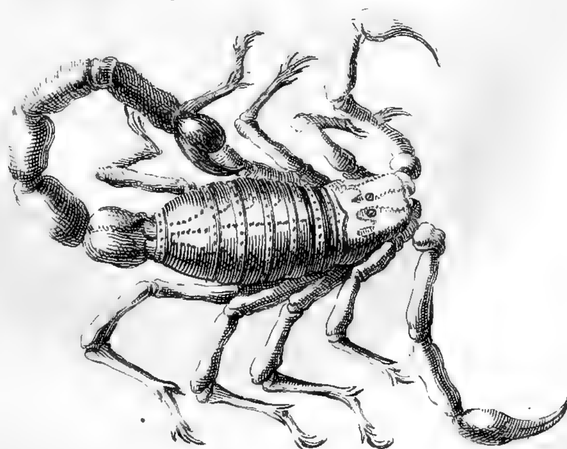


Fig. 2.

Fig. 3.



Ph. Simonneau Sculp.

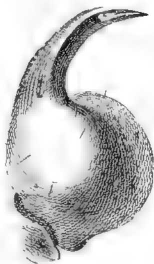




Fig. 1

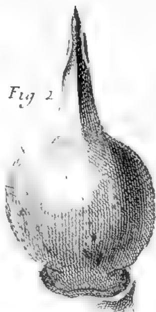


Fig. 2

Fig. 3



la mort, en se tenant sur le dos de sa mere, & qui ensuite devient le vangeur de ses freres, en la tuant.

Ils n'observent pas mieux les loix de la société entr'eux, que les sentiments de la Nature pour leurs petits. J'en avois mis environ cent ensemble qui se mangérent presque tous; ç'étoit un massacre continuel, sans aucun égard ni pour l'âge, ni pour le séxe. En peu de jours, il ne m'en resta de ce grand nombre que quatorze qui avoient devoré tous les autres. On pourroit dire pour les excuser, qu'ils manquoient d'autre nourriture. En effet, je fus quelque temps, sans connoître les aliments de leur goût. Mais leur ayant présenté des mouches, ils en mangérent, sans cependant oublier tout-à-fait leur premiére férocité : car de temps en temps, on recommençoit à se devorer. Ils mangérent aussi des Cloportes, mais je leur donnai un jour une grosse Araignée, & ce fut de tous les mets que je leur servis, celui qu'ils mangérent de meilleur appetit. Trois ou quatre Scorpions l'attaquérent à la fois, & chacun y demeura long-temps attaché.

Ils font voir beaucoup de force & de courage contre les Araignées. J'ai vû souvent un fort petit Scorpion attaquer & tuer une Araignée beaucoup plus grosse que lui. Il commence d'abord par la saisir avec l'une ou l'autre de ses grandes serres, quelquefois avec les deux en même temps, si l'Araignée est trop forte pour lui, il la blesse de son aiguillon qu'il retrousse par-dessus sa tête, & la tuë. Après quoi ses deux grandes serres la transmettent à deux beaucoup plus petites qu'il a au devant de la tête, avec lesquelles il la mâche, & ne la quitte plus qu'il ne l'ai toute mangée.

Je ne lui ai point vû d'autres dents que les petites serres avec lesquelles il mâche ses aliments. La bouche des Scorpions est garnie de petits poils : Et quoique leur peau soit une véritable écaille, ils ne laissent pas d'être velus en plusieurs endroits, aux serres, aux jambes, & au dernier nœud de la queüe.



OBSERVATION DE L'ECLIPSE DE LUNE

Du 20 Juin de l'année 1731, au matin.

Par M. CASSINI.

LE Ciel a été fort ferein pendant toute la durée de cette Eclipfe que j'ai obfervée avec une Lunette de 8 pieds, garnie d'un Micrometre à réticules, dont les extrémités occupoient l'image de la Lune.

A	1^h	$14'$	$22''$	Commencement de l'Eclipfe.
		25	27	Un doigt.
		29	42	Platon commence à entrer dans l'ombre.
		31	42	Platon eft entré entiérement.
		32	42	Un doigt & demi.
		36	42	Un doigt trois quarts.
		56	0	L'Eclipfe eft de 2 doigts 15 minutes, & n'augmente plus fenfiblement.
	2	0	0	L'Eclipfe eft de deux doigts.
		4	0	Hélicon fort.
		15	32	Platon eft forti à moitié.
		17	32	Platon eft entiérement forti.
		20	42	Un doigt & demi.
		28	22	Un doigt.
		37	42	Un demi-doigt.
		41	22	Fin de l'Eclipfe.

Suivant ces Obfervations, la durée de cette Eclipfe a été d'une heure 27 minutes, ce qui donne le milieu à 1^h 58' temps auquel fa grandeur a été obfervée de...... 2^d 5'

Comme la Trace de l'ombre de la Terre traverfoit obliquement la Lune, on avoit de la peine à déterminer le temps

précis de chaque Phase, de même que l'Immersion & l'Emersion d'un petit nombre de Taches par où elle a passé, entre lesquelles on n'a observé avec quelque évidence que celles de Platon & d'Hélicon.

L'ombre se distinguoit difficilement de la Pénombre au commencement & à la fin, mais elle étoit assés bien terminée vers le milieu de l'Eclipse.

OBSERVATION DE L'ECLIPSE PARTIALE DE LUNE Du 20 Juin 1731.

Par M.rs GODIN & GRANDJEAN.

LES Pendules avoient été reglées exactement au temps vrai par des hauteurs du Soleil prises plusieurs jours devant & après l'Eclipse. 23 Juin 1731.

Nous l'observâmes par deux méthodes différentes, M. Grandjean fit usage d'une que j'ai indiquée dans l'Observation de l'Eclipse de Lune du 8 Août 1729, imprimée dans les Mémoires de l'Académie de la même année; je la détaillerai ici un peu davantage, à cause que je la crois nouvelle, & aussi simple que propre à la recherche des principaux élements des Tables Luni-Solaires pour les Eclipses.

Pour moi je me servis d'une Lunette de 5 pieds, garnie d'un Micrometre, duquel chaque division donne à très-peu près une seconde de degré. Je montai cette Lunette sur une machine parallactique, & je déterminai par ce moyen immédiat, la grandeur de l'Eclipse, en mesurant ce qui restoit éclairé du disque de la Lune, que je comparois au diametre entier, mesuré avec le même Micrometre trois ou quatre fois, en différents moments.

Nous avons aussi marqué l'entrée & la sortie de quelques

taches dans l'ombre, après avoir déterminé leur situation sur le disque de la Lune, par un réticule à angles de 45 degrés.

Voici le Résultat des Observations.

Le 20 Juin au matin, Temps vrai.

A 1h	12′	16″	L'ombre ne se distingue pas de la Pénombre; on doute du commencement.	
	14	20	Commencement de l'Eclipse certain.	
	21	46	L'Eclipse est de	0d 48′
	22	37	....	0 51
	25	55	....	1 6
	27	30	....	1 9
	29	17	....	1 12
	29	17	L'ombre au bord de Platon.	
	31	31	Platon est entiérement dans l'ombre.	
	33	45	L'ombre à Hélicon.	
	33	45	....	1 34
	38	14	....	1 50
	39	40	....	1 54
	48	43	....	2 9
	53	20	....	2 12
2	1	45	....	2 12
	2	36	Hélicon est sorti de l'ombre.	
	3	9	Harpalus est sorti de l'ombre.	
	5	36	....	2 9
	6	49	....	2 8
	10	29	....	2 2
	15	18	....	1 54
	15	28	Platon est sorti de l'ombre.	
	20	52	....	1 34
	27	18	....	1 9
	31	54	....	0 51
	39	12	Je commence à douter de la fin.	
	40	0	Fin certaine de l'Eclipse.	

Dans cette Eclipse, l'ombre étoit très-mal terminée au commencement & à la fin, mais sur-tout au commencement.

Dans

Dans les autres Phases, & principalement dans quelques-unes, elle nous a paru très-bien tranchée.

Des Phases précédentes, on tire le moment du milieu de l'Eclipse le 20 Juin à $1^h\ 57'\ 20''$ du matin; j'ai été étonné de voir que les Phases semblables qui s'en éloignent le plus, n'en différent que de 12″ au plus, la grandeur s'est trouvée de 2 doigts 12′ au moins, on l'a observée de cette quantité, $4'\ \frac{1}{4}$ devant & après l'heure du milieu de l'Eclipse; ainsi il n'y a pas d'apparence qu'elle ait augmenté pendant cet intervalle, ce qui ne pourroit tout au plus monter qu'à $\frac{2}{3}$ de min. de doigt, & donneroit la grandeur de 2 doigts 13 minutes, tout au plus.

Voici l'idée de la méthode dont j'ai parlé plus haut. Prenés dans un moment quelconque connu de l'Eclipse, la hauteur vraye *BL* du centre de la Lune sur l'horison : pour cela il faut connoître la refraction, le diametre de la Lune, & sa parallaxe; cette derniére correction se trouve d'une maniére fort simple, par deux observations du diametre de la Lune, & de sa hauteur sur l'horison en même temps. Je donnerai aussi dans la suite une méthode nouvelle de la déterminer avec précision, en n'employant que très-peu d'élements, & indépendamment d'aucune théorie.

En même temps que l'on prendra la hauteur *BL*, on observera l'Azimuth de la Lune *BZH*. On aura par-là l'arc *LZ*, & l'angle *LZP* du triangle *LZP*, dans lequel on connoît aussi le côté *ZP* qui est la Latitude du Lieu. En résolvant le triangle, on connoîtra l'angle *LPZ*, distance de la Lune au Méridien, ou différence d'ascension droite entre le centre de la Lune & le milieu du Ciel, & le côté *PL* qui donnera la déclinaison de la Lune au moment de l'Observation.

Connoissant l'heure vraye de l'Observation, on aura pour ce moment l'ascension droite du Soleil, & par conséquent celle du milieu du Ciel, d'où l'on déduira l'ascension droite véritable du centre de la Lune qui, avec sa déclinaison, donnera sa Longitude & sa Latitude.

On aura donc pour autant d'instants qu'on voudra de la durée de l'Eclipse, la Longitude & la Latitude vrayes du centre de la Lune, ou de tout autre point déterminé de son disque, on aura aussi pour les mêmes temps la Longitude vraye du centre du Soleil, ou en ajoûtant 6 Signes, la Longitude vraye du centre de l'ombre.

Soit maintenant *GK* l'Ecliptique, sur lequel on ait tracé un grand cercle qui représente l'ombre de la Terre; soit *DH* l'orbite de la Lune; *C, M, F,* le lieu de son centre au commencement, au milieu & à la fin de l'Eclipse. Par la méthode ci-dessus, on connoît pour le commencement de l'Eclipse, par exemple, les côtés *SB, BC* du triangle rectangle *SBC.* Donc on connoîtra le côté *SC,* duquel ôtant le demi-diametre de la Lune, il restera le demi-diametre de l'ombre; il en sera de même du triangle rectangle *FPS* pour la fin de l'Eclipse.

Pour la Phase du milieu en *M,* en observant la quantité *OI* de l'Eclipse, on trouvera encore le demi-diametre de l'ombre; car dans le triangle rectangle *ESM,* on connoît *ME, ES :* donc on connoîtra *SM,* dont ôtant *MI* complement de l'Eclipse au demi-diametre, dans le cas d'une Eclipse moindre que 6 doigts, ou ajoûtant à *SM* la partie *MI* complement au diametre entier dans une Eclipse partiale de plus de 6 doigts, on aura *SI* demi-diametre de l'ombre; si au contraire on suppose le demi-diametre de l'ombre, tel qu'il resulte du commencement & de la fin, on déterminera la quantité de l'Eclipse. On pourra connoître aussi par cette voye si le diametre de l'ombre est sujet à quelque variation pendant la durée de l'Eclipse.

Dans le triangle *EMS,* on connoîtra aussi immédiatement le coté *ES,* qui, comparé au mouvement horaire de la Lune, donnera en temps l'arc *ES,* différence entre le milieu de l'Eclipse & l'Opposition.

La résolution de ces différents triangles que l'on formera encore pour d'autres Phases, donnera les angles *BCD, EMD, PFD,* & d'autres; d'où l'on connoîtra l'inclinaison

de l'orbite de la Lune à l'Ecliptique; l'on en tirera auſſi le lieu de ſon nœud.

Comme nous n'avions point d'Inſtrument propre à obſerver immédiatement l'Azimuth du centre de la Lune, ce qui demande un cercle horiſontal exactement diviſé, ſur lequel ſoit un Quart de Cercle élevé verticalement; nous avons employé la méthode ſuivante. Nous avons fixé contre un Mur qui regardoit le Sud-Oüeſt, une table de bois fort unie, dont on avoit peint en blanc la ſurface antérieure; ce tableau portoit en haut un ſtile de fer dans une ſituation quelconque, dont l'extrémité étoit fort large, en maniére de platine, & percée d'un trou rond.

Dans l'inſtant qu'on prenoit les hauteurs, on marquoit le point de ce tableau où ſe peignoit l'image de la Lune, dont les rayons paſſoient par le trou de la platine. Tels ſont les points 1, 2, 3, 4, 5, &c.

Il eſt clair que le plan & le ſtile étant immobiles, ſi dans le temps que le Soleil éclaire ce plan, on prend l'heure à laquelle l'image de cet Aſtre arrive ſur ce plan dans un même vertical, paſſant par le centre de la platine, & par chaque point d'ombre de la Lune, on aura l'arc compris entre le Méridien & l'Azimuth où la Lune étoit pour lors, ayant égard au mouvement du Soleil en aſcenſion droite, depuis midi juſqu'au moment qu'il arrive dans chaque vertical; cela ſe peut faire, en ſuſpendant un filet chargé de ſon plomb, qui paſſe par le centre de la platine; car l'heure à laquelle l'ombre du filet atteindra les points 1, 2, 3, 4, &c. donnera la diſtance horiſontale au Méridien, en réſolvant un triangle comme *LZP*.

J'avoüerai à cette occaſion que je ne vois pas pour quelle raiſon, on paroît avoir abandonné dans la pratique de l'Aſtronomie l'uſage des Quarts de Cercle azimuthaux : car il me ſemble qu'ils donneroient les Azimuths avec beaucoup plus de préciſion qu'on ne les tire des paſſages par les cercles horaires, qui ne donnent pas ces arcs immédiatement, & où l'erreur d'une ſeconde ſeulement en temps, en produit une

de 15 secondes en degrés, au lieu que dans un Instrument azimuthal bien construit, & qu'on aura soigneusement examiné, comme on doit le faire pour tous les autres Instruments d'Astronomie, on sera sûr de l'angle à moins de 5 secondes près.

MACHINE

Pour connoître sur Mer l'Angle de la Ligne du Vent & de la Quille du Vaisseau ; comme aussi l'Angle du Méridien de la Boussole avec la Quille, & l'Angle du Méridien de la Boussole avec la Ligne du Vent.

Par M. D'ONZEMBRAY.

18 Juillet 1731.

COMME la principale chose que les Pilotes doivent connoître exactement pour bien diriger leur route, est l'angle de la ligne ou du rumb de Vent & de la Quille de leur Vaisseau, & que les méthodes dont ils se servent pour connoître cet angle ne sont pas assés exactes ; j'espere que par l'usage de la Machine dont je vais donner la description, on pourra s'assûrer à tout moment de la valeur de cet angle à un degré, & même à un demi-gré près ; ce qui est plus que suffisant pour la pratique.

Il est très-important de connoître cet angle, non seulement aux Pilotes, pour le pointage des Cartes, & faire leurs estimes, mais pour les manœuvriers, afin de regler les différentes voilures qu'on doit donner aux Vaisseaux ; car lorsque cet angle est obtus, on fait route de vent arriére & de vent largue, & lorsqu'il est aigu moindre qu'environ 70 degrés, on fait route de vent de bouline.

Description de la Machine.

Cette Machine est composée de deux parties principales. La premiére n'est autre chose qu'une Boussole ordinaire,

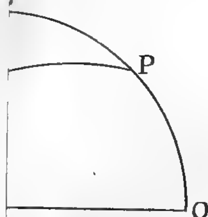
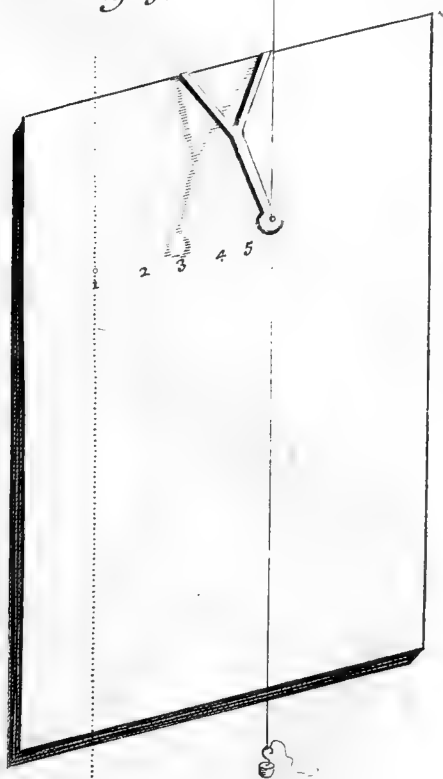
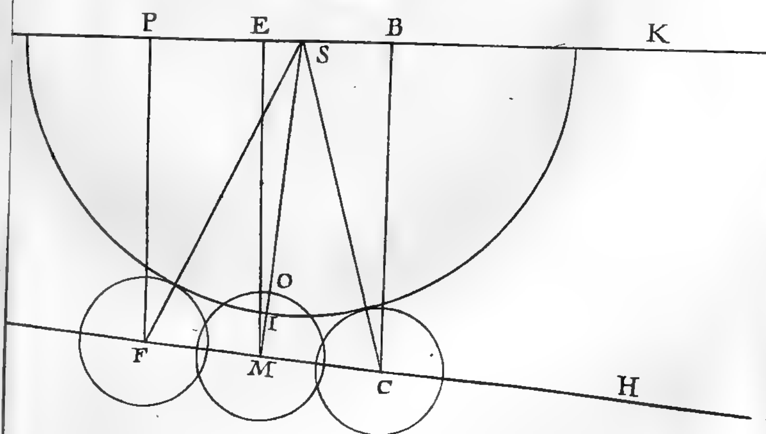


Fig. 3.



2.



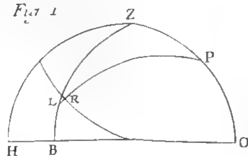
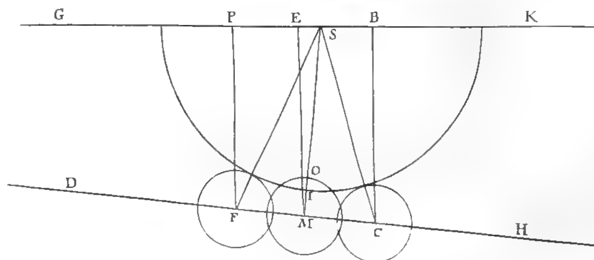

Fig 1
Z
P
L
R
H
B
O


Fig. 3
1
2
3
4
5


Fig 2
G
P
E
B
K
S
O
I
D
F
M
C
H

mais d'un plus grand diametre, & dont les divisions sont chiffrées différemment. Nous commencerons par la méthode dont nous avons fait ces divisions; nous donnerons ensuite la description de la seconde Partie de la Machine, & nous expliquerons la maniére de s'en servir, nous la rendrons sensible par des exemples.

Sur le cercle *A, B, C, D,* de la Boëte de la Boussole, nous avons tiré un diametre *A, C.* Ce diametre doit être toûjours parallele à la Quille du Vaisseau. On a divisé à l'ordinaire tout le cercle en 360 parties ou degrés; on commence à compter du point *A* jusqu'en *C,* en sorte que le point *A* étant marqué par *O,* on comptera sur chaque demi-cercle *ABC, ADC,* jusqu'en *C,* qui est marqué par 180 degrés, comme on le voit sur la Figure.

La circonférence de la Rose de Carton qui est mobile, étant toûjours emportée par l'Aiguille qui est attachée dessous, est divisée de même en deux demi-cercles par le diametre *EG,* auquel nous donnons cinq pouces, pour que les divisions soient plus distinctes, & on commence à compter depuis *O* en *E,* ou au point de la Fleur-de-Lys qui marque le Nord de l'Aiguille sur chaque demi-cercle *EHGEIG,* jusqu'au point *G,* marqué par 180 degrés. Ces divisions sont très-simples, & seront d'une grande commodité pour trouver sur le champ, & sans aucune réduction, la valeur des angles par addition, ou par soustraction, ainsi qu'on est obligé de faire ordinairement.

La Boussole étant divisée, comme on vient de le dire, on la pose au milieu, ou au centre d'une planche *KLM,* coupée en Triangle équilatéral, en sorte que le diametre *AC* de la Boussole soit bien parallele à un des côtés du Triangle comme au côté *KM.*

Nota. On choisira dans le Vaisseau l'endroit le moins incommode, pour placer cette machine, & la seule attention qu'il faudra avoir, c'est de mettre le côté de la planche triangulaire *KM* parallelement à la Quille du Vaisseau; on aura soin auparavant d'arrêter la Boussole sur le milieu de la

planche avec des écroux ou autrement, afin qu'elle reste bien fixe.

Sur les trois angles *K, L, M,* sont placés trois montans *MO, LN, KP,* sur lesquels on a posé une planche *NOP* pour servir de plancher, en cas que sur le Vaisseau on veüille mettre toute la Machine dehors à l'air.

Le milieu ou le centre *Q* de ce plancher est percé d'un trou rond pour laisser passer la tige *RT* d'une giroüette; le bout *T* de cette tige est fait en forme de cone renversé, afin que la tige ne tombe pas par le trou du plancher.

Sur les trois angles de cette seconde planche sont élevées trois Verges de Cuivre ou de Fer de la même hauteur que la tige *RT* de la Giroüette, & qui, se réünissant au milieu, lui servent de Cocq.

Comme le bout *T* de la tige de la Giroüette passe au travers du plancher par le trou *Q,* d'une longueur à volonté à l'extrémité quarrée *T* qui se trouve au dessous du plancher, on arrêtera avec un écrou une petite Tige de Cuivre à une ou deux branches marquées *X* pour servir d'Index; on pourra faire cet Index de telle forme qu'on voudra, selon que M.[rs] les Marins le jugeront le plus convenable pour indiquer sur les degrés de la Boussole l'angle que fait la Quille avec le lit du vent, on propose ici un Index de trois façons.

Une attention essentielle qu'il faut avoir, est de mettre l'Index *X* parfaitement dans le plan de la Giroüette, car la Giroüette étant toûjours dans le plan du lit du vent, les bouts *Y* & *V* y seront aussi, ce qui indiquera l'angle requis.

Il faut observer que l'Index qui marque les degrés de la ligne du vent est toûjours celui qui est derriere la Giroüette, & que l'autre bout de l'Index doit toûjours marquer le complement à 180 degrés, & cela pour servir de preuve à la position juste de l'Index.

Usage de la Machine.

Pour faire voir clairement l'usage de cette Machine, la Boussole étant placée, en sorte que la ligne ou le diametre *AC*

ſoit, comme nous avons dit, parallele à la Quille du Vaiſſeau, le point *A* du côté de la Proüe, & le point *C* du côté de la Poupe; ſi le bout de l'Index, conduit par la Giroüette, ſe trouve au point Z, alors les degrés de l'arc *AZ*, ou l'angle *AFZ*, ſera l'angle de la ligne du vent & de la Quille de 99 degrés.

Pour avoir l'angle du méridien de la Bouſſole avec la Quille du Vaiſſeau, le point *E* du nord de la Bouſſole, ou de l'Aiguille, étant le point d'où commencent les diviſions, il eſt évident que ſi l'on compte ſur la circonférence de la roſe les degrés depuis le point *E* juſqu'au diametre *AC*, on aura la valeur de l'angle *AFE* du méridien de l'Aiguille avec la Quille du Vaiſſeau qui ſera de 130 degrés; & ſi l'on compte encore ſur la circonférence de la roſe les degrés depuis le point *E* juſqu'au point Z, marqué par l'Index, on aura l'angle *EFZ* du méridien de l'Aiguille avec la ligne du vent de 31 degrés.

Si la déclinaiſon de l'Aiguille aimantée eſt de 14 degrés Nord-oüeſt, & l'angle *AFE* de 130 degrés, ajoûtant ces deux angles, on aura l'angle du Méridien du Monde avec la Quille de 144 degrés, ce qui donne douze rumbs ou airs de vent plus 9 degrés vers le Sud.

Si l'arc *EZ* eſt de 31 degrés, ajoûtant 14 pour la déclinaiſon, on aura l'angle du Méridien du Monde & de la ligne du vent de 45 degrés, ou de quatre rumbs, ou airs de vent; ainſi le vent ſera Nord-oüeſt. Tout cela ſe voit ſur la Roſe même, ſur laquelle les rumbs de vent ſont marqués.

Pour rapporter commodément les degrés de la Roſe avec ceux de la Boëte de la Bouſſole, & ſans riſque de ſe tromper, on pourra appliquer une Regle ſur la ligne nord & ſud de la Bouſſole; cette regle marquera au juſte ſur les degrés de la Boëte les degrés de l'angle de la Quille avec le méridien de la Bouſſole & ſur les degrés de la Roſe l'angle de la ligne du vent & du méridien de la Bouſſole. Il ſera très-facile de placer cette Regle, en ſorte qu'elle paſſe par le centre de la Roſe, car elle doit toûjours marquer deux degrés ſur la

circonférence de la Boîte, qui ſont le complement l'un de l'autre à 180 degrés.

SUR UNE NOUVELLE MANIÉRE DE CONSIDÉRER LES SECTIONS CONIQUES.

Par M. DE LA CONDAMINE.

2 Mai 1731. ON s'eſt propoſé deux choſes dans ce Mémoire.

1.° De trouver par une voye fort ſimple, une Equation à la ſurface du Cone, au moyen de l'Equation à l'une des Sections.

2.° De déduire de l'Equation à la ſurface conique, les Equations à chaque Section en particulier, qui y ſont toutes renfermées.

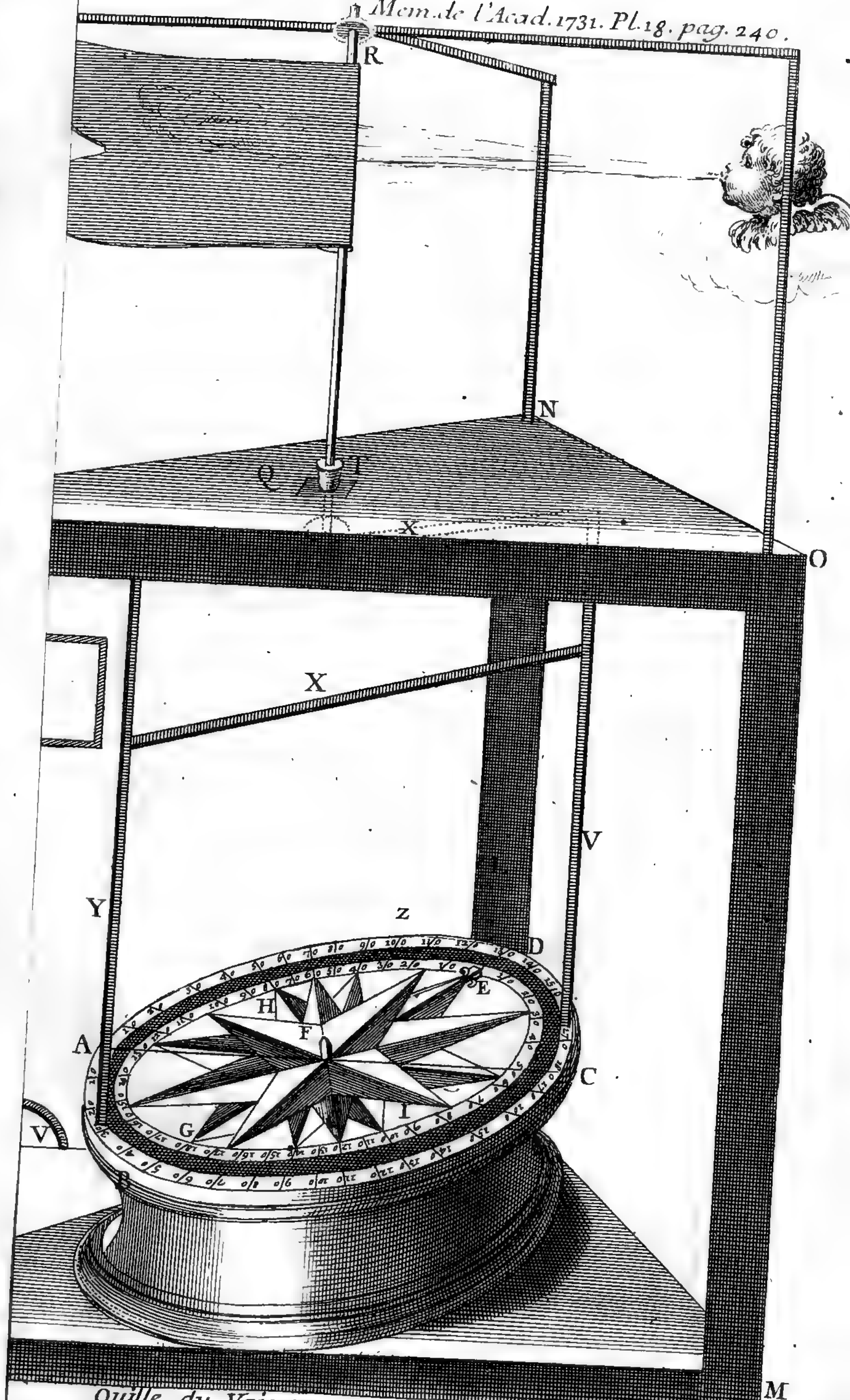
PREMIÉRE PARTIE.

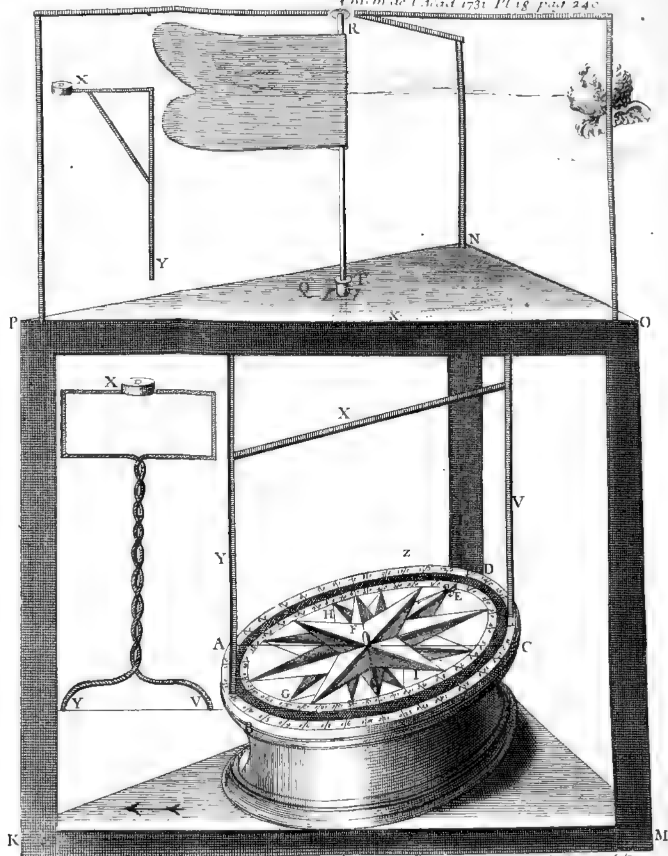
Figure 1. Si le Triangle ADE, rectangle en E, avec ſes côtés prolongés vers B & C tourne ſur la ligne AC; il décrira par ſa révolution un Cone, & tous les points M, m, μ auront décrit des Cercles, dont P, p, π ſeront les centres, & PM, pm, $\pi\mu$ les rayons.

Le Cone peut donc être conſidéré comme un amas de Plans circulaires, & la ſurface conique comme un aſſemblage de Cercles ou d'Anneaux circulaires croiſſant dans la même proportion que les rayons PM, pm, &c. Et cette proportion ſera déterminée par l'ouverture de l'angle du Cone, ou, ce qui revient au même, par le rapport de ED à AE. Soit AE, 1; ED, n; AP, x, on aura PM, nx.

Donc une Equation qui repréſenteroit tous les Cercles, dont les rayons ſeroient à x comme n eſt à 1, c'eſt-à-dire, dont les rayons ſeroient nx, ſeroit une Equation à la ſurface conique.

L'Equation


R
N
Q
T
X
O
X
V
Y
z
D
E
H
F
A
C
I
G
V
M
Quille du Vaisseau.
Ph. Simonneau Sculp.



Quille du Vaisseau

L'Equation au Cercle $aa = yy + zz$ eſt déterminée à tel Cercle en particulier, par la valeur a connuë & déterminée de ſon rayon. Si cette valeur étoit ſuppoſée variable ou indéterminée, & exprimée par x, l'Equation deviendroit $xx = yy + zz$, & repréſenteroit alors non-ſeulement le Cercle dont a eſt rayon, mais tous les Cercles dont le rayon ſeroit x; c'eſt-à-dire, tous les Cercles poſſibles ſans aucune condition particuliére.

Mais ſi l'on multiplie ce même rayon x par le rapport $\frac{n}{1}$ qui détermine la meſure de l'angle du Cone, l'Equation deviendra $nnxx = yy + zz$, & repréſentera alors tous les Cercles dont le rayon eſt nx, ou dont le rayon eſt à x comme n eſt à 1; or cette ſuite de Cercles, comme on vient de le prouver, compoſe la ſurface conique; l'Equation $nnxx = yy + zz$ eſt donc le lieu à tous les Cercles de la ſurface conique. Elle eſt donc l'Equation à la ſurface du Cone.

On peut auſſi-bien conſidérer le Cone comme un amas de plans hyperboliques paralleles à ſon axe, que comme un amas de plans circulaires paralleles à ſa baſe. La ſurface conique ſera donc auſſi-bien le lieu à toutes les Hyperboles, dont on la peut ſuppoſer compoſée, qu'à tous les Cercles que l'on avoit d'abord pris pour ſes éléments.

D'où il ſuit que l'Equation ordinaire à l'Hyperbole $xx - aa = \frac{aa}{bb} zz$ doit pareillement ſe convertir en l'Equation précédente à la ſurface conique, en rendant variables les grandeurs conſtantes a & b, qui expriment les demi-axes de l'Hyperbole dans ſon Equation ordinaire; comme l'Equation au Cercle eſt devenuë l'Equation à la ſurface conique, en rendant indéterminée l'expreſſion du rayon. Et comme l'Equation à la ſurface conique ne doit pas repréſenter toutes les Hyperboles poſſibles, mais ſeulement celles qui compoſent la ſurface du Cone, il faut obſerver, en exprimant leurs axes par des grandeurs variables, comme on l'a obſervé à l'égard des rayons des Cercles, d'avoir égard à l'angle du Cone, lequel

angle détermine la proportion de l'accroiſſement des axes des Hyperboles, auſſi-bien que la proportion de l'accroiſſement des rayons.

Figure 2. Soit *ABC* le plan d'une Section par l'axe *AC* du demi-Cone, produit par une demi-révolution de l'angle *BAC* ſur *AC*. Soit *LFO*, le plan d'une Section hyperbolique, parallele à l'axe *AC*; ſoit prolongée en *G*, *MF*, axe de cette Section; *GF* ou ſon égale *AN*, & *PM* perpendiculaire à l'axe, ou ſes égales *NF*, *AG* ſeront les demi-axes de l'Hyperbole. Et à cauſe des Triangles ſemblables *AFN*, *ADE*; *AN* & *FN* ſeront dans le rapport de *AE* (1) à *DE* (*n*). Donc le demi-axe *FN* étant ſuppoſé y, l'autre demi-axe *AN* ſera $\frac{y}{n}$. Et ſubſtituant ces valeurs dans l'Equation à l'Hyperbole $xx - aa = \frac{aa}{bb}zz$, en la place de b & d'a, on aura $nnxx = yy + zz$ pour l'Equation à la ſurface, la même qui a été trouvée par le Cercle.

La ſurface conique peut auſſi-bien être conçûë compoſée de Paraboles & d'Ellipſes, que de Cercles & d'Hyperboles; cependant par le moyen des Equations à la Parabole & à l'Ellipſe, on trouveroit des Equations à la ſurface conique, différentes de la précédente. La raiſon eſt que dans l'Equation précédente, les inconnuës x & y repréſentent les coordonnées perpendiculaires & paralleles à l'axe du Cone, leſquelles ne peuvent être employées que pour la Section circulaire & hyperbolique, & non pour les Sections dont le plan eſt oblique ſur l'axe.

Il eſt vrai que les autres Equations tirées des Sections obliques ſe pourroient ramener à la précédente, en cherchant les valeurs de leurs nouvelles coordonnées t & s en x & en y, & en les ſubſtituant dans leur Equation, par une méthode à peu près ſemblable à celle par laquelle on ramene les Equations des Sections coniques, priſes par des coordonnées obliques, à leurs Equations par rapport aux axes. Mais les deux exemples précédents ſuffiſent pour donner une idée de la méthode propoſée, où l'on a eu pour objet de trouver l'Equation à la ſurface du Cone, par le moyen de l'Equation à l'une des Sections.

SECONDE PARTIE.

Il eſt queſtion maintenant de déduire toutes les Equations aux Sections coniques de l'Equation à la ſurface du Cone.

Soit tout ce qu'on a ſuppoſé dans la premiére Figure. Soit (*Fig. 3.*) $AP, = x$, PM perpendiculaire à $AP, = y$. Soit Mm perpendiculaire ſur le plan $ABC, = z$. La perpendiculaire Mm ſera repréſentée dans la projection par un ſeul point. M & m ſeront les deux extrémités de cette perpendiculaire. M ſera pris pour le point qui touche le plan ABC, & m ſur la ſurface du Cone, pour l'extrémité ſupérieure de la perpendiculaire Mm élevée ſur ce même plan au point M. Figure 3.

Nous avons trouvé par le moyen des Equations au Cercle & à l'Hyperbole, que l'Equation à la ſurface conique étoit $nnxx = yy + zz$. On le peut démontrer encore, en conſidérant que AM, hypothénuſe de $APM = \sqrt{xx + yy}$; & que Am hypothénuſe de AMm, ou ſon égale $AQ = \sqrt{xx + yy + zz}$. Car ce même $AQ = x\sqrt{1 + nn}$. On aura donc $x\sqrt{1 + nn} = \sqrt{xx + yy + zz}$, ou $nnxx = yy + zz$.

Il eſt clair que dans cette Equation, qui repréſente la ſurface conique, ſi l'on donne une valeur conſtante à l'une des trois indéterminées, l'Equation réduite à deux variables ne pourra plus repréſenter qu'une ligne courbe ; & cette courbe ſera l'une des Sections coniques. Il n'eſt queſtion que de faire les ſubſtitutions convenables pour les trouver toutes.

Pour avoir la Section perpendiculaire à l'axe qui donne le Cercle, il ne faut que déterminer par quel point P de l'axe AP, on veut faire paſſer la Section. Alors on donnera une valeur conſtante à la ligne AP, qui, dans l'Equation à la ſurface, étoit indéterminée, & exprimée par x. Si donc l'on fait $x = a$, l'Equation $nnxx = yy + zz$ deviendra $nnaa = yy + zz$, & ne repréſentera plus tous les Cercles dont

la ſurface conique peut être composée, mais ſeulement celui dont na ou PQ eſt rayon.

Pour trouver la Section parallele à l'axe qui doit être l'Hyperbole, il n'y a qu'à faire $y = a$, c'eſt-à-dire, déterminer à quelle diſtance de l'axe, on veut faire paſſer le plan de la Section, on aura $nnxx = aa + zz$, ou $xx - \frac{aa}{nn} = \frac{\left(\frac{aa}{nn}\right)}{aa} zz$, que l'on voit clairement appartenir à l'Hyperbole, dont les demi-axes ſont a & $\frac{a}{n}$.

Au lieu de $y = a$, on pourroit faire $z = a$, & en ce cas on auroit l'Hyperbole dont le plan couperoit à angles droits celui de la précédente, puiſque y exprime les ordonnées perpendiculaires ſur l'axe, dans le plan horiſontal, & z dans le plan vertical.

Si l'on fait y ou $z = 0$, il n'y aura plus aucune diſtance entre l'axe du Cone & le plan de la Section, elle paſſera donc par l'axe; ce ne ſera donc plus une Hyperbole, mais l'angle même du Cone. Auſſi l'Equation devient-elle en ce cas $\pm nx = z$, ou $\pm nx = y$, l'une & l'autre appartiennent aux deux droites que donnent chacune des deux Sections par l'axe, dont les plans ſe coupent à angles droits.

Dans l'Equation $nnxx = yy + zz$ à la ſurface conique, on a ſuppoſé les ordonnées y perpendiculaires à l'axe du Cone, ce qui ne peut convenir aux Sections obliques; c'eſt pourquoi on ne peut déduire de cette Equation, celles de la Parabole ni de l'Ellipſe. Mais on peut chercher une autre Equation à la ſurface conique, en ſuppoſant les ordonnées obliques ſur l'axe; & de cette nouvelle Equation, on déduira celles de toutes les Sections.

Figure 4. Suppoſons que les nouvelles coordonnées qui vont ſervir à trouver la nouvelle Equation ſoient AQ, t, au lieu de AP, x; & QM, s, faiſant avec l'axe AC, non un angle droit comme PM, y; mais un angle quelconque MQP, tel, que $QK = AE$ étant 1, KF ſoit $= p$; la troiſiéme coordonnée étant toûjours Mm, z, perpendiculaire au plan ABC.

Il faut chercher le rapport des nouvelles coordonnées t & s à x & y, & ſubſtituer les valeurs de x & y en t & en s dans l'Equation ſimple $nnxx = yy + zz$, pour avoir une nouvelle Equation dans laquelle les coordonnées feront un angle quelconque.

On a d'abord $QP = x - t$, $QF = \sqrt{1+pp}$, & à cauſe des Triangles ſemblables, on dira

$$QF(\sqrt{1+pp}) . QM(s) :: QK(1) QP(x-t) = \frac{s}{\sqrt{1+pp}}$$

&

$$QF(\sqrt{1+pp}) . QM(s) :: FK . (p) MP(y) = \frac{ps}{\sqrt{1+pp}}.$$

On aura donc $x = t + \frac{s}{\sqrt{1+pp}}$ & $y = \frac{ps}{\sqrt{1+pp}}$; & ſubſtituant ces valeurs dans l'Equation $nnxx = yy + zz$, elle ſe changera en celle-ci, $nntt + \frac{2nnts}{\sqrt{1+pp}} + \frac{nnss}{1+pp} = \frac{ppss}{1+pp} + zz$ ou $\frac{nn-pp}{1+pp} ss + \frac{2nnt}{\sqrt{1+pp}} s + nntt = zz.$

De cette Equation on déduira toutes celles des différentes Sections, en faiſant les ſubſtitutions convenables.

Ce qui détermine la Section à être telle, c'eſt l'angle qu'elle fait avec l'axe. Cet angle peut être plus grand, plus petit, ou égal à l'angle du côté du Cone avec le même axe ; il peut être droit, il peut être nul. Et toutes ces ſuppoſitions ſe peuvent également faire en deux cas. Premiérement, lorſque la Section coupe l'axe du Cone à une diſtance donnée du ſommet, c'eſt-à-dire, lorſque AQ ou $t = a$. Secondement, lorſque la Section paſſe par le ſommet de l'axe, c'eſt-à-dire, lorſque AQ ou $t = 0$.

Premier Cas, lorſque $t = a$.

Si l'angle du plan coupant avec l'axe eſt plus grand que celui du côté du Cone avec le même axe, c'eſt-à-dire, ſi *FK*, p, eſt plus grand que *DE*, n, on voit que la Section *QM*

coupera le côté AB, & ſera par conſéquent une Ellipſe. Auſſi dans ce cas le coëfficient de ss devient négatif, & étant ſuppoſé $= A$, l'Equation devient $-Ass + \frac{2nna}{\sqrt{1+pp}} s + nnaa = zz$, qui eſt à l'Ellipſe.

Si l'angle du plan coupant avec l'axe eſt égal à celui du côté du Cone avec le même axe, ou ſi p eſt égal à n, on conçoit que la Section ſera parallele au côté AB; ce ſera donc une Parabole. Auſſi l'Equation devient-elle alors $\frac{2nna}{\sqrt{1+nn}} s + nnaa = zz$, qui eſt à la Parabole.

Si l'angle du plan coupant eſt moindre que celui du côté du Cone avec l'axe, ou ſi p eſt plus petit que n, la Section prolongée paſſera entre l'axe & la Section parallele au côté; ce ſera par conſéquent une Hyperbole. On trouvera auſſi, après la ſubſtitution, que le coëfficient de ss eſt poſitif, & le faiſant égal à A, l'Equation devient $+Ass + \frac{2nna}{\sqrt{1+pp}} s + nnaa = zz$, à l'Hyperbole.

Si le plan coupant ne fait point d'angle avec l'axe, c'eſt-à-dire, ſi l'axe du Cone ſe trouve dans le plan coupant, la Section ſera ce qu'on appelle le Triangle par l'axe, & l'on aura, en faiſant p égal à zero, $\pm ns \pm na = z$, Equation qui repréſente les deux lignes droites que donne en ce cas la Section.

Enfin ſi l'angle du plan coupant avec l'axe eſt droit, ce qui arrivera quand p ſera infini, la Section ſera un Cercle, & l'Equation ſe réduira à $-ss + nnaa = zz$ qui appartient au Cercle.

Les deux derniéres ſuppoſitions retombent viſiblement dans le cas des précédentes, car p ne peut être égal à zero qu'il ne ſoit plus petit que n, ni égal à l'infini, ſans être plus grand que n. Auſſi le Triangle par l'axe & le Cercle qui réſultent des deux derniéres ſuppoſitions ſont-ils, rigoureuſement parlant, des cas particuliers des ſuppoſitions précédentes qui ont donné l'Ellipſe & l'Hyperbole ; car la Section par

l'axe eſt réellement une Hyperbole, dont la puiſſance eſt zero, ou qui s'eſt confondüe avec ſes aſymptotes comme le Cercle eſt une Ellipſe dont les deux axes ſont égaux.

Second Cas, lorſque $t = 0$.

Maintenant ſi on ſuppoſe que la Section paſſe par le ſommet de l'axe, c'eſt-à-dire, ſi t eſt égal à zero, on pourra refaire encore les cinq mêmes ſuppoſitions.

Si on fait p plus grand que n, on conçoit que la Section n'entame point le Cone qu'elle ne rencontre qu'au ſommet en un ſeul point. On voit alors, par la ſubſtitution, que le coëfficient de ss devient négatif, & qu'en le faiſant égal à A, l'Equation ſera $-Ass = zz$, ou $0 = Ass + zz$, qui eſt l'Equation d'une Ellipſe dont les axes ſont o, c'eſt-à-dire, d'une Ellipſe dont les axes ont diminué tant que t a décrû, & qui devient un point lorſque $t = 0$.

Si on ſuppoſe p égal à n, on voit qu'il n'y aura point encore de Section, proprement dite, puiſque le plan, au lieu de couper le Cone, ne fait que le toucher. Auſſi dans ce cas on aura $z = 0$, Equation à la ligne droite, qui eſt alors le côté du Cone. On voit que les ordonnées verticales exprimées par z, décroiſſent tant que le plan coupant approche du côté du Cône, & s'anéantiſſent lorſque le plan ceſſe de couper le Cone, & ne fait plus que le toucher.

Si p eſt plus petit que n, la Section paſſera entre l'axe & le côté du Cone, & elle formera un angle. Auſſi dans l'Equation le coëfficient de ss devient alors poſitif, & le faiſant égal à A, on aura $+ Ass = zz$, qui eſt à deux droites.

Si p eſt ſuppoſé égal à zero, il eſt clair que la Section ſera celle qu'on nomme le Triangle par l'axe, & l'on aura $\pm ns = z$, qui eſt encore une Equation à deux droites.

Enfin ſi l'on fait p égal à l'infini, ou l'angle de la Section droit, elle ne paſſera que par le ſommet du Cone en un point. La ſubſtitution donne en ce cas $-ss = zz$, ou $0 = ss + zz$, qui eſt l'Equation à un Cercle dont le rayon eſt o,

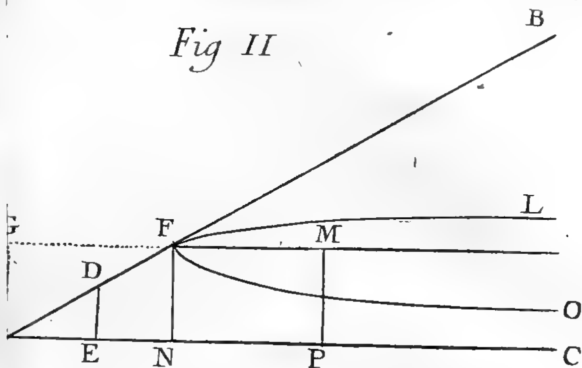
c'eſt-à-dire, un point qui deviendroit un Cercle, ſi t, qu'on a ſuppoſé égal à zero, avoit une valeur réelle.

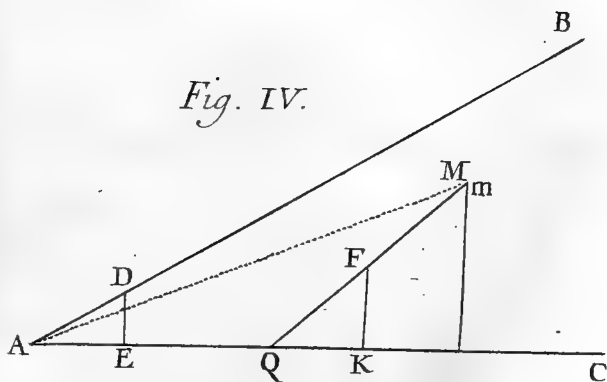
On peut voir ici d'un coup d'œil le réſultat des cinq valeurs qu'on a données à p dans chacune des deux ſuppoſitions de $t = a$ & de $t = 0$.

L'Equation $\frac{nn - pp}{1 + pp} ss + \frac{2nnt}{\sqrt{1 + pp}} s + nntt = zz$ prendra toutes les formes ſuivantes dans les ſuppoſitions des différentes valeurs qu'on peut donner à t & à p.

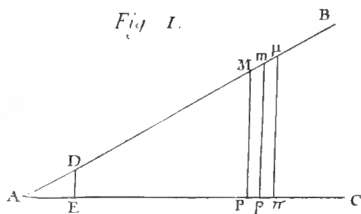
	Premier Cas, lorſque t = a.	*Sec.d Cas, lorſque* t = o.
Si $p > n$,	$-Ass + \frac{2nna}{\sqrt{1+pp}} s + nnaa = zz$. (qui eſt à l'Ellipſe.)	$0 = Ass + zz$ (à l'Ellipſe devenüe un point, quand ſes axes ſont o.)
Si $p = n$,	$\frac{2nna}{\sqrt{1+pp}} s + nnaa = zz$ (à la Parab.)	$0 = z$ (à la Droite.)
Si $p < n$,	$+Ass + \frac{2nna}{\sqrt{1+pp}} s + nnaa = zz$. (à l'Hyp.)	$+Ass = zz$ (à deux Droites.)
Si $p = 0$;	$\pm ns \pm na = z$ (à deux Droites.)	$\pm ns = z$ (à deux Droites.)
Si $p = \infty$;	$-ss + nnaa = zz$ (au Cercle.)	$0 = ss + zz$ (au Cercle dont le rayon eſt zero.)

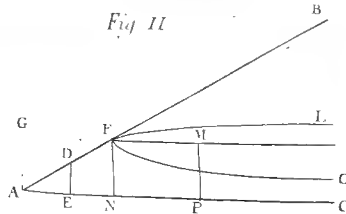
Aucune des ſuppoſitions précédentes où l'axe du Cone a toûjours été ou coupé ou atteint par la Section, ne convient à la Section parallele à l'axe, qui doit encore, comme on ſçait, être une Hyperbole. Comme celle-ci ne fait aucun angle avec l'axe, pour la trouver par le moyen de l'Equation à la ſurface dont on a tiré toutes les autres Sections, il n'y a aucune ſubſtitution à faire en la place de *KF*, p, ni de *AQ*, t, (*Fig. 4.*) & il ſuffit de déterminer la diſtance du plan coupant, à l'axe du Cone, en donnant une valeur conſtante à la variable *QM*, s. Subſtituant donc uniquement a au lieu de s dans l'Equation, on aura $+Aaa + \frac{2nnt}{\sqrt{1+pp}} a$ +

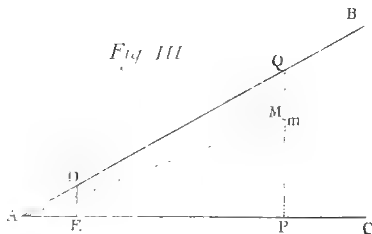


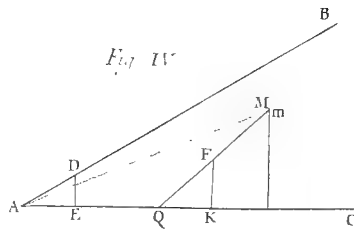


Ph. Simonneau Sculp


Fig. I.
B
M
m
μ
D
A
E
P
p
π
C


Fig. II.
B
G
F
L
D
M
O
A
E
N
P
C


Fig. III.
B
Q
M
m
D
A
E
P
C


Fig. IV.
B
M
m
F
D
A
E
Q
K
C

$+ nntt = zz$, qui eſt à l'Hyperbole. On pourroit également prendre la diſtance du plan coupant à l'axe ſur l'ordonnée z, en faiſant $z = a$, au lieu de $s = a$, & l'on auroit $+ Ass + \frac{2nnt}{\sqrt{1+pp}} s + nntt = aa$, qui eſt pareillement à l'Hyperbole, & le plan de cette derniére couperoit à angles droits celui de la précédente, les ordonnées z ayant été ſuppoſées perpendiculaires au plan des t & des s.

Donc de l'Equation $\frac{nn - pp}{1+pp} ss + \frac{2nnt}{\sqrt{1+pp}} s + nntt = zz$ à la ſurface conique, on déduit les Equations à chaque Section en particulier, ce qu'on s'étoit propoſé de démontrer.



SECOND MEMOIRE
SUR LA
CONSTRUCTION DES THERMOMETRES, DONT LES DEGRÉS SONT COMPARABLES;

Avec des Expériences & des Remarques sur quelques propriétés de l'Air.

Par M. DE REAUMUR.

6 Juin 1731.

TANT que les degrés des Thermometres ont été pris presque arbitrairement, tant que différents Thermometres ont exprimé les mêmes changements de froid & de chaud par des nombres de degrés inégaux, il étoit assés inutile de chercher à y corriger quelques imperfections, qui, quoique considérables, étoient légéres en comparaison de celles qui naissoient essentiellement de leur construction. Mais à présent que nous avons des principes sur lesquels on peut faire des Thermometres dont les marches soient les mêmes, lorsqu'ils seront exposés à un Air également chaud ou froid, qui exprimeront les différents degrés de chaud & de froid de l'Air de différentes Saisons & de différents Pays, en degrés qui seront comparables, nous aurions tort de ne pas songer à leur procurer toutes les perfections dont ils sont susceptibles, de ne pas chercher à remédier à tout ce qui pourroit troubler la régularité de leur marche, s'il reste encore quelque chose qui la puisse troubler.

Dans le Mémoire, dont celui-ci est une suite*, nous avons établi les Principes sur lesquels ces Thermometres doivent être construits, pour que leurs marches soient exactement comparables, & nous y avons décrit les procedés qui conduisent à les construire sur ces mêmes principes. Il n'y a eu qu'un article sur lequel nous ne nous sommes pas

* Mem. de l'Ac. 1730. p. 452.

expliqués, & sur lequel nous avons averti qu'il nous restoit à nous expliquer plus au long ; c'est sur les précautions avec lesquelles il convient de les sceller. Cet article ne pouvoit être traité dans toute l'étenduë nécessaire, à la fin d'un Mémoire déja très-long; il fournira lui seul la matiére de deux autres Mémoires, parce qu'il nous a engagé à faire diverses expériences qui ne sont pas seulement propres à rendre les Thermometres plus parfaits, elles nous apprendront des faits qui m'ont paru curieux par eux-mêmes, & qui pourront donner des éclaircissements sur les causes trop peu connuës de quelques autres faits regardés comme singuliers par les Physiciens.

Les Thermometres ausquels nous allons nous fixer actuellement, sont donc ceux qne nous avons appris à construire dans le Mémoire déja cité. Il seroit inutile d'avoir présentes toutes les petites pratiques au moyen desquelles on y parvient, mais il est essentiel de se rappeller les principes sur lesquels leur construction est fondée, ce qui les caractérise. Leur figure est précisément la même que celle des Thermometres à Esprit de Vin, qui sont les plus communs ; ils sont composés d'une Boule, ou d'une Boîte de Verre, à laquelle est scellé un Tuyau aussi de Verre, & tout droit ; mais au lieu que ceux qu'on a faits ci-devant, étoient remplis d'un Esprit de Vin pris, pour ainsi dire, au hazard, les uns d'un Esprit de Vin rectifié, les autres d'un Esprit de Vin foible, d'une espece d'Eau-de-Vie, & tous d'un Esprit de Vin, dont la qualité est ignorée par ceux qui observent ces Thermometres, les nouveaux Thermometres sont remplis d'un même Esprit de Vin, ou au moins ils doivent apprendre la qualité de l'Esprit de Vin dont ils sont remplis, qui est déterminée par le plus ou moins de dilatabilité dont il est susceptible. Celui qu'on a pris par préférence est tel, que son volume étant réduit à 1000 parties par le froid de l'eau qui commence à se géler, est augmenté de 80 parties par le plus grand degré de chaleur que l'eau boüillante puisse lui communiquer, sans le faire boüillir. Le froid de l'eau qui commence à se géler,

le froid de la glace qui commence à se former, tel que celui de la glace qu'on produit par art en Eté, & que nous avons nommé *congélation artificielle de l'eau*, est le terme d'où l'on commence à compter les degrés de ce Thermometre. Ils y sont divisés en deux suites, ceux de l'une s'élevent au dessus, & ceux de l'autre descendent au-dessous du terme de la congélation. Les degrés montants marquent combien l'Esprit de Vin s'est dilaté, & sont appellés degrés de dilatation. Les degrés descendants marquent combien l'Esprit de Vin s'est condensé plus qu'il ne l'est par la congélation de l'eau, & ils sont appellés *degrés de condensation.*

Mais ce qui fait le vrai caractere de ces sortes de Thermometres, c'est que leurs degrés ne sont pas des portions de la longueur du Tuyau arbitrairement prises; les capacités de tous les degrés sont égales, elles contiennent chacune un volume égal de liqueur, & le volume contenu dans chaque degré est connu, il est une milliéme partie du volume de l'Esprit de Vin qui a pris le degré de froid de l'eau qui commence à se géler. Ainsi lorsque l'Esprit de Vin s'est élevé de 20 degrés au-dessus du terme de la congélation de l'eau, le volume de l'Esprit de Vin, qui étoit 1000 à ce terme, est devenu 1020, il s'est dilaté de 20 parties. Si l'Esprit de Vin se trouve 10 degrés au-dessous du terme de la congélation, on sçait que son volume qui, à ce terme étoit 1000, n'est plus que 990, ou qu'il s'est condensé de 10 parties.

Nous supposons connuës les pratiques qui conduisent à faire des Thermometres qui ayent les qualités que nous venons d'exiger, ou qu'on en a de tels, & qu'il ne reste plus qu'à sceller l'extrémité supérieure de leur Tuyau : car je ne mets point en question actuellement, s'il convient de la sceller, ou non. Les premiers Thermometres, comme toutes les nouvelles productions de l'art, étoient encore très-imparfaits, on laissoit le bout de leurs Tubes ouverts; on songea à les sceller, dès qu'on chercha à les rendre durables, & plus aisés à transporter : on a toûjours sçû apparemment que de l'Esprit de Vin ne conserveroit pas long-temps sa force dans un vase ouvert.

Mais la queſtion que j'ai propoſée dans le premier Mémoire, & que j'ai remiſe à diſcuter dans celui-ci, eſt de ſçavoir s'il convient de laiſſer dans la partie ſupérieure du Tube, un air à peu-près auſſi condenſé que l'Air que nous reſpirons, ou s'il eſt mieux d'y laiſſer un air extrêmement rarefié. Si le Thermometre eſt conſtruit en Hiver, & qu'on renferme dans ſon Tube un air à peu-près auſſi condenſé que l'eſt celui qui nous environne, alors le riſque que courra l'Inſtrument dans les Saiſons plus chaudes, eſt aiſé à prévoir; la liqueur comprimera de plus en plus, en s'élevant, un air qui fait lui-même effort pour occuper plus d'eſpace qu'il n'en occupoit, lorſqu'il a été renfermé; la Boule mince du Thermometre ne réſiſtera pas à cet effort; elle pourra être caſſée par un air renfermé dans un temps aſſés doux, lorſque ſa liqueur ſera rarefiée par la chaleur de certains jours d'Eté.

Cet accident n'eſt point à craindre ſi l'air contenu dans le Tube eſt extrêmement rare, ſi la place qu'on lui a laiſſée eſt beaucoup plus grande que celle qu'il occupoit, lorſqu'il en étoit dehors. Il eſt très-aiſé de renfermer dans le Tube d'un Thermometre une auſſi petite quantité d'air qu'on voudra, ſur-tout ſi on a pris ſoin de faire renfler le bout ſupérieur du Tube en une Boule, & qu'il ſe termine enſuite par un Tuyau capillaire, long de quelques pouces. Mais il reſte à examiner ſi le Thermometre, à qui on a laiſſé ſi peu d'air, n'eſt pas ſujet à bien des changements; peut-être même n'eſt-il pas bien ſûr que le Thermometre à qui on en a laiſſé très-peu, ne ſoit pas en riſque d'être caſſé, dans la ſuite des temps, par l'air qui s'y trouvera trop à l'étroit.

Une ſeule expérience, mais que j'ai répétée bien des fois, nous apprendra tout ce qui peut être à craindre de l'Air trop rarefié qu'on laiſſe dans les Thermometres, & nous mettra ſur la voye de parvenir à en conſtruire dont les marches ne ſeront ſujettes qu'aux variations qu'elles doivent marquer, pour en avoir qui ne ſoient ni ſujets à ſe caſſer, ni à être altérés, ſoit par le chaud, ſoit par le froid.

J'ai paru incliner ailleurs pour laiſſer l'Air des Thermo-

metres dans un état moyen entre celui de l'Air qui nous environne, & celui d'un Air très-rarefié, c'eſt-à-dire, à ne renfermer dans les Thermometres qu'un Air rarefié environ une ou deux fois plus que l'Air ordinaire. Pour en renfermer de tel dans le Tube, je commençois par mettre la Boule dans de l'eau, chaude à un point tel que ſa chaleur ſuffiſoit pour faire élever la liqueur preſque juſqu'au haut du Tube. Dès qu'elle y étoit arrivée, je retirois la Boule de l'eau, je differois de ſceller juſqu'à ce que la liqueur laiſſât un eſpace vuide à peu-près capable de contenir la quantité d'Air que j'y voulois renfermer.

Après avoir ſcellé de la ſorte pluſieurs Thermometres, & après avoir donné le temps à la liqueur de deſcendre au point où la température de l'Air vouloit qu'elle fut, quand je ſuis venu à les comparer avec d'autres, dont les bouts des Tubes étoient reſtés ouverts, j'ai obſervé des différences auſquelles je ne m'attendois pas. La liqueur des Thermometres nouvellement ſcellés, étoit quelquefois quatre à cinq degrés plus haut que celle des autres, & pour l'ordinaire au moins de deux degrés. Il eſt vrai que chaque jour, elle ſe rapprochoit du vrai terme : celle de tel Thermometre qui après le premier jour étoit trop élevée de quatre ou cinq degrés, après le ſecond jour n'étoit trop élevée que de trois à quatre degrés, & le troiſiéme jour elle n'étoit trop élevée que deux ou trois degrés. Ainſi de jour en jour l'excès de l'élevation diminuoit, mais il ne diminüoit pas auſſi conſidérablement, à beaucoup près, qu'il avoit diminué dans les premiers jours. Il y a eu tel Thermometre dont la liqueur s'eſt tenüe encore trop élevée d'un degré au bout de trois à quatre ſemaines.

La cauſe de cette élévation excédente s'offroit en partie à qui obſervoit journellement les Thermometres nouvellement ſcellés ; lorſqu'après les avoir laiſſés ſuſpendus pendant environ 24 heures, on venoit à les toucher, & ſur-tout à les incliner en divers ſens, on déterminoit une groſſe bulle d'air à monter de la Boule dans le Tube ; elle y occupoit tantôt plus, tantôt moins d'étendüe; quelquefois ſon volume

n'étoit que d'une portion de degré, & quelquefois il étoit d'un degré entier, ou même de plusieurs degrés; d'ailleurs celui d'une même bulle n'étoit ni fixe, ni ne devoit l'être, il croissoit à mesure que la bulle s'élevoit davantage.

Enfin lorsque la grosse bulle d'air se dégageoit de l'Esprit de Vin du Thermometre, l'Esprit de Vin descendoit dans le Tube, mais il s'y trouvoit encore plus haut qu'il ne l'étoit dans des Thermometres bien réglés. J'avois néantmoins beau tenter de faire monter de nouvelles bulles, c'étoit inutilement, au moins pour ce temps-là. Il n'y avoit pourtant nul doute que ce qui restoit d'excès d'élévation à la liqueur ne fut dû à de l'air; mais cet air qui tenoit la liqueur plus élevée, qui lui donnoit une augmentation de volume apparente, lui en donnoit une réelle; je veux dire, cette augmentation de volume étoit-elle dûë à de nouvel air qui se fût joint, qui se fût uni à l'Esprit de Vin du Thermometre? Nous sçavons combien l'Esprit de Vin, l'Eau & plusieurs autres liqueurs sont chargées d'Air, qu'elles en sont plus chargées en certaines circonstances que dans d'autres. Nous sçavons, par exemple, que si l'on fait boüillir de l'eau, on chasse une partie de l'Air qui y étoit contenu. Il en arrive de même à l'Esprit de Vin qu'on fait boüillir, & cela ne dispose pas à penser que l'augmentation du volume de l'Esprit de Vin de nôtre Thermometre fut produite par de nouvel Air dont il se fût saisi, car la seule différence qu'il y eût entre la maniére dont nous avions traité cet Esprit de Vin, & celle dont nous avions traité l'Esprit de Vin qui avoit moins de volume dans des Thermometres bien réglés, étoit qu'on lui avoit fait prendre un assés grand degré de chaleur avant de sceller le Thermometre, & qu'on n'avoit pas fait prendre ce degré de chaleur à celui des autres. Il est donc bien plus probable qu'on l'avoit privé d'une partie de son air, qu'il n'est probable que de nouvel air y eût été introduit.

Il est vrai aussi que cet Esprit de Vin avoit perdu de son air, mais la façon dont s'étoit placé une partie de celui qui lui est resté, est la cause de l'effet que nous examinons. Une

expérience rapportée à la fin du premier Mémoire * eſt très-propre à nous en donner l'idée que nous en devons prendre, & d'autres expériences la démontreront vraye, autant qu'une explication phyſique peut être démontrée.

* Mem. de l'Ac. 1730. p. 452.

L'expérience que je veux rappeller ici, eſt celle où au lieu de ſuſpendre le Thermometre, tiré de l'eau chaude, dans la poſition verticale, où on le place ordinairement, je l'ai couché preſque horiſontalement, c'eſt-à-dire, de façon que la partie ſupérieure de la Boule étoit plus élevée, ou auſſi élevée que le bout du Tube. Quand le volume de l'Eſprit de Vin, qui ſe refroidiſſoit, eſt venu à diminuer, le vuide qui ſe fait dans le Tube, lorſqu'il eſt dans une poſition plus élevée que la Boule, ſe faiſoit dans le haut de la Boule même. J'obſervois ce vuide à meſure qu'il ſe formoit, & qu'il s'étendoit; je voyois de toutes parts des bulles ſe rendre à la ſurface de la liqueur, & ſur-tout à ſes bords, où elles ſe crévoient ſans doute, & ſe joignoient à ce qui rempliſſoit le vuide, ou l'eſpace abandonné par l'Eſprit de Vin. Nous n'examinons point encore l'état de l'Air qui rempliſſoit ce vuide; tout ce que nous voulons faire remarquer dans cette expérience, c'eſt que lorſque de l'Eſprit de Vin, qui n'eſt pas comprimé par un poids égal à celui de l'Atmoſphere, ſe refroidit, qu'il s'en dégage des bulles d'air; que ces bulles qui ſont d'une extrême petiteſſe, quand elles arrivent au bord de l'eſpace vuide, ſont peut-être compoſées chacune de milliers de petites bulles. Quand une bulle part, ſoit du fond, ſoit du milieu de la liqueur, toutes celles qu'elle trouve dans ſon chemin s'y réüniſſent, de ſorte que telle bulle qui arrive à la ſurface, ſi petite que tout ce que les yeux peuvent faire eſt de l'appercevoir, n'eſt cependant que l'amas d'un très-grand nombre d'autres bulles, & d'un nombre beaucoup plus grand qu'on ne ſe l'imagine. Si nous faiſons faire tant d'attention à l'extrême petiteſſe des bulles d'air, pour ainſi dire élementaires, qui ſe dégagent de l'Eſprit de Vin, c'eſt que nous voulons diſpoſer à penſer qu'entre ces bulles, qui ſe ſont déſunies de l'Eſprit de Vin, qui ne font plus corps

avec

avec lui, qu'il peut y en avoir des milliers qui ſe trouvent hors d'état de s'élever à ſa ſurface; l'effort qu'elles font pour monter, n'eſt pas capable de vaincre la réſiſtance qui naît, tant de leur adhérence aux parties de l'Eſprit de Vin qui les environne, ou de leur frottement contre ces parties, que de celle qui vient de la difficulté de ſéparer les parties du liquide qu'elles trouvent en leur chemin. En un mot, leur petiteſſe eſt cauſe qu'elles ſont retenuës dans l'Eſprit de Vin, comme des bulles d'air très-groſſes ſont retenuës dans une liqueur graſſe.

Imaginons donc que dans nôtre Eſprit de Vin, il eſt reſté des milliers de ces petites bulles parſemées, & nous devons dès-lors concevoir que ſon volume eſt augmenté. Cet air ainſi logé dans l'Eſprit de Vin, y occupe bien autrement de place qu'il n'en occupoit uni à ce liquide, lorſqu'il faiſoit corps avec lui. Il eſt hors de doute que l'Eſprit de Vin aura alors un plus grand volume apparent. Tout ce qui peut donc ſembler douteux, c'eſt s'il eſt bien vrai que nôtre Eſprit de Vin ſoit alors réellement rempli de bulles d'air qui ne font plus corps avec lui. Nous avons fait imaginer que cela pouvoit être, mais il faut prouver que cela eſt.

L'incompreſſibilité de l'Eſprit de Vin, de l'Eau, & généralement celle des liqueurs eſt connüe des Phyſiciens ; ils l'admirent, & n'admirent peut-être pas moins la prodigieuſe compreſſibilité de l'Air. Mais ils ſçavent qu'à ces liqueurs, qui ne cedent à aucune compreſſion, eſt cependant incorporée une grande quantité d'Air ; que tant que l'Air leur eſt uni, cet Air ne peut pas plus être comprimé que la liqueur avec laquelle il fait corps ; il a perdu la propriété de ſe laiſſer comprimer en s'y uniſſant. Si une liqueur eſt compreſſible en quelque cas, ce ne pourra donc être que parce qu'elle renferme quelque matiére compreſſible ; en un mot, ſi l'Eſprit de Vin de nos Thermometres eſt compreſſible en quelque cas, ce ne peut être que parce qu'il y aura de l'air logé dans cet Eſprit de Vin, qui aura conſervé la propriété de ſe laiſſer comprimer, & qui par conſéquent ne fait point

corps avec l'Eſprit de Vin. Que cela ſoit ainſi dans nôtre cas, en voilà pluſieurs preuves.

Qu'on obſerve le degré où eſt l'Eſprit de Vin dans le Thermometre où il eſt trop élevé, & le degré où il eſt dans un Thermometre bien réglé. Que la différence entre les hauteurs ſoit de trois degrés, par exemple; qu'on déſcelle le Thermometre dont la liqueur eſt montée trop haut, on la verra deſcendre dans l'inſtant même qu'il aura été déſcellé; & elle deſcendra plus ou moins, ſelon que l'air qui occupoit la partie ſupérieure du Tuyau étoit plus ou moins rarefié, c'eſt-à-dire, ſelon qu'il étoit plus éloigné d'égaler par la force de ſon reſſort celle du poids de l'Atmoſphere ; tantôt il deſcendra d'un, tantôt de deux, ou de deux degrés & demi; ſelon que l'augmentation de la charge eſt plus ou moins grande ſur la liqueur du Thermometre, cette liqueur deſcend plus ou moins. Mais ce n'eſt pas l'Eſprit de Vin qui ſe laiſſe ainſi comprimer, il eſt capable de ſoûtenir les plus grands poids ſans perdre de ſon volume; c'eſt donc l'Air, qui y eſt contenu, qui a cedé à la nouvelle force, c'eſt cet Air qui s'eſt laiſſé comprimer.

Sans déſceller nos Thermometres, on peut même avoir preuve que le trop d'élevation de leur liqueur eſt dûë à l'air qu'elle renferme, & qui n'y eſt pas uni. La preuve, dont nous voulons parler, ſera d'autant plus ſenſible qu'il y aura moins d'air dans la partie ſupérieure du Tuyau, & que le nombre des degrés excédents ſera plus grand. Qu'il ſoit, par exemple, de quatre à cinq degrés, & qu'on remarque exactement celui où eſt la liqueur, pendant que le Thermometre eſt dans une poſition verticale : qu'on l'incline enſuite juſqu'à mettre le Tube dans une poſition très-inclinée; à meſure qu'on l'inclinera, on verra le volume de la liqueur augmenter, elle parviendra à occuper un ou deux degrés de plus qu'elle n'occupoit, lorſque le Thermometre étoit droit. A meſure qu'on incline le Thermometre, on diminuë la hauteur de la colomne d'Eſprit de Vin qui chargeoit celui de la Boule, ou, ce qui revient au même, la charge qui preſſoit l'air

renfermé dans cet Esprit de Vin; son ressort, alors, est en état de se developper davantage; le volume de l'air augmente réellement, & celui de l'Esprit de Vin paroît augmenter.

Le seul doute qu'on pourroit avoir c'est si l'Air qui se laisse alors comprimer, est réellement parsemé dans l'Esprit de Vin en une infinité de petites bulles, ou si toutes ces bulles ne sont point simplement distribuées sur la surface intérieure de la Boule, où elles sont adhérentes au Verre. Cette derniére hypothese m'avoit paru suffire; mais en la supposant vraye, il me sembloit que lorsque je ferois parcourir successivement toute la surface de la Boule de Verre à une grosse bulle d'air, d'un pouce de diametre ou plus, que l'air qui se seroit attaché aux parois de la Boule se réüniroit à celui de la grosse bulle, que lorsque j'aurois fait monter cette bulle, ainsi grossie, au haut du Tube, que la liqueur se devroit trouver au véritable point. Il est bien arrivé quelquefois, qu'après qu'une bulle a été ainsi promenée dans la Boule, que la liqueur s'est trouvée un peu plus bas qu'elle n'étoit auparavant, mais jamais il n'est arrivé qu'elle soit descendüe autant que je croyois qu'elle devoit descendre pour vérifier cette explication. Après tout, dès que des bulles d'air seront supposées excessivement petites, je ne vois pas qu'on se doive faire quelque peine de concevoir qu'elles puissent conserver long-temps leur place dans une liqueur qui n'est pas agitée. J'ai vû d'ailleurs que si on agite le Thermometre, que si on le renverse de haut en bas plusieurs fois dans un jour, qu'il est bien plûtôt remis à son véritable point qu'il ne s'y remet lorsqu'on le laisse tranquille; les mouvements qu'on donne à la liqueur sont cause que de petites bulles viennent à se rencontrer, que réünies plusieurs ensemble, elles en sont plus en état de se dégager.

Dès que l'Esprit de Vin est quelquefois dilaté par un Air compressible, il en résulte qu'un Thermometre construit avec beaucoup de soin, où tout a été exactement mesuré, se trouve dans la suite dérangé, lorsqu'on a fait chauffer sa liqueur

avant de le sceller; il doit donc paroître à craindre qu'un Thermometre qui étoit très-juste, ne se déregle après qu'il aura souffert les chaleurs de certains jours d'Eté.

M. Volff a fait mention d'un dérangement tout opposé à celui dont nous venons de parler, qui a dû être remarqué par ceux qui ont fait des observations pendant le froid sur les Thermometres ordinaires, & dont j'ai parlé dans mon premier Mémoire. Un Thermometre exposé à l'air extérieur, sur une fenêtre, qui a marqué un certain degré de froid, lorsque l'eau géloit dans les environs, & qui est descendu ensuite de plusieurs degrés, parce que le froid est augmenté, quand le froid vient à diminuer, ce Thermometre ne semble pas remonter autant qu'on le devroit attendre. La glace & la nége des environs se fondent, & sa liqueur se trouve plus bas que lorsque la glace se formoit. Je m'étois proposé de suivre, pendant le dernier Hiver, ce Phénomene plus attentivement que je ne l'avois fait ci-devant, pour être plus en état d'en trouver la véritable cause, mais mes Thermometres ne me l'ont point fait voir; peut-être qu'il n'y a que la marche de ceux dont les Tuyaux sont capillaires, qui se dérangent en pareil cas. Il n'est pourtant pas sûr que les Thermometres nous trompent toûjours, lorsqu'ils nous marquent dans certains jours où la glace se fond, un degré de froid plus grand que celui qu'ils marquoient dans d'autres jours où l'eau se géloit à la campagne. Nous verrons dans le Mémoire qui suivra celui-ci, que certaines circonstances peuvent faire que la glace se fonde, quoique l'air ait plus de froid qu'il n'en faut pour géler l'eau. M. Volff a attribué avec beaucoup de vrai-semblance, le trop grand abbaissement de la liqueur, dans le cas dont nous venons de parler, à l'air qui s'est dégagé de l'Esprit pendant le grand froid; il croit que le volume de l'Esprit de Vin se trouve diminué par la quantité d'air qui s'en est dégagée, de tout ce dont il paroît trop bas. Je l'eusse pensé comme lui, si les expériences que nous rapporterons bien-tôt, ne m'eussent appris que cette cause n'est pas capable de produire un effet si sensible. Je croirois donc

plus volontiers qu'il eſt dû à de l'air qui, ſans être entiérement mêlé avec l'Eſprit de Vin, s'y trouvoit engagé, à de l'air qui a commencé à ſe détacher de l'Eſprit de Vin vers le temps où cette liqueur a pris le degré de froid de la congélation. Ce même air, après avoir tenu l'Eſprit de Vin trop haut, le laiſſe retomber, lorſqu'il s'en échappe par la ſuite. Au reſte, le principe ſur lequel M. Volff a raiſonné, ſçavoir, que le grand froid chaſſe beaucoup d'Air des liquides, eſt très-ſûr. Le Profeſſeur Italien, qui le lui a conteſté pour tous les cas, autres que celui où les liquides ſe gélent, n'a pas fait attention aux expériences qui l'établiſſent ſolidement, pour tous les cas où les liquides ſe refroidiſſent conſidérablement.

Un Obſervateur attentif ne laiſſeroit pas de faire des obſervations exactes avec nos Thermometres, lors même que la régularité de leur marche auroit été troublée par l'accident dont nous venons de parler; pour peu qu'il ſoupçonnât qu'il y a du deſordre, il s'en aſſûreroit, en vérifiant ſon Inſtrument, de la maniére dont nous avons recommandé de le vérifier dans le premier Mémoire, c'eſt-à-dire, en l'expoſant à la congélation artificielle de l'eau. Si la liqueur ne deſcendoit pas juſqu'au terme où ce degré de froid la doit faire deſcendre, s'il s'en falloit un ou deux degrés, il verroit qu'il y auroit un ou deux degrés à déduire, juſqu'à ce qu'une vérification reïtérée lui eût appris que le Thermometre ſe ſeroit rétabli. Mais à vrai dire, il vaut mieux avoir un Thermometre qui ne ſoit pas ſujet à un tel dérangement. D'ailleurs dans le temps du dérangement, il y auroit peut-être une autre correction à faire que celle dont nous venons de parler, c'eſt un volume d'Air qui donne les degrés excédents, le Thermometre eſt donc alors & à Eſprit de Vin & à Air.

Le Thermometre ainſi dérangé, peut ſe rétablir de deux maniéres; dont la premiére eſt, lorſque l'Air rentre dans l'Eſprit de Vin d'où il a été chaſſé. Les curieuſes expériences de M. Mariote nous ont appris que l'Eſprit de Vin & l'Eau reboivent l'Air qu'on en a fait ſortir. Mais toutes les expériences de la

Machine pneumatique nous montrent que les liqueurs conſervent d'autant moins d'Air, que le poids dont elles ſont chargées eſt moins grand, & nous montrent, en même temps, une ſeconde maniére dont la marche du Thermometre peut être rétablie. Comme l'air, que nous laiſſons dans la partie ſupérieure du Tube eſt rarefié, il n'eſt pas en état de contenir dans l'Eſprit de Vin tout l'air qui y eſt engagé, & à plus forte raiſon d'y faire rentrer tout celui qui s'en dégage; la marche de nôtre Thermometre ſe rétablira donc le plus ſouvent, parce que l'Air qui s'eſt échappé de la liqueur trouvera moyen de s'élever au-deſſus de ſa ſurface. On a ignoré juſqu'ici combien il s'en peut dégager de la ſorte, & ſi avec le temps cette partie du Tuyau que nous avons eu deſſein de ne remplir que d'un Air rare, ne le ſera pas d'un Air de denſité approchante de celle de l'Air de l'Atmoſphere, & par conſéquent d'un Air qui, dans les grandes chaleurs, pourra faire caſſer les Boules.

Il ſeroit donc important pour la ſûreté des Thermometres, & pour nous ôter toute inquiétude ſur la régularité de leurs marches, de les mettre à l'abri des variations qui peuvent y être introduites par l'Air qui s'en dégage. Il s'en préſentoit un moyen auquel il étoit bien naturel d'avoir recours, c'eſt d'épuiſer l'Eſprit de Vin de cet Air qui produit tous les dérangements. Reſtoit à ſçavoir ſi l'opération étoit praticable, & ſi elle n'expoſeroit pas à de nouveaux inconvénients. C'eſt préciſément de quoi nous allons rendre compte, & ce qui fait le principal objet de ce Mémoire.

Nous connoiſſons trois différents moyens de dégager l'Air des liqueurs où il eſt incorporé, & nous avons déja dit quelque choſe de tous les trois, qui ſont, 1.° de diminuer la preſſion de l'Air extérieur, 2.° de chauffer la liqueur, 3.° de la refroidir. Les bulles, qui ſe voyent dans la glace, ont appris l'efficacité de ce troiſiéme moyen; elle a été confirmée par des obſervations que des Phyſiciens attentifs ont faites ſur les Thermometres, pendant de très-grands froids; ils ont apperçû alors de très-petites bulles, qui montoient de la Boule dans le Tube, & qui, arrivées à la ſurface de la

liqueur, se brisoient avec éruption, & produisoient des especes de petits jets de liqueur, de ces pétillements qu'on voit sur la surface de certains Vins légers. Ces trois moyens sont aussi les seuls, que nous connoissions, de dégager l'Air des liqueurs; & tous trois peuvent, en différents temps, faire échapper celui qui est contenu dans l'Esprit de Vin des Thermometres; & tous trois, par conséquent, peuvent ôter à leur marche, la régularité qu'on avoit pris tant de soin à donner.

Si nous pouvons parvenir à empêcher l'effet de ces trois causes, il semble que nous n'aurons plus à craindre que leur marche se démente. Tirons de l'Esprit de Vin, tout l'Air qui pourroit s'en échapper dans le Thermometre, soit par la diminution de la pression, soit par la chaleur, soit par le froid, & nous n'aurons plus à craindre que l'Air s'en dégage.

La liqueur de nos Thermometres est destinée principalement à nous marquer les degrés de froid & de chaud d'un Air qui puisse être respiré; un tel degré de chaleur est toûjours fort éloigné de celui qui fait boüillir l'eau. S'il eût été question d'épuiser l'Esprit de Vin d'Air, par le degré de chaleur que donne l'eau boüillante, peut-être n'eussé-je pas espéré d'y parvenir. On sçait qu'on a beau faire boüillir l'eau, qu'il lui reste toûjours beaucoup d'Air; qu'on lui en tire par le moyen de la Machine pneumatique, quelle qu'ait été la durée du temps pendant lequel on l'a fait boüillir. Mais il ne me paroissoit pas de même impossible d'épuiser l'Esprit de Vin de nos Thermometres, de tout l'Air qui en peut être tiré, par la plus grande chaleur des climats habités; & en même temps d'en faire sortir tout celui qui en peut sortir, lorsque la pression de l'Air qui agit dessus, est très-inférieure à celle de l'Atmosphere, & telle que la peut produire celle d'un Air dilaté, au point où il convient de le laisser dans le Thermometre, afin qu'il n'ait pas la force de faire casser la Boule pendant les grandes chaleurs. Quoiqu'on ne sçache pas jusqu'où la liqueur du Thermometre s'éleveroit dans les Pays les plus chauds, on sçait des termes jusques ausquels elle ne s'élevera pas. Cela supposé, il ne s'est ag-

que de tâcher de tirer de l'Esprit de Vin, tout l'Air qui peut être tiré par une chaleur beaucoup plus grande que celle des plus chauds climats; il n'en est point qui puisse faire monter la liqueur de nos Thermometres, à 50 ou 60 degrés; il n'en est pas même, peut-être, qui la puisse faire aller jusqu'à 40. L'eau dont la chaleur fait monter le Thermometre à près de ce terme, fond le suif.

J'ai ôté de dessus sa planche un Thermometre qui avoit au moins 60 degrés au-dessus du terme de la congélation de l'eau; je l'ai mis dans l'eau chaude, qui, sur le champ, a fait élever la liqueur dans le Tube, & je l'y ai laissé monter jusqu'à ce qu'elle ait été renduë auprès du bout du Tube. Alors j'ai retiré le Thermometre, & j'ai scellé le bout du Tube avec de la Cire, alliée à de la Térébenthine ; à peine restoit-il un demi-degré, ou un quart de degré entre la surface supérieure de la liqueur, & le bout du Tube dans l'instant que j'appliquois la Cire, & étoit occupé par de l'Air très-dilaté par la chaleur : la Cire molle, pressée par le doigt entroit assés avant, pour remplir partie de cet espace, de sorte que celui qui étoit laissé à l'Air, étoit extrêmement petit. Ce Thermometre ayant été ainsi scellé, je l'ai couché presque horisontalement, de façon que le bout supérieur du Tube n'étoit guére plus élevé que la partie supérieure de la Boule. Dans cette partie de la Boule, il s'est bien-tôt fait une bulle; elle a crû, à mesure que la liqueur s'est refroidie. Pour lui donner le temps de se refroidir, j'ai laissé le Thermometre en cet état pendant 10 ou 12 heures, & plus souvent pendant 24 heures. La bulle s'est étenduë, elle est devenuë un segment de Sphere, qui avoit pour base un cercle de plus de 14 à 15 lignes de diametre. Mais il ne s'agit pas actuellement de déterminer plus précisément la grandeur de cette bulle, ni l'état de l'Air qui la formoit. Quand j'ai crû qu'elle avoit acquis à peu-près la grosseur qu'elle pouvoit prendre, j'ai redressé le Thermometre, & ainsi j'ai conduit la bulle dans la partie supérieure du Tube, & j'ai regardé l'Esprit de Vin, comme privé de la quantité d'Air qui la formoit.

Alors

Alors j'ai déſcellé le Tube ſur le champ, & ſur le champ je l'ai remis dans l'eau chaude, qui, comme la premiére fois, a fait monter l'Eſprit de Vin juſqu'au haut du Tube. Auſſitôt j'ai retiré le Tube de l'eau, je l'ai ſcellé avec de la Cire; en un mot, j'ai repeté préciſément tout ce que j'avois fait dans la premiére expérience, le but de celle-ci étoit auſſi le même. J'ai donc couché le Thermometre, afin que l'air contenu dans l'Eſprit de Vin pût encore s'en dégager, & venir occuper la partie ſupérieure de la Boule. Il s'y en eſt rendu comme dans la premiére expérience, il s'y eſt formé une bulle ſenſiblement auſſi groſſe, & à peu près dans le même temps. Je l'ai fait ſortir comme la premiére; j'ai remis la Boule du Thermometre une troiſiéme fois dans l'eau chaude, & j'ai répété préciſément la manœuvre des deux premiéres expériences.

Je ne me ſuis pas tenu à faire de telles épreuves ſur un ſeul Thermometre, je les ai faites ſur pluſieurs en même temps; il y en a eu qui ont commencé à donner des bulles moins groſſes dès la ſeconde expérience; d'autres en ont donné d'une groſſeur à peu près égale, juſqu'après la quatriéme ou la cinquiéme. Ceux dont la groſſeur des bulles a diminué ſenſiblement, ont augmenté l'eſpérance que j'avois de purger l'Eſprit de Vin de tout l'air qui pouvoit en être pompé, par le moyen dont je me ſervois; mon eſpérance n'a pas été trompée. Il y a eu tel Thermometre dans la Boule duquel il ne s'eſt pas fait la plus petite bulle, après qu'il a eu paſſé par cinq ou ſix de nos épreuves. Il y en a eu même qui n'en ont plus donné à la quatriéme épreuve. Mais il y en a eu d'autres qui en ont ſoûtenu juſqu'à dix-huit ou vingt, avant de laiſſer ſortir tout celui qui en pouvoit être tiré par le degré de chaleur qui avoit agi ſur eux. Diverſes circonſtances, aiſées à démêler, ſont cauſe que des opérations ſemblables en apparence, n'ont pas un effet préciſément égal. Mais ce qui nous importe actuellement de ſçavoir, & ce qui étoit l'objet de toutes les épreuves précédentes, c'eſt qu'un certain degré de chaleur, pris au-deſſous

de celui de l'eau boüillante, peut faire ſortir de l'Eſprit de Vin, ſeulement une certaine quantité d'air; que quand il en a fait ſortir cette quantité d'air, qu'il n'en peut plus tirer; & qu'un degré de chaleur, pris entre celui-ci, & celui qu'avoit l'Eſprit de Vin refroidi, lorſqu'on a fait ſortir la bulle qu'il avoit donnée, n'eſt nullement capable de faire dégager de l'air de ce même Eſprit de Vin. De-là il ſuit que ſi le degré de chaleur qui l'a épuiſé d'air eſt plus grand qu'aucun de ceux par où paſſe l'air des Pays les plus chauds & habités, qu'il n'y a plus à craindre que la chaleur de l'air puiſſe produire des dérangements dans un Thermometre qui contient de l'Eſprit de Vin purgé d'air juſqu'au point que nous venons de l'en purger.

Quand des expériences, répétées deux ou trois fois ſur le même Thermometre, m'ont eu appris que le degré de chaleur, capable de faire monter la liqueur juſqu'au haut du Tube, n'étoit pas capable d'en faire dégager aucune bulle d'air, je l'ai fait ſceller à la lampe, après avoir laiſſé deſcendre ſa liqueur un peu plus bas que lorſque je le ſcellois à la Cire. Je l'ai remis ſur ſa planche, & je l'y ai laiſſé tranquille. Quand il y a eu pris le degré de température de l'air qui l'environnoit, alors ſa liqueur, loin de ſe trouver plus haut que celle des Thermometres bien reglés, comme il arrive à ceux qu'on ſcelle, ſans avoir épuiſé l'air de l'Eſprit de Vin, ſa liqueur, dis-je, a été plus bas; c'eſt à quoi on devoit s'attendre. Mais on ne ſe ſeroit peut-être pas attendu que malgré tout l'air que j'en avois fait ſortir, que la liqueur n'eût dû ſe trouver qu'environ un quart de degré au-deſſous du terme où elle ſe fût trouvée, ſi on lui eût laiſſé tout ſon air.

Ce qui me paroiſſoit ici le plus curieux, & le plus intéreſſant, c'étoit de ſçavoir quel étoit le rapport de la dilatabilité de cet Eſprit de Vin dépoüillé d'air, avec la dilatabilité de pareil Eſprit de Vin, qui avoit tout l'air dont il pouvoit être chargé, & c'étoit la connoiſſance eſſentielle à la conſtruction des Thermometres; un des principes qui nous mettent en état de comparer leurs marches, la ſuppoſe.

D'ailleurs il eſt intéreſſant de ſçavoir, de combien l'air, ſi dilatable par la chaleur, contribüe à la dilatabilité de l'Eſprit de Vin avec lequel il eſt incorporé. Nos Thermometres nous offrent un moyen bien aiſé de le reconnoître. Il n'y a qu'à comparer les marches de deux Thermometres, dont l'un contienne un Eſprit de Vin chargé de tout l'air qu'il a naturellement, & dont l'autre contienne du même Eſprit de Vin qui a été extrêmement épuiſé d'air; de comparer, dis-je, leurs marches dans une longue ſuite de degrés, tant au deſſus qu'au deſſous de la congélation de l'eau. J'ai fait cette comparaiſon un grand nombre de fois, le réſultat en paroîtra apparemment ſingulier à ceux même qui n'ont pas aſſûré auſſi poſitivement que M. Taglini, que l'air ne peut s'échapper de l'Eſprit de Vin, ſans que la vertu contractive & expanſive de l'Eſprit de Vin ſoit diminuée. Les deux Thermometres ſe ſont également ſuivis dans tous les changements de température d'air; ils ont marqué avec autant de préciſion le même degré, qu'euſſent pû faire deux Thermometres conſtruits avec ſoin, & tous deux remplis du même Eſprit de Vin, qui y auroit été mis avec tout ſon air.

Quelque dilatable que ſoit l'air par la chaleur, tant qu'il eſt uni, tant qu'il eſt incorporé à l'Eſprit de Vin, il n'a donc plus la dilatabilité qui lui eſt naturelle. S'il en a, il en a ſi peu, qu'elle n'ajoûte rien de ſenſible à celle du volume d'Eſprit de Vin où il eſt. Nous devions le prévoir, ou du moins le ſoupçonner; car dans le fond la compreſſibilité & la dilatabilité de l'air ſont deux propriétés qui peuvent dépendre du même principe. Pourquoi, lorſque la compreſſibilité lui eſt ôtée, la dilatabilité lui reſteroit-elle? Les expériences du premier Mémoire qui nous ont conduits à conclurre que la partie ſpiritueuſe de l'Eſprit de Vin eſt prodigieuſement dilatable, pouvoient au moins nous faire douter ſi l'air incorporé avec ce liquide contribüe à ſa dilatabilité. Mais les expériences rapportées dans le même Mémoire ſur le peu de dilatation que donnent à l'eau certains degrés de chaleur, qui font élever l'Eſprit de Vin du Thermometre beaucoup au

deſſus du terme de la congélation, ne devoient pas nous laiſſer à des doutes. Nous ſçavons que l'eau contient beaucoup d'air, que l'air eſt extrémement dilatable, & les expériences nous montroient que l'eau étoit très-peu dilatée par un degré de chaleur capable de dilater l'air conſidérablement. Nous en devions donc conclurre que l'air contenu dans l'eau n'eſt point ou eſt peu dilatable, au moins par certains degrés de chaleur. Mais il ne nous eſt que trop ordinaire de ne voir ni toutes les conſéquences, ni l'étendüe de conſéquences qui peuvent être tirées de ce qui nous eſt connu.

Tant que l'air eſt incorporé avec les liquides, tant qu'il leur eſt uni, il eſt donc privé des deux propriétés qui nous le caractériſent d'une maniére ſi admirable, de celle de ſe laiſſer comprimer par les poids, & de celle de ſe laiſſer ſi aiſément & ſi conſidérablement rarefier par la chaleur; il ne les reprend l'une & l'autre que lorſqu'il ſe deſunit du liquide à qui il étoit joint.

Il étoit pourtant ſi naturel de penſer que l'air contribüoit à la dilatabilité des liquides, qu'il n'eſt pas étonnant qu'on n'ait pas cherché à faire des expériences propres à découvrir ce qui en étoit. Il y a plus, on a crû avoir des expériences qui prouvoient au contraire que l'air qui y eſt mêlé, les rend dilatables. M. Taglini, dans ſes Theſes ſur les Thermometres, que nous avons déja citées, dit qu'il pourroit ſembler qu'on conſtruiroit un Thermometre plus parfait ſi on le rempliſſoit d'un Eſprit de Vin purgé d'air dans la Machine pneumatique, parce que cet Eſprit de Vin devenu plus denſe, en recevroit plus aiſément les impreſſions de la chaleur. Mais il ajoûte auſſi-tôt que l'expérience démontre le contraire, que l'Eſprit de Vin purgé d'air s'éleve & s'abbaiſſe beaucoup plus lentement dans le Thermometre par la chaleur & par le froid, & qu'il ne donne pas en degrés convenables le froid & le chaud de l'Air extérieur. Il en conclut enfin, dans ſa quatorziéme poſition, que l'air mêlé intimement avec l'Eſprit de Vin, contribüe beaucoup à ſes vertus expanſives & contractives, qui peuvent être miſes en jeu par le chaud & par le froid.

Sans en avoir fait l'expérience, j'admettrai volontiers que l'Eſprit de Vin purgé d'air par le moyen de la Machine pneumatique, n'a plus ſa premiére dilatabilité; mais depuis les expériences que nous venons de rapporter, on ne peut penſer que ce ſoit parce qu'il a été privé d'air; c'eſt parce qu'il l'a été de ſa partie ſpiritueuſe. L'air qui ſe dégage de l'Eſprit de Vin, qui s'éleve avec irruption dans le bâlon, emporte avec ſoi quantité de parties des plus volatiles, qui ne rentrent plus dans l'Eſprit de Vin; on les met hors du balon, lorſqu'on fait ſortir à coups de piſton l'air avec lequel elles ſont mêlées. L'Eſprit de Vin devient donc un Eſprit de Vin foible, une eſpece d'Eau-de-Vie, qui eſt bien éloignée d'avoir le degré de dilatabilité de l'Eſprit de Vin rectifié.

Il n'en arrive pas de même lorſque nous purgeons plus doucement d'air nôtre Eſprit de Vin par le moyen du Thermometre. Les bulles d'Air ſe dégagent peu-à-peu ſans boüillonnements ſenſibles; ſi quelques parties ſpiritueuſes de l'Eſprit de Vin ſont enlevées, elles ont le temps d'y retomber, de s'y venir rejoindre. Enfin pour faire ſortir l'air qui s'eſt aſſemblé dans la Boule, on redreſſe le Thermometre; cet air eſt obligé de toucher ſucceſſivement à tout l'Eſprit de Vin qui remplit le Tube, qui reprendroit alors la pluſpart des parties ſpiritueuſes que cet air auroit retenües, s'il en avoit retenües, elles ont apparemment plus de diſpoſition à s'attacher à l'Eſprit de Vin qu'à l'air. Enfin puiſque l'Eſprit de Vin, que nous avons privé d'une grande partie de ſon air, ſe dilate & ſe condenſe autant & auſſi promptement que celui qui eſt autant chargé d'air qu'il eſt poſſible, il eſt certain qu'en faiſant ſortir l'air du premier, nous ne lui ôtons point de ſa partie ſpiritueuſe, car ſi nous lui en ôtions une quantité ſenſible, il faudroit conclurre que l'air qui étoit contenu dans l'Eſprit de Vin diminüoit la dilatabilité de ce liquide.

De tout cela il réſulte, par rapport à la conſtruction de nos Thermometres, que dès que nous aurons ſuffiſamment

épuisé d'air l'Esprit de Vin qui y est renfermé, que plus l'air qui occupera la partie supérieure du Tube sera rare, ou, ce qui est la même chose, moins on laissera d'air dans le Tube avant de le sceller, & moins il y aura à craindre que le Thermometre se dérange dans la suite. On peut même se promettre qu'un tel Thermometre conservera pendant une longue suite d'années, & peut-être pendant des siécles, la régularité de sa marche. L'air qu'on a laissé dans le Tube, quoique très-rarefié, le sera moins que l'étoit celui qui y restoit dans les opérations où on purgeoit l'Esprit de Vin d'une partie du sien; il n'y aura donc pas à craindre par la suite que de nouvel air se dégage de ce même Esprit de Vin.

J'ai dit ailleurs, que nous ignorions si, à la longue, l'Esprit de Vin, quoique renfermé dans des vases scellés hermetiquement, ne s'altére point : dans ceux qui sont tels que nos Thermometres, la partie spiritueuse peut monter en vapeur dans la portion du Tube qui est occupée par l'air; mais il est évident que plus l'air qui y sera contenu sera rarefié, ou, ce qui est la même chose, plus il sera léger, & moins la partie spiritueuse aura de facilité à monter & à se soûtenir dans le haut du Tube, hors de l'Esprit de Vin. Mais il pourroit se faire qu'à la longue, l'Esprit de Vin, comme toutes les liqueurs qu'on laisse long-temps tranquilles dans des vases, se décomposât un peu, que la partie huileuse se dégageât de la partie aqueuse. Peut-être que ces deux parties séparées ne donneroient pas la même dilatabilité qu'elles ont quand elles sont réünies. Nos expériences sur la dilatabilité des mêlanges de l'eau & de l'Esprit de Vin * sont cependant propres à nous rassûrer contre l'inquiétude que nous pourrions avoir pour le cas d'une sorte de décomposition. La grosseur des Tubes de nos Thermometres nous met en état d'empêcher que l'Esprit de Vin ne se décompose aussi aisément qu'il se décomposeroit dans des Thermometres à Tubes capillaires, & nous mettent encore en état de faire reprendre à l'Esprit de Vin, la partie spiritueuse qui s'en seroit échappée, pour monter vers le haut

* V. Mem. de l'Acad. 1730.

du Tube. On n'a qu'à renverſer & redreſſer pluſieurs fois de ſuite ces Thermometres, c'eſt-à-dire, qu'à obliger la liqueur à remplir tout le Tube; alors elle reprendra les parties ſpiritueuſes qui y pourroient être flottantes, & l'agitation donnée à toute la maſſe de la liqueur entretiendra entre les parties de l'Eſprit de Vin, une union qui auroit pû ſe détruire pendant un long repos. Mais à vrai dire, c'eſt pouſſer les craintes & les précautions bien loin.

Les Thermometres, dont l'Eſprit de Vin a été purgé d'air, & dont le haut du Tube n'eſt occupé que par un air très-rare, m'ont paru avoir un avantage ſur les autres, que je n'oſe pourtant encore donner comme bien certain. Il m'a ſemblé, dans les comparaiſons que j'en ai faites avec les autres, qu'ils étoient plus ſenſibles, qu'ils montoient ou qu'ils deſcendoient plus vîte au terme où ils devoient monter ou deſcendre. L'air contenu dans la partie ſupérieure du Tube étant compreſſible, & l'Eſprit de Vin ne l'étant pas, il eſt certain que l'action de cet air ſur l'Eſprit de Vin ne ſçauroit empêcher l'Eſprit de Vin de s'élever, lorſqu'une augmentation de chaleur tend à les dilater l'un & l'autre. Mais plus la réſiſtance de l'air eſt grande, & elle eſt d'autant plus grande que l'air qui eſt échauffé, étoit ci-devant plus condenſé, & plus lentement l'Eſprit de Vin doit s'élever. Ce n'eſt pas qu'il ne s'éleve dès qu'il s'échauffe, ou qu'il ſe dilate, ce qui eſt la même choſe; mais la chaleur eſt plus long-temps à pénétrer l'Eſprit de Vin quand il eſt plus comprimé. Les parties de feu qui doivent s'y introduire, ont une plus grande réſiſtance à vaincre, & la vainquent plus lentement. En un mot, comme il faut plus de temps pour échauffer les corps les plus ſolides, il en faut plus auſſi pour échauffer les corps les plus preſſés. Il faut plus d'action du feu pour agir ſur un plus grand nombre de parties, & il faut auſſi plus d'action pour agir ſur un même nombre de parties qui réſiſtent davantage.

Ce qu'on pourroit craindre avec plus de fondement, c'eſt que l'Eſprit de Vin privé d'air ne ſe ſaiſiſſe d'une partie de celui qui a été laiſſé dans le Tube. Mais ce qu'il en repren-

dra ne ſçauroit aller loin, en comparaiſon de ce qui lui en a été ôté, ſur-tout ſi la quantité qui eſt reſtée dans le Tube eſt petite. Quand dans la ſuite, ce peu d'air rentré dans l'Eſprit de Vin viendroit à ſe dégager, il n'y a nulle apparence qu'il produisît des irrégularités ſenſibles dans la marche du Thermometre. On en jugera ainſi quand on ſçaura quelle eſt la quantité d'air dont l'Eſprit de Vin a été privé avant qu'on ſcellât le Thermometre.

Il nous reſte donc à faire connoître quel volume d'air, réduit à la denſité de celui qui nous environne, a été tiré de l'Eſprit de Vin, & de combien il augmentoit le volume de l'Eſprit de Vin, quand il lui étoit uni. Il ſeroit utile à la Phyſique que nous puiſſions avoir des idées moins vagues que celles que nous avons, de la quantité d'air contenüe dans l'Eſprit de Vin, dans l'eau, & dans d'autres liquides. On ſçait que ces liquides ont de l'air, on leur en croit beaucoup, & peut-être même plus qu'ils n'en ont réellement; mais on n'a point employé d'Inſtruments propres à meſurer la quantité qu'on en fait ſortir; on n'en ſçauroit peut-être employer de plus propres à cet uſage que nos Thermometres. Ils ſont auſſi propres à meſurer la quantité d'air contenüe dans tous les liquides en général, & même dans quelques ſolides, qu'à meſurer le chaud & le froid. Nous indiquerons ſeulement ici ce que nous avons fait pour meſurer l'air nuiſible à la régularité de nos Thermometres. Mais on jugera peut-être qu'il conviendroit de pouſſer plus loin les expériences qui ſe feront dans une autre vûë. M. Mariote a eu recours à un moyen ſimple & ingénieux, comme l'étoient ordinairement ceux dont il ſe ſervoit, pour donner quelque idée de la quantité d'air contenüe dans une goutte d'eau. Il s'eſt ſervi d'un petit dé de verre, rempli d'huile juſqu'à une certaine hauteur, qu'il poſoit ſur une goutte d'eau. Par le moyen d'une bougie, il chauffoit cette goutte d'eau; l'air, que la chaleur forçoit d'en ſortir, montoit dans le dé, il s'y aſſembloit, & mettoit l'Obſervateur en état de porter une ſorte de jugement ſur la quantité d'air qui pouvoit être tirée

de

de la goutte d'eau. J'ai lieu de croire que diverses circonstances ont contribué à faire juger dans cette expérience que l'eau contient plus d'air qu'elle n'en contient réellement ; ce qui est de sûr, c'est que cette façon de mesurer, ou plûtôt d'estimer l'air, est très-grossiére, & que nos Thermometres nous donnent des mesures très-précises. Pour apprendre comment on peut s'en servir à cet usage, nous n'avons qu'à faire attention à quelques circonstances que nous avons obmises ci-devant, à dessein.

Considérons un de nos Thermometres, qui a resté couché pendant plusieurs heures, depuis qu'il a été tiré de l'eau chaude, & qu'il a été scellé avec la cire, en y apportant toutes les précautions dont nous avons parlé ; qu'au haut de sa Boule il y ait une grosse bulle : la grosseur de cette bulle ne sçauroit nous donner une idée juste de la quantité d'air qui la compose ; plus ou moins d'air formera une pareille bulle, selon qu'il sera plus ou moins dilaté ; & cet air est plus ou moins dilaté, selon que le bout du Tube, qui n'est jamais dans une position précisément horisontale, est plus ou moins élevé, selon que la liqueur occupe plus ou moins d'étendüe dans ce Tube, & enfin selon que la quantité d'air qui a été laissée dans le bout supérieur du Tube est plus ou moins grande, parce que son ressort en est plus ou moins en état de contrebalancer celui de l'air de la bulle. Pour mesurer exactement l'air de la bulle, il faut réduire son volume à celui d'un air aussi condensé que l'est celui de l'Atmosphere. Le moyen en est bien simple, & donne toute la précision qu'on peut demander en des expériences de cette espece, où un à peu-près assés grossier suffiroit, & ici on a mieux. J'observe le degré du Tuyau où est la liqueur ; qu'elle soit, par exemple, au cinquantiéme degré. Je déscelle ensuite le Thermometre, afin que sa liqueur, & par conséquent la bulle d'air de la Boule soient exposées à la pression de l'air extérieur. Afin que ce dernier air n'entre pas trop brusquement dans le Thermometre, je le déscelle peu-à-peu, & le meilleur moyen pour cela est de percer la cire avec une pointe

de fer affés fine, une aiguille à tricoter y eft propre. Dès que la cire eft entiérement percée, le nouvel air, qui entre dans le Tube, force la liqueur à defcendre; fur le champ le volume de la bulle diminüe confidérablement. La liqueur, dans ce premier inftant, defcend même plus bas qu'elle ne doit defcendre; le premier choc a fait trop céder le reffort de l'air de la bulle, ce reffort reprend un peu le deffus, il fait remonter la liqueur dans le Tube, & même trop haut. Enfin il fe fait des vibrations qui ceffent bientôt, & après lefquelles la liqueur s'arrête fur le degré où elle doit refter. C'eft pour empêcher qu'il ne fe faffe de trop grandes vibrations, & que la Boule de verre ne fouffre du premier choc, que je défcelle peu-à-peu le Thermometre. Tout étant tranquille, j'obferve jufqu'où la liqueur eft defcendüe, qu'elle foit à 30 degrés, ou qu'elle foit defcendüe de 20. Je redreffe enfuite mon Thermometre, bientôt la bulle d'air s'introduit dans le Tube, elle monte jufqu'à ce qu'elle foit parvenüe au deffus de la liqueur. Quand tout l'air eft forti, & que la liqueur eft defcendüe, je remets le Thermometre en fituation horifontale, & je remarque le degré où elle fe trouve; que ce foit à 10 degrés, la bulle contenoit donc un volume de 20 degrés d'air, puifque la liqueur étoit à 30 degrés, lorfque la bulle étoit dans la Boule; & c'étoient 20 degrés d'air condenfé par le poids de l'Atmofphere, & par une colomne d'Efprit de Vin, peu haute, plus ou moins pourtant, felon que le bout du Thermometre avoit été tenu plus ou moins haut. On aura égard, quand on voudra, à cette augmentation de charge, mais négligeons-là actuellement; ne regardons ces degrés d'air que comme des degrés d'air condenfés au même point que celui de l'Atmofphere. Prenons la fomme des degrés d'air condenfé que nous donnent nos différentes épreuves fur l'Efprit de Vin du même Thermometre, & nous aurons la quantité de l'air qui a été tirée de cette quantité d'Efprit de Vin. Or comme la quantité d'Efprit de Vin nous eft connüe en mêmes mefures que la quantité d'air, on aura fur le champ les rapports de l'une à l'autre.

Le détail de quelques expériences est ici nécessaire, elles donneront des exemples de différents résultats.

Dans les expériences que nous allons rapporter, nous donnons le volume de l'air condensé au point de celui de l'Atmosphere, sans avoir égard à la charge de l'Esprit de Vin qui est dans un Tuyau très-incliné, sans être absolument horisontal; & nous donnons le volume qu'occupoit cet Esprit de Vin avant d'être condensé, & cela en ôtant du nombre de degrés où étoit la liqueur avant qu'on déscellât le Thermometre, le nombre des degrés où la liqueur se trouve après que la bulle d'air est sortie. Le degré de rarefaction de l'air de la bulle sert à apprendre qu'on avoit laissé plus ou moins d'air dans le Tube, lorsqu'on l'avoit scellé.

Dans la premiére expérience, l'Esprit de Vin du Thermometre a donné $10^{d}\frac{1}{2}$ d'air condensé, qui avant d'être condensé en occupoit 30.

Dans la seconde expérience, l'Esprit de Vin a donné encore $10^{d}\frac{1}{2}$ d'air condensé, qui avant de l'être, occupoit $34^{d}\frac{1}{2}$.

Dans la troisiéme expérience, l'Esprit de Vin n'a donné que 5^{d} d'air condensé, qui avant d'être condensé, occupoit 34^{d}.

Dans la quatriéme expérience, l'Esprit de Vin a encore fourni 5^{d} d'air condensé, qui avant de l'être, occupoit dans le Thermometre $35^{d}\frac{1}{2}$.

Dans la cinquiéme expérience, on a fait sortir la bulle d'air avant que la liqueur eût eû assés de temps pour se refroidir, ou, ce qui revient au même, avant que l'air qui s'en pouvoit dégager, en fût sorti, la bulle n'a été que de $1^{d}\frac{1}{2}$ d'air condensé, qui, rarefié, occupoit $21^{d}\frac{1}{2}$.

Dans la sixiéme expérience, l'Esprit de Vin a donné 5^{d} d'air condensé, qui auparavant occupoit $27^{d}\frac{1}{2}$.

Dans la septiéme expérience, l'Esprit de Vin a donné $2^{d}\frac{1}{2}$ d'air condensé, qui auparavant occupoit $27^{d}\frac{1}{2}$.

Dans la huitiéme, il a donné 2^{d} d'air condensé, qui auparavant de l'être, occupoit 26^{d}.

Dans la neuviéme, il a donné $1^d \frac{1}{4}$ d'air condensé, qui, rarefié, occupoit $20^d \frac{3}{4}$.

Dans la dixiéme, il a donné $1^d \frac{1}{8}$ d'air condensé, qui avant de l'être, occupoit $18^d \frac{5}{8}$.

Dans la onziéme, il a donné 1^d d'air condensé, qui avant de l'être, occupoit 25^d.

Dans la douziéme, il a donné moins d'un demi-degré d'air condensé, qui, rarefié, occupoit 10^d moins quelque chose.

Dans la treiziéme, il a donné un demi-degré d'air condensé, qui avant de l'être, occupoit 22^d.

Dans la quatorziéme, il a donné $\frac{1}{8}$ de degré d'air condensé, qui, rarefié, occupoit $6^d \frac{1}{8}$.

Dans la quinziéme, il a donné $\frac{1}{3}$ de degré d'air condensé, qui, rarefié, occupoit 15^d.

Dans la seiziéme, il a donné $\frac{1}{4}$ de degré d'air condensé, qui, rarefié, occupoit 15^d.

Dans la dix-septiéme, il a encore donné près de $\frac{1}{4}$ de degré d'air condensé, qui, dilaté, occupoit $10^d \frac{1}{2}$.

Après ces dix-sept expériences, l'Esprit de Vin a été entiérement épuisé de l'air, qui pouvoit en être tiré par la chaleur capable de le faire monter jusqu'au haut du Tube. Le Thermometre a été remis trois fois dans l'eau chaude, & après chaque fois qu'il y a été mis, il est resté couché un jour entier, sans qu'il ait paru la moindre petite bulle. Quand il a été scellé, la liqueur s'est trouvée plus bas d'environ un bon quart de degré que celle des Thermometres non scellés, ou que celle des autres sur lesquels il avoit été réglé avant qu'on en dégageât l'air. Si on joint ensemble ce que les dix-sept expériences ci-dessus ont donné, on trouvera que la quantité de l'air, un peu plus condensé que celui de l'Atmosphere, qui a été tirée de l'Esprit de Vin, étoit de $47^d \frac{1}{3}$.

J'ai fait les mêmes expériences sur un autre Thermometre rempli du même Esprit de Vin affoibli, son Tuyau étoit plus court que celui du précédent, il avoit moins de degrés au dessus de la congélation. Dans la premiére expérience, il a donné

$4^{d}\frac{1}{2}$ d'air condensé, qui avant de l'être, occupoit $10^{d}\frac{1}{2}$.

Dans la seconde expérience, il a donné $16^{d}\frac{3}{4}$ d'air condensé, qui avant de l'être, occupoit dans le Tube $41^{d}\frac{1}{2}$.

Dans la troisiéme expérience, il a donné $10^{d}\frac{1}{2}$ d'air condensé, qui avant de l'être, occupoit 48^{d}.

L'air qui a été tiré dans ces trois expériences, a été tout celui qui a pû être tiré par la chaleur capable de faire monter l'Esprit de Vin jusqu'au haut du Tube. Sa quantité n'a été que de $31^{d}\frac{3}{4}$ d'air condensé ; inutilement le Thermometre a-t-il été remis dans l'eau chaude, & couché après en avoir été tiré.

L'Esprit de Vin des deux expériences précédentes étoit de celui dont nous avons jusqu'ici rempli nos Thermometres, c'est-à-dire, de celui dont l'étendüe de la dilatabilité entre le froid de la congélation de l'eau, & la plus grande chaleur que l'eau boüillante puisse lui faire prendre, sans le faire boüillir, est comprise entre les nombres de 1000 & de 1080. Cet Esprit de Vin étoit fait d'un autre Esprit de Vin qu'on avoit affoibli, dont le volume réduit à 1000 par la congélation, étoit porté à 1090 par la chaleur de l'eau boüillante. J'ai voulu éprouver ce que cet Esprit de Vin donneroit d'air; j'en ai rempli la Boule, & partie du Tube d'un Thermometre, gradué selon la méthode que nous avons expliquée. Dans le temps de la congélation de l'eau, ce Thermometre étoit au même point, c'est-à-dire, à 0 degrés, que les Thermometres à Esprit de Vin affoibli. Mais dans tout autre temps, il marquoit & devoit marquer, des degrés différents de ceux que marquoit l'Esprit de Vin affoibli des autres Thermometres. J'ai fait les mêmes manœuvres pour tirer l'air de l'Esprit de Vin de ce Thermometre, que j'avois employées pour tirer l'air de l'Esprit de Vin des autres.

Dans la premiére expérience, il m'a donné $16^{d}\frac{1}{2}$ d'air condensé, qui avant de l'être, occupoit 28^{d}.

Dans la seconde expérience, il a donné $23^{d}\frac{1}{2}$ d'air condensé, qui avant de l'être, occupoit $50^{d}\frac{1}{4}$.

Dans la troisiéme, il a donné $14^{d}\frac{1}{2}$ d'air condensé, qui, raréfié, occupoit $48^{d}\frac{1}{2}$.

Dans ces trois expériences, il a donc fourni $54^{d} \frac{1}{2}$ d'air condensé. C'est aussi tout celui qui en a pû être tiré, car c'est inutilement qu'il a été remis ensuite dans l'eau chaude.

Au reste, si on compare entre eux les résultats des différentes expériences faites sur le même Thermometre, ou les résultats de ce qu'ont donné les expériences faites sur différents Thermometres, on trouvera des variétés dont les causes ne sont pas difficiles à appercevoir. Une seconde expérience faite sur le même Thermometre tirera plus d'air de l'Esprit de Vin que n'en a tiré la premiére, si la quantité d'air qu'on a laissée la 2.de fois dans le haut du Tube est moindre que celle qu'on y avoit laissée la premiére fois. L'air laissé dans le Tube se dilate, comme il est très-connu; plus il se dilate, & plus la force de son ressort s'affoiblit; d'où il suit que moins on a renfermé d'air dans le Tube; & moins cet air est en état de presser l'Esprit de Vin, ou, ce qui est la même chose, d'empêcher l'air, qui lui est uni, de s'en dégager.

Une autre circonstance encore à remarquer, c'est que si on donne le temps à l'Esprit de Vin de se refroidir davantage dans une expérience que dans l'autre, qu'il s'en échappe plus d'air dans cette expérience. De-là il arrive que si une expérience est faite dans un temps plus froid que celui où l'autre a été faite, celle qui a été faite dans un temps plus froid, tirera une plus grande quantité d'air, quoiqu'on ait laissé, dans l'une & dans l'autre, le même intervalle, entre le temps où l'on a scellé les Thermometres, & celui où on les a déscellés. Un degré de froid considérable accélére extrêmement l'opération, car il est à remarquer que l'air ne se dégage de la liqueur que lorsqu'elle se refroidit; l'air du haut du Tube qui la suit, perd de la force avec laquelle il l'a comprimé, parce qu'alors il se dilate de plus en plus. Il en perd encore par une autre considération, c'est qu'il se refroidit lui-même, & plus vîte que la liqueur : or on sçait combien la chaleur est capable d'augmenter la force du ressort de l'air. Aussi un fait qui mérite fort d'être remarqué, c'est que si on observe le Thermometre après l'avoir tiré de l'eau

chaude, l'avoir couché, on voit quelquefois ſa liqueur s'approcher peu à peu du terme de la congélation, ſans qu'il paroiſſe de bulle, ou au moins de bulle conſidérable dans la la Boule; mais eſt-elle arrivée à un certain terme, par exemple à 16 degrés, ou plus bas, comme je l'ai vû y deſcendre en quelques circonſtances; quoique la chaleur de l'air extérieur n'augmente pas, la liqueur commence enſuite à s'élever, & inſenſiblement elle remonte juſqu'à 30 ou 40 degrés; c'eſt qu'alors l'air ſe dégage de l'Eſprit de Vin, & qu'à meſure qu'il s'en échappe, il ſe dilate, & force la liqueur du Tube à lui laiſſer de la place, à avancer vers la partie ſupérieure du Tube, & à condenſer l'air qui y eſt, & qui s'étant refroidi eſt plus aiſé à condenſer.

De Thermometre à Thermometre, il y aura auſſi des variétés qui auront les mêmes ſources que celles que nous venons de rapporter. Mais il y en a une autre qui n'en donne pas ſeulement dans les réſultats de chaque épreuve, mais qui en donne de plus dans la ſomme des réſultats, c'eſt ſi les Tubes n'ont pas un égal nombre de degrés au deſſus du terme de la congélation de l'eau. Car le degré de chaleur qui fait monter l'Eſprit de Vin au haut du Tube qui a moins de degrés eſt plus foible que celui qui le fait monter au haut du Tube qui a plus de degrés. De-là il arrive que lorſque les deux liqueurs viennent à ſe condenſer, l'eſpace vuide que laiſſe celle qui a le moins de degrés, eſt auſſi le moindre. De ſorte que ſi on a laiſſé dans le haut des deux Tubes une égale quantité d'air, l'air de l'un a plus de force pour agir contre la liqueur que l'air de l'autre, parce qu'il n'a pas autant d'eſpace pour ſe rarefier.

Des expériences répétées avec le même Thermometre vuidé, & rempli enſuite de la même liqueur, ou d'une liqueur pareille, pourroient auſſi donner des variétés; le même Eſprit de Vin, la même eau, peuvent ne pas contenir toûjours la même quantité d'air, & réellement ils en contiennent moins en certains temps que dans d'autres. D'ailleurs il peut reſter de l'air adhérent aux parois des Tubes, que l'Eſprit de Vin

introduit n'a pas chaſſé; il y en peut reſter tantôt plus, tantôt moins; ce qui donnera encore des différences entre les réſultats des épreuves. Dans la premiére que nous avons rapportée, où la liqueur n'a été épuiſée d'air qu'après dix-ſept opérations, il y avoit du Sable dans la Boule du Thermometre; l'air qui y étoit reſté attaché a bien pû fournir une partie de celui qui a mis une ſi grande différence entre le réſultat de cette épreuve, & le réſultat de la ſeconde, l'une a fourni 47 $\frac{1}{3}$ degrés d'air condenſé, & l'autre 31 $\frac{3}{4}$ degrés ſeulement. La différence du nombre des degrés des Tuyaux de ces deux Thermometres a pourtant entré pour beaucoup dans la cauſe de cette différence. Mais dès qu'il y a du Sable, du Plomb dans la Boule, &c. les opérations ont beſoin d'être répetées plus de fois, une partie des bulles d'air qui ſe dégagent de l'Eſprit de Vin ſe trouvent arrêtées entre les grains de ces matiéres, elles ne peuvent monter au haut de la Boule.

Les expériences que nous venons de rapporter ſuffiſent, par rapport au premier objet que nous nous étions propoſé, pour faire voir que lorſque nous avons privé d'air l'Eſprit de Vin d'un Thermometre, autant que ce genre d'épreuve l'a permis, que nous avons aſſûré la régularité de ſa marche, qu'il n'y a plus à craindre qu'elle ſoit troublée par l'air que cet Eſprit de Vin pourra reprendre par la ſuite. On lui a ôté 30 à 40 degrés d'air, & lorſqu'on ſcelle le Tube, on n'y renferme que deux ou trois degrés d'air, & beaucoup moins, ſi l'on veut. L'Eſprit de Vin ne ſçauroit ſe ſaiſir de tout cet air, & quand il s'en ſaiſiroit, il en ſeroit très-peu chargé.

Mais ces expériences mériteroient d'être pouſſées plus loin pour nous faire connoître plus préciſement la quantité d'air qui eſt contenüe dans différentes liqueurs, & ſur-tout dans l'eau; la quantité qui en peut être tirée par de plus grands degrés de chaleur que ceux que nous avons employés pour l'Eſprit de Vin. L'expérience qu'a faite M. Mariote avec ſon petit dé de Verre rempli d'Huile, lui a paru prouver

qu'une

qu'une goutte d'eau contenoit un volume d'air, tel que celui qui eſt ſimplement preſſé par le poids de l'Atmoſphere, huit à dix fois plus grand que le ſien.

Il y a beaucoup d'apparence que la bulle qu'il a eûë a été groſſie par de l'air étranger à l'eau; mais nous ne nous arrêterons pas actuellement à déterminer ce qu'on doit penſer ſur la quantité d'air qui eſt dans l'eau, nous ſerions obligés d'entrer dans un détail d'expériences & de diſcuſſions qui nous ont menés plus loin que nous ne l'avions prévû, lorſque nous nous y ſommes engagés; nous pourrons en rendre compte dans un autre temps.

Quelle que ſoit la quantité réelle d'air, qui eſt contenuë dans l'eau & dans les autres liquides, la maniére dont elle y eſt contenuë eſt très-digne de l'attention des Phyſiciens. Nous avons vû que la quantité d'air qui, au milieu de nôtre Atmoſphere, & condenſée par ſon poids, occupoit 54 degrés, n'augmente le volume de l'Eſprit de Vin auquel elle eſt unie, que d'environ un quart de degré, qu'elle n'y occupe qu'une place qui eſt près de 216 fois plus petite que celle qu'elle occupe dans l'Atmoſphere. L'expérience qui a fait penſer à M. Mariote que l'air étoit huit ou dix fois plus comprimé dans l'eau qu'il ne l'eſt lorſqu'il en eſt ſorti, qu'il y occupe huit à dix fois moins de place, ſemble donc ne lui avoir pas encore fait imaginer à beaucoup près l'air aſſés à l'étroit dans l'eau. Enfin l'air, pendant qu'il eſt dans l'eau, a perdu ſa compreſſibilité, & nous avons vû de plus qu'il a perdu ſenſiblement ſa dilatabilité.

Peut-être pourtant a-t-on trop admiré la maniére dont l'air eſt contenu dans l'eau & dans les autres liquides; on a enviſagé ce phénomene ſous certains côtés qui y jettent un merveilleux, qui eût diſparu, ſi on l'eût conſidéré autrement. Une idée aſſés ordinaire eſt de regarder l'air comme du coton, comme de la laine, comme de l'éponge, & beaucoup plus ſpongieux encore que ne ſont tous les autres corps ou aſſemblages de corps auſquels on peut le comparer. Cette idée eſt très-propre pour expliquer pourquoi il ſe laiſſe comprimer

considérablement par les poids, pourquoi aussi il peut être extrêmement rarefié, & paroître sous un volume qui surpasse considérablement celui sous lequel nous l'avions vû auparavant.

M. Mariote a aussi adopté cette idée ; mais pour expliquer comment, malgré sa force de ressort, l'air peut être contenu dans l'eau, comment il peut y être si condensé, il a eû recours à une autre supposition. Il a pensé que l'eau dissout l'air, comme elle dissout certains Sels ; il a imaginé de très-jolies expériences, & très-propres à appuyer cette idée. Il a fait bouillir de l'eau, & l'a ainsi privée de son air. En cet état, il l'a renfermée dans une bouteille avec une bulle d'air ; il est arrivé à cette bulle, ce qui seroit arrivé à un morceau de Sucre ou de Sel ; la bulle a, peu à peu, diminué de volume ; enfin elle a disparu totalement ; d'où M. Mariote a conclu qu'elle a été dissoute par l'eau, & que comme l'eau peut dissoudre du Sel, & qu'elle n'en peut dissoudre qu'une certaine quantité, de même elle dissout l'air, & qu'elle n'en dissout qu'une certaine quantité ; car on lui offre inutilement une nouvelle bulle d'air, lorsque la premiére a été assés grosse, ou lorsque l'eau en a pris successivement un certain nombre de petites.

Cette idée, qui m'avoit extrêmement plû, m'a semblé, dans la suite, laisser bien des difficultés à résoudre. J'ai eû peine à admetre, avec M. Mariote, que ce ne fut plus, comme il le supposoit, de l'air, mais simplement de la matiére aërienne qui fut contenuë dans l'eau. Il a jugé nécessaire de le décomposer, pour lui ôter ses propriétés. L'eau commune qui tient du Sel dissout, l'Eau forte, ou l'Eau régale, qui tiennent des métaux dissouts, tiennent dissouts du Sel, de l'Or, de l'Argent, du Cuivre, & non simplement de la matiére de Sel, d'Or, d'Argent, &c. Le Sel n'est nullement décomposé dans l'eau, il y est seulement divisé. Mais ce qui m'a le plus embarrassé, dans l'idée de M. Mariote, c'est de concevoir comment cet air dissout, ou plûtôt décomposé, peut reparoître si subitement sous sa premiére forme. Un

coup de piston, un peu de chaleur de plus, fait sur le champ sortir l'air; cette matiére aërienne, cet air dissout & décomposé est dans un instant en état de s'échapper de l'eau avec ses propriétés connuës. Je sçai que l'air qui se dégage de l'eau peut être comparé au Métal, au Sel qui se précipitent, & que les précipitations se font promptement : mais si le Métal & le Sel avoient été décomposés, ils ne reparoîtroient pas, après la précipitation subite, sous leur premiére forme; celles même des Métaux précipités différent de celles qu'ils avoient avant leur dissolution. Aussi pensai-je que M. Mariote a poussé sa supposition plus loin qu'il n'en avoit besoin ; il me paroît qu'au lieu de supposer que l'eau peut dissoudre l'air, dissolution d'ailleurs assés difficile à concevoir, si on se contente de supposer qu'elle peut le pénétrer, le mouiller, on a tout ce qu'il faut pour rendre raison des phénomenes qu'on a à expliquer ici.

Continuons de regarder l'air comme ressemblant par sa structure aux corps spongieux, & qu'il soit de ceux que l'eau peut pénétrer, qui en peuvent être imbibés, & nous cesserons d'être surpris de ce que l'air, qui est contenu dans l'eau, n'y est plus compressible, & de ce qu'il y occupe peu de place. Si j'enveloppe une éponge de quelque membrane que l'eau ne puisse pénétrer, & que je tienne cette éponge suspenduë dans l'eau, par le moyen de quelque fil arrêté au fond du vase, l'éponge sera alors aussi compressible qu'elle l'étoit au milieu de l'air. Si avec un piston, ou autrement, je presse l'eau, l'eau descendra, l'éponge sera forcée d'occuper beaucoup moins de volume, ses parties seront contraintes d'aller se loger dans les vuides qu'elles tendent à se conserver entre elles, l'eau occupera la place que les parties de l'éponge auront abandonnée. Cessons de presser l'eau, l'éponge se rétablira dans son premier état, elle portera l'eau plus haut. Si ensuite nous ôtons à nôtre éponge, l'enveloppe dont nous l'avions recouverte, il sera permis à l'eau de s'insinuer dans son intérieur; donnons-lui le temps d'aller remplir tous les vuides qui sont entre les filets spongieux, après quoi si nous avons

encore recours au piſton pour preſſer l'eau, nous trouverons qu'elle ne cedera point, comme elle a fait la premiére fois, ou qu'elle cedera très-peu. L'éponge alors eſt devenuë incompreſſible, ou preſque incompreſſible; ſes parties preſſées ne trouvent plus de places vuides où elles puiſſent ſe loger, l'eau les a remplies; celle qui s'y eſt logée arrête l'effort de celle qui tend à l'en chaſſer. Si l'air peut donc, comme l'éponge, être pénétré par l'eau, ſi elle peut aller remplir les vuides qui ſont entre ſes parties, le voilà qui ceſſe d'être compreſſible.

La force prodigieuſe, que quelques Phyſiciens ont jugé néceſſaire, pour tenir l'air comprimé dans l'eau, devient donc inutile au moyen de cette hypotheſe; l'air qui eſt dans l'eau peut n'y être pas plus comprimé que l'eſt celui qui nous environne, que par le poids de l'Atmoſphere, ou s'il l'eſt de quelque choſe de plus, ce n'eſt que par le poids de l'eau.

On a crû que l'air eſt extrêmement comprimé dans l'eau, parce qu'on l'y a placé tout autrement qu'il ne devoit être placé : car pour revenir encore à la comparaiſon de nôtre éponge, qu'on ait deux vaſes égaux, dont l'un ſoit rempli de fragments d'éponge, & dont l'autre ſoit rempli d'eau à $\frac{1}{10}$ près. Si on propoſe à quelqu'un de faire entrer les fragments d'éponge dans le vaſe d'eau, & de faire enſorte que le vaſe ne ſoit que plein, lorſqu'outre l'eau, il contiendra l'éponge; & qu'on demande à celui à qui on fait cette propoſition, de combien il a beſoin de comprimer l'éponge; il pourra répondre qu'il a beſoin de la réduire à occuper un volume qui ſoit dix fois plus petit que celui ſous lequel elle paroît; que l'ayant renduë dix fois plus denſe, elle n'occupera que cette dixiéme partie du vaſe qui reſte à remplir. C'eſt ainſi au moins qu'ont répondu la plûpart des Phyſiciens, par rapport à l'air qui eſt contenu dans l'eau. Mais on pourroit répondre, & on auroit très-bien répondu, que ſans comprimer l'éponge, que ſans la rendre plus denſe, on pouvoit la faire entrer dans le vaſe à qui il manquoit un dixiéme d'eau; qu'il n'y avoit qu'à l'introduire dans le vaſe

peu à peu, qu'à n'y faire entrer que ce qui ſeroit bien imbibé, & que quand elle y ſeroit entrée toute entiére, le vaſe contenant l'eau & l'éponge ne ſeroit que plein, & cela parce qu'il y a entre les parties de l'éponge des vuides que l'eau peut remplir, & que la ſomme de ces vuides eſt égale à $\frac{9}{10}$ du volume total de l'éponge. Qu'entre les parties de l'air il y ait des vuides, comme entre celles de l'éponge, & des vuides où l'eau puiſſe s'inſinuer, il eſt clair alors que cet air, ſans être condenſé, peut tenir très-peu de place dans l'eau, une place bien différente de celle qu'il occupe hors de l'eau. Il en eſt de l'air préciſément comme de nôtre éponge, à cela près qu'étant de toutes les matiéres que nous connoiſſons la plus rare, ſon poids étant à celui de l'eau comme 800 à 1, ou peut-être dans un moindre rapport, il pourroit y avoir dans l'eau un volume d'air preſque égal à celui de l'eau, ſans que le volume de l'eau où il eſt contenu en fut ſenſiblement augmenté. Car ſi l'eau rempliſſoit tous les vuides que les parties d'air laiſſent entre elles, un volume d'eau de 800 & un volume d'air de 800 ne feroient enſemble qu'un volume de 801. Mais ce ſeroit pouſſer peut-être trop loin la petiteſſe des parties de l'eau que de leur en donner une telle, qu'elles fuſſent capables de s'introduire dans les plus petits vuides de l'air : nous n'avons point d'expériences qui exigent que nous la portions ſi loin. Nous avons vû que 54 degrés d'air occupent dans l'Eſprit de Vin un volume de $\frac{1}{4}$ de degré, & un peu davantage ; à cauſe de cet excédent ſur le $\frac{1}{4}$ de degré, ſuppoſons que 50 degrés d'air occupent préciſément $\frac{1}{4}$ de degré, alors un volume de 800 parties d'Eſprit de Vin mêlé avec 800 parties d'air deviendroit environ un volume de 804 parties.

On ne doit avoir nulle peine à accorder à l'eau des parties auſſi déliées que nous les lui voulons, elle eſt peut-être de tous les liquides ſenſibles celui qui en a de plus tenuës ; une grande partie des autres liquides lui doivent leur liquidité ; nous n'en connoiſſons point où elle n'entre pour beaucoup. Nous devons auſſi être diſpoſés à admettre entre les

parties de l'air des vuides capables de recevoir l'eau ; la grandeur des eſpaces, que les parties d'air laiſſent entre elles, eſt bien conſidérable, quand il eſt trois à quatre mille fois plus rarefié que celui de nôtre Atmoſphere, comme il l'eſt quelquefois. Ces eſpaces vuides ne laiſſent pas même d'être grands dans l'air auſſi condenſé que celui de nôtre Atmoſphere, puiſque de tel air eſt capable de ſe laiſſer beaucoup condenſer, qu'il eſt près de 800 fois plus rare que l'eau. Enfin l'hypotheſe de M. Mariote, qui veut que l'eau diſſolve l'air, demande encore que les parties de l'eau ſoient plus petites que nous n'en avons beſoin pour la nôtre.

Au reſte, quand nous avons comparé l'air à une éponge, nous n'avons voulu donner idée que des vuides qui ſont entre ſes parties, & nullement de la figure de ces mêmes parties. Heureuſement nous n'avons aucun beſoin de pouſſer nos conjectures juſque-là. Nous n'avons nullement beſoin de décider ſi l'air eſt un liquide, tel que l'eau, ou s'il eſt un ſimple fluide ; ſi un volume d'air n'eſt qu'un amas d'une infinité de petits grains comme l'eſt un tas de ſable. Rien ne nous force à déterminer les figures des grains d'air, s'il eſt permis de parler de la ſorte, à celle de boules creuſes, d'eſpeces de petits balons, comme le veulent quelques Phyſiciens, où à la déterminer à celle d'eſpeces de cerceaux, ajuſtés comme ceux des Spheres, ainſi que le veut M. Hartſoeker. Il veut auſſi *, comme nous, que l'eau puiſſe s'introduire dans l'air, que les cerceaux, en ſpheres, d'air ſoient beaucoup plus grands que les boules creuſes & percées, ſous la forme deſquelles il ſe repréſente les parcelles de l'eau ; mais il ne nous a pas paru avoir cherché à développer cette idée, & à en faire uſage pour rendre raiſon des faits que nous avons tâché d'expliquer ici.

* *Cours de la Physique, p. 49. & 50.*

Il ne nous importe donc quelle ſoit la figure des grains d'air, pourvû que leur ſtructure ſoit telle, qu'elle permette à l'eau de les pénétrer ; que chaque grain d'air ſoit par rapport à l'eau un petit grain d'éponge, cela ſuffit. De cette ſuppoſition ſimple, ſe déduiſent les faits que nous avons à expliquer.

Nous avons déja vû qu'alors l'air contenu dans l'eau n'y doit être nullement compressible. Il est également aisé de voir pourquoi il n'a plus son degré de dilatabilité ordinaire. L'eau occupe des places qui ont coûtume d'être remplies par la matiére propre à le dilater, & dans lesquels cette matiére peut s'introduire en plus grande quantité en certaines circonstances que dans d'autres : alors c'est dans l'eau seulement que cette matiére peut s'introduire; là elle ne peut dilater l'air qu'autant qu'elle dilate l'eau, qu'au moyen de la dilatation qu'elle donne à l'eau; de sorte que si l'eau remplissoit tous les vuides que les parties des grains d'air laissent entre elles, l'air ne seroit dilatable que proportionnellement à la quantité réelle de sa matiére propre, moins que ne le sont bien des corps solides, & que ne l'est l'eau.

Mais il y a, sans doute, entre les parties de l'air des vuides qui sont trop petits pour recevoir l'eau, & qui peuvent recevoir la matiére subtile, la matiére du feu; & ce sont précisément ces petits espaces vuides qui font que l'air peut se dégager de l'eau dans les trois circonstances où il s'en dégage. 1.° Lorsque l'eau n'est plus comprimée par un poids aussi grand que celui qui la presse ordinairement. 2.° Lorsque l'eau reçoit une augmentation de chaleur considérable. 3.° Ou enfin lorsque l'eau se refroidit beaucoup. Quoique l'air contenu dans l'eau ne soit pas sensiblement compressible, celles de ses parties, entre lesquelles l'eau n'a pû pénétrer, sont réellement comprimées; elles tendent continuellement à se dilater, & se dilatent dès que la force qui les comprimoit devient moins grande, comme il arrive lorsqu'on pompe l'air du balon de la Machine pneumatique, & comme il arrive dans toutes les expériences où nous purgeons l'eau, ou l'Esprit de Vin, d'air par le moyen de nos Thermometres. Imaginons que les parties d'air qui se dilatent sont vers le centre d'un grain; non-seulement, en se dilatant, elles augmenteront le petit vuide qui y étoit, elles en produiront bien-tôt entre d'autres parties; l'effort de leur ressort chassera l'eau d'entre les parties voisines, qui à leur tour, agiront de tout leur ressort. Ainsi

de proche en proche, l'eau ſera bien-tôt chaſſée du grain d'air qu'elle mouilloit; ce grain, devenu plus léger par ſon augmentation de volume, changera de place, il ſe joindra à d'autres qu'il trouvera en ſon chemin; ainſi ſe formera une bulle capable de s'élever juſqu'à la ſurface de l'eau, & de s'échapper. Les grains d'air, dans leſquels l'eau a moins pénétré, ſont ceux qui ſe dégagent dès que les premiers coups de piſton ont été donnés; les grains plus imbibés d'eau ne ſont en état de reprendre aſſés de reſſort pour la chaſſer, que quand le nombre des coups de piſton a été très-multiplié.

Dans le ſecond cas, dans celui où l'air ſe dégage de l'eau qu'on a miſe ſur le feu, ou qu'on a chauffée de quelqu'autre maniére, la cauſe qui fait élever des bulles d'air eſt équivalente. Une augmentation de chaleur augmente le reſſort de l'air. Celles de ſes parties entre leſquelles il n'y a point d'eau reçoivent de la matiére du feu; elles agiſſent alors, comme dans le cas précédent, avec ſuccès, tant pour s'étendre, que pour forcer l'eau à ſortir d'entre les parties voiſines, entre leſquelles ſe loge la matiére propre à mettre leur reſſort en jeu.

Enfin dans le troiſiéme cas, dans celui d'un refroidiſſement conſidérable de l'eau, l'eau ſe condenſe; elle ne remplit plus exactement les places où elle s'étoit logée, elle y laiſſe des vuides où la matiére ſubtile, la matiére propre à augmenter le reſſort, s'introduit. Quelques circonſtances particuliéres aident encore à augmenter alors la force de ce reſſort; mais il ſuffit d'avoir entrevû comment, dans ces trois cas, l'air peut ſe dégager de l'eau.

Il ne ſera pas plus difficile de comprendre comment l'eau peut ſe charger, dans la ſuite, de l'air qui en a été chaſſé par une des trois cauſes précédentes, quand il n'y aura plus aucune de ces mêmes cauſes qui y mette oppoſition. Elle mouillera peu à peu l'air qui touche ſa ſurface, elle le pénétrera, elle montera dedans chaque grain, comme elle monteroit dans un morceau de drap qui la toucheroit. Le grain d'air ſe charge ainſi d'eau peu à peu, il s'appeſantit, il s'en applique davantage

davantage contre la surface de l'eau, & enfin devient en état de descendre au dessous de cette surface, & d'y rester quand il est autant imbibé d'eau qu'il le peut être.

L'expérience du petit Dé de Verre de M. Mariote & d'autres expériences plus exactes prouvent que l'eau, & il en est de même de plusieurs autres liqueurs, contient une quantité d'air, dont le volume surpasseroit le sien plusieurs fois, s'il étoit libre au milieu de l'Atmosphere. Il nous reste encore à expliquer comment tant d'air peut être contenu dans l'eau, sans qu'une force considérable soit employée à le comprimer. Pour mieux exposer la difficulté, & pour en donner le dénoüement, ayons encore une fois recours à nos fragments d'éponge : prenons un vase qui en est rempli; versons peu à peu de l'eau dans ce vase qui aille remplir tous les vuides qui sont entre les parties des fragments d'éponge. On voit assés, & nous l'avons assés vû, que la quantité d'eau qui y entrera, differera peu de celle qui eût été nécessaire pour remplir le vase, s'il eût été vuide, ou, ce qui est la même chose, que le volume d'eau sera à peu-près égal à celui des grains spongieux. Mais nous trouvons au milieu de nôtre eau ordinaire une quantité d'air dont le volume surpasse plusieurs fois celui de l'eau même. Le cas que nous avons à examiner est donc celui où il y auroit dans nôtre vase, outre l'eau qu'il contient, assés de grains spongieux pour le remplir plusieurs fois. Pour se faire quelque idée de la façon dont une si grande quantité de grains a pû y trouver place, ne nous contentons pas de regarder les grains, dont nous avons rempli nôtre vase, comme spongieux. Imaginons-les de nature approchante de celle de divers corps qui perdent leur ressort, dès que l'eau les pénétre, dès qu'elle les moüille, comme sont le Cuir, les membranes de plusieurs Vessies, le Carton ou le Papier. De petites boules creuses, de petits cylindres creux, & mille autres corps de figures irréguliéres, formés de quelques-unes de ces matiéres, occuperoient, secs, dans un vase, un espace considérablement plus grand que celui qu'ils y occuperoient moüillés; le vase qui seroit rempli de fragments chiffonnés

de papier ſec, recevroit le double ou le triple de pareils fragments bien imbibés d'eau. Imaginons donc que l'air, comme ces différentes matiéres, ſe laiſſe affaiſſer, lorſque l'eau s'eſt inſinuée entre ſes parties, lorſqu'elle y occupe la place du fluide qui produit ſon reſſort, & il ne ſera pas difficile de concevoir comment il peut y avoir dans l'eau une quantité d'air, dont le volume ſurpaſſeroit pluſieurs fois le ſien, ſi cet air étoit ſec, & avec tout ſon reſſort au milieu de l'Atmoſphere, & comment cet air eſt contenu dans l'eau, ſans qu'il ſoit beſoin d'une force exceſſive pour l'y condenſer. Le Papier, le Carton auquel nous l'avons comparé, qui ſec ſoûtiendroit par ſon reſſort quelque corps peſant, étant moüillé ne peut pas même ſoûtenir ſon propre poids. Si ce n'eſt pas expliquer entiérement la cauſe premiére de l'effet que nous venons d'examiner, c'eſt faire voir au moins qu'il peut en avoir une ſemblable, ou analogue à celle de pluſieurs autres effets qui nous ſont familiers, & dont la production ne nous paroît pas difficile à concevoir.

Mais, pour revenir à la conſtruction de nos Thermometres, il ſemble que nous avons aſſés aſſûré la régularité de leur marche contre les dérangements qui pourroient y être produits par des chaleurs exceſſives. La pratique de l'expédient que nous avons donné, eſt d'ailleurs plus ſimple qu'elle ne pourroit paroître. Il eſt vrai qu'on ſera ſouvent obligé de mettre un Thermometre quinze & vingt fois dans l'eau chaude, lorſqu'on voudra épuiſer exactement la liqueur de tout l'air qui en peut être tiré par le degré de chaleur capable de la faire monter juſqu'au haut du Tube : mais ces quinze ou vingt opérations emporteront peu de temps à des Ouvriers qui conſtruiront un grand nombre de Thermometres à la fois ; on en peut mettre pluſieurs dans un même chaudron, plein d'eau chaude, & les nût-on un à un, cela va aſſés vîte. Mais je ne penſe pas qu'il ſoit bien néceſſaire de purger l'Eſprit de Vin de tout l'air en queſtion ; quand on lui en laiſſera un ou deux degrés, ce peu d'air qui lui ſera laiſſé, ne ſera pas capable d'altérer ſenſiblement la marche du Thermometre,

& on s'épargnera la répétition du plus grand nombre des opérations. Dans les trois premiéres, on tirera quelquefois 30 ou 40 degrés d'air; il en faudroit ensuite employer plus de douze à quinze pour tirer le dernier, ou les deux derniers degrés.

Il ne resteroit plus qu'à faire voir comment on peut mettre la marche de nos Thermometres hors d'état d'être troublée par les plus grands froids : quoique le moyen en soit simple, & le même dans le fond que celui auquel nous avons eu recours contre l'effet de la chaleur, pour nous assûrer de son efficacité, il a fallu faire des expériences sur diverses sortes de refroidissements artificiels, qui nous ont fourni des faits qui mériteroient d'être détaillés, & qui ne le pourront être que dans un Mémoire, pour lequel même ils fourniront une ample matiére.

Avant de finir celui-ci, il nous reste encore à examiner s'il n'y a pas une cause d'irrégularité dans la marche des Thermometres à Esprit de Vin, qui mérite plus qu'aucune autre qu'on cherche à prévenir ses effets. On me fit faire attention à celle dont je veux parler, dans nos Assemblées de l'Académie; on m'y fit remarquer qu'elle pourroit beaucoup plus influer sur les Thermometres de nouvelle construction que sur les autres; ils ont communément de plus longs Tubes, parce que le jeu de la liqueur y a une plus grande étendüe, ou, ce qui est la même chose, parce que leurs degrés sont plus grands que ceux des autres Thermometres. Or dans tout Thermometre la colomne de liqueur qui charge la Boule dans des jours extrémement chauds, est plus haute, sensiblement, que celle qui la charge dans des jours très-froids. La différence entre les hauteurs des colomnes est d'autant plus considérable dans un Thermometre, que chacun de ses degrés proportionnels à ceux d'un autre sont plus grands. La Boule de nos Thermometres se trouve donc beaucoup plus chargée dans les grandes chaleurs de l'Eté que dans les froids de l'Hyver ; car les premiers principes de l'Hydrostatique apprennent que quelque petit que soit le

diametre des colomnes dans le Tube, leur effort eſt égal à celui de colomnes de pareille hauteur, & dont le diametre ſeroit le même que celui de la Boule. Tout roide qu'eſt le Verre, il n'eſt pas infléxible. L'augmentation de preſſion ſur la Boule, ſur-tout ſi elle n'eſt pas exactement ronde, & que ſes parois ſoient minces, y doit produire quelque effet, elle doit augmenter ſa capacité. De-là il ſuit qu'une portion de liqueur qui, dans les temps chauds, devroit occuper une partie du Tube, y marquer des degrés, reſtera dans la Boule pour remplir ce dont ſa capacité a été augmentée. La liqueur ſera donc trop bas dans le Tube pour y marquer le vrai degré de chaleur. Moins la figure de la Boule approchera de la ſphéricité exacte, & plus l'augmentation de la charge agira contre elle avec ſuccès pour augmenter ſa capacité. J'ai pourtant propoſé dans le premier Mémoire, de donner à la partie que nous nommons la Boule, une figure lenticulaire, ou celle de boule applatie, & je la lui euſſe fait donner, ſi j'euſſe trouvé des ouvriers plus diſpoſés à en prendre la peine. Jamais les boules ne ſont aſſés parfaitement rondes, & je propoſois de les faire encore d'une figure qui ſeroit moins capable de réſiſter aux augmentations de preſſion.

Tous les principes ſur leſquels eſt fondée cette difficulté ſont certains ; mais il s'agiſſoit de ſçavoir juſqu'où alloit dans la pratique l'augmentation du volume de la Boule produite par l'augmentation de la hauteur de la colomne, ſi elle cauſoit une irrégularité qui méritât qu'on cherchât à y apporter remede.

Il y a à choiſir entre les moyens qui s'offrent pour s'aſſûrer ſi une augmentation de preſſion, équivalente à celle de la hauteur de nos colomnes de liqueur, peut produire ſur nos Boules de Thermometres une augmentation de capacité qui mérite qu'on en tienne compte. Un de ces moyens eſt de remplir d'eau la Boule & le Tube d'un Thermometre, de boucher avec le doigt le bout de ce Tube plein, de renverſer enſuite le Thermometre le haut en bas, & de mettre dans un vaſe plein d'eau le bout du Tube ; qu'on ôte alors le doigt

qui lui servoit de bouchon. Dans cet état non seulement la Boule cesse d'être chargée du poids de la colomne d'eau qui remplissoit le Tube, de ce poids qui, lorsqu'elle étoit dans une autre position, tendoit à aggrandir sa capacité, mais cette même colomne d'eau contrebalance une partie de la colomne de l'Atmosphere, & par conséquent la partie convexe de la Boule se trouve plus chargée que ci-devant; ainsi non seulement le ressort des parties de la Boule tend à les ramener vers le centre, l'augmentation de charge les y porte aussi. La Boule doit donc diminuer de capacité, ou, ce qui est la même chose, chasser une portion de son eau dans le Tube, & une partie de celle du Tube doit couler dans le vase. Qu'on bouche alors une seconde fois le Tube avec le doigt, qu'on le retire de l'eau, & qu'on le redresse, le tenant toûjours bouché; il doit se faire un vuide entre le doigt & la surface de la liqueur du Tube qui sera égal à ce dont la capacité de la Boule est plus grande alors qu'elle ne l'étoit dans la position contraire. Il reste aussi alors réellement un vuide entre le doigt & la surface de l'eau, mais tel qu'il ne mérite pas qu'on y fasse attention par rapport à la graduation des Thermometres. Les Boules les plus irréguliéres, & les Tuyaux les plus longs, ne me l'ont jamais donné de $\frac{1}{4}$ de degré, & peut-être au plus de $\frac{1}{8}$ de degré. J'ai essayé aussi une Boîte plate, dont la forme & dont la grandeur approchoient assés de celles d'une Boîte à Thé d'une demi-livre. Le vuide qu'elle m'a donné n'a pas été d'un demi-degré. Cependant la différence entre les hauteurs des colomnes, dans le cas de cette épreuve, étoit peut-être double de ce qu'elle est dans le jeu du Thermometre; les irrégularités, que les différentes hauteurs des colomnes produiroient dans les Boîtes de la figure la moins avantageuse, n'iroient donc, depuis le plus grand froid jusqu'au plus grand chaud, qu'à $\frac{1}{4}$ de degré, & à $\frac{1}{16}$ au plus dans les Boîtes sphériques, & cette petite inégalité seroit distribuée proportionnellement à tous les degrés intermediaires.

Un moyen plus ſimple encore, & équivalent, de reconnoître ce que la différence des charges peut produire ſur la capacité des Boules, eſt de faire ſuccer par quelqu'un le bout d'un Thermometre déſcellé, le plus fortement qu'il lui ſera poſſible, & d'obſerver, pendant qu'il ſucce, de combien la liqueur ſe tient plus haut qu'auparavant dans le Tube, & de combien elle deſcend lorſqu'il ceſſe de ſuccer.

Mais le plus ſimple de tous les moyens de faire cette épreuve, & le plus propre à raſſûrer ſur l'inquiétude qu'on pourroit avoir, par rapport au Thermometre dont on ſe ſert journellement, c'eſt de voir ſur le Thermometre même, ſi l'inégalité des hauteurs des colomnes de liqueur, eſt capable de produire des différences dans le nombre des degrés. Nous en donnerons la maniére, & un exemple en même temps. Que la liqueur ſoit élevée à 30 degrés au deſſus de la congélation, qu'eſt-ce que je veux ſçavoir? c'eſt ſi la liqueur ne devroit point être à 31 ou 32 degrés, ſi l'excès de cette colomne au deſſus de celle de la congélation, ou au deſſus de celle d'un plus grand froid, n'augmente point la capacité de la Boule d'un ou de deux degrés. Pour le découvrir, je n'ai autre-choſe à faire que d'avoir recours à un expédient ſimple qui a déja été employé dans ce Mémoire, que d'incliner mon Thermometre juſqu'à ce que le 30.me degré ne ſoit pas plus élevé au deſſus de la Boule, qu'y eſt élevé le degré de la congélation, lorſque le Thermometre eſt dans une poſition verticale. En un mot, je puis rendre la colomne qui charge la Boule auſſi petite que je voudrai, en inclinant le Thermometre. Si à meſure que je l'incline, la liqueur avance du 30.me degré vers des degrés ſupérieurs, c'eſt une preuve que la capacité de ma Boule ſe rétrécit. Mais ſi la liqueur reſte ſenſiblement au même degré, quelqu'inclinaiſon que je donne au Thermometre, j'ai preuve que la capacité de ma Boule ne varie pas aſſés ſenſiblement pour ôter des degrés, ou des portions de degrés. Je n'ai trouvé aucun Thermometre de nouvelle conſtruction, qui quel-

qu'incliné qu'il fût, donnât une augmentation ſenſible de portion de degré. Il faut pourtant avoüer qu'on ne juge pas avec autant de préciſion de l'étendüe qu'occupe la liqueur dans le Tube incliné, qu'on juge de celle qu'elle occupe dans le Tube droit. Dans le Tube incliné, la liqueur ne remplit pas toute la capacité du dernier degré ſur lequel elle s'étend, elle ſe termine par une eſpece d'onglet. Mais le coup d'œil apprend ſuffiſamment que ce qu'il y a de trop en avant, eſt compenſé par ce qui manque en arriére. C'eſt de quoi on eſt encore mieux en état de juger, ſi avant de faire cette petite épreuve, pendant que le Thermometre eſt droit, on entoure d'un brin de fil le Tube vis-à-vis les bords de la liqueur. Quand on incline enſuite le Thermometre, on voit que ſi la liqueur avance par de-là le fil, le long de la ſurface inférieure, elle laiſſe en haut du côté oppoſé une place vuide.

S'il y avoit donc un Thermometre à la marche duquel il y eût quelque correction à faire, par rapport à l'inégalité des colomnes, on ſçauroit ainſi ſur le champ, la correction qu'il y auroit à faire. Auſſi avons-nous parlé au long, au commencement de ce Mémoire, d'un cas où la liqueur marque plus de degrés ſur le Tube incliné, que ſur le Tube vertical; & nous avons prouvé que ç'étoit, lorſqu'il eſt reſté dans la capacité de la Boule, une certaine quantité d'air qui n'eſt pas unie à l'Eſprit de Vin.

Nous répéterons, en finiſſant, ce que nous avons déja dit ailleurs. Nous n'avons garde de croire que les Thermometres, dont nous avons propoſé la conſtruction, ſeront à l'abri de toutes irrégularités; mais celles où ils reſteront expoſés, ne les empêcheront pas d'avoir toute l'exactitude qu'on en peut demander, & même toute celle qu'on a beſoin qu'ils ayent. Une cauſe d'irrégularités, dont nous n'avons pas encore parlé, & à laquelle on négligera apparemment d'apporter remede, c'eſt que les degrés qui ſervent à meſurer ceux du Tube n'ont pas une grandeur fixe. Ils ſont tantôt

plus grands, & tantôt plus petits. Ils ſont marqués ſur une feüille de papier, collée ſur une planche de bois. Or le bois & le papier ſont allongés par l'humidité, & raccourcis par la ſéchereſſe, & de quantités meſurables ſur des longueurs telles que celles des Thermometres. Je doute pourtant que pour avoir des Thermometres plus précis, on ſubſtitüe des planches de métal ou de glace à celles de bois; elles ſeroient elles-même expoſées à s'allonger par le chaud, & à ſe raccourcir par le froid. Il y auroit du ridicule à vouloir pouſſer la préciſion des Ouvrages phyſiques juſqu'à un certain point, auquel il eſt également impoſſible & inutile de la porter.



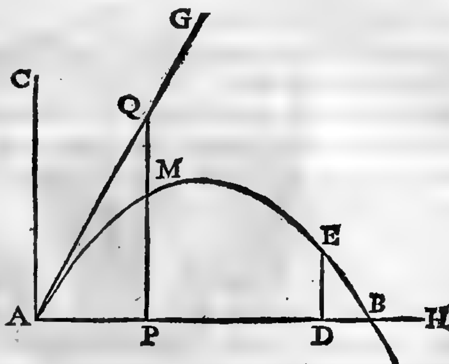
BALISTIQUE

BALISTIQUE ARITHMETIQUE.

Par M. DE MAUPERTUIS.

QUOIQU'ON ait déja un grand nombre de Traités de Balistique, j'ai crû qu'on ne seroit pas fâché de voir tout cet Art dans une page, qui contient, je l'ose dire, tout ce que contiennent les plus gros Traités, & le contient d'une maniére plus directe, & plus commode pour l'execution, que les constructions géometriques qui dépendent des propriétés du Cercle & de la Parabole.

I. Soit la vîtesse de la Bombe égale à celle qu'elle auroit acquise en tombant de la hauteur CA, c'est-à-dire $= \sqrt{a}$, $AQ = t$, $QM = z$; la Bombe sortant dans la direction AG, l'on aura $t . 2z :: \sqrt{a} . \sqrt{z}$, ou $tt = 4az$. Pour rapporter cette Parabole



à la ligne horisontale AH qui fait avec AG un angle, dont le rayon étant $= 1$, la tangente $= n$; Soit $AP = x$, $PM = y$, $PQ = nx$; l'on a $QM = PQ - PM$ ($z = nx - y$) & $AQ^2 = AP^2 + PQ^2$ ($tt = xx + nnxx$). Et chassant z & t de la premiére Equation $tt = 4az$, l'on trouve $(nn + 1)\, xx = 4nax - 4ay$.

II. *Pour frapper le point donné* E *avec une charge de Poudre donnée.*

Soit $AD = b$, $ED = c$; il faut que lorsque x devient b, y devienne c; l'on a donc $(nn + 1)\, bb = 4nab - 4ac$.

D'où l'on tire pour la direction du Mortier $n = \frac{2a}{b} \pm \frac{1}{b}$ $\sqrt{(4aa - 4ac - bb)}$. D'où l'on voit que pour frapper E avec une charge donnée, il y a deux positions de Mortier.

Coroll. 1. Afin que n soit possible, il faut que $4aa =$ ou $> 4ac + bb$.

Coroll. 2. Lorsque E est sur l'horisontale, l'on a $n = \frac{2a}{b}$ $\pm \frac{1}{b} \sqrt{(4aa - bb)}$.

Coroll. 3. Lorsque E est au dessous, l'on a $n = \frac{2a}{b}$ $\pm \frac{1}{b} \sqrt{(4aa + 4ac - bb)}$.

III. *Pour frapper le point donné* E *sous une direction donnée.*

L'on a $a = \frac{nn+1}{4nb - 4c} bb$. Ce qui détermine la charge.

Coroll. On voit par-là que pour une situation constante de Mortier, la longueur horisontale du jet est proportionnelle à la ligne CA, qu'on prend pour la force du jet. Car c étant $= 0$, l'on a $b = \frac{4n}{nn+1} a$.

IV. *Pour trouver la direction du plus long jet possible.*

L'on a $AB = x = \frac{4n}{nn+1} a$, qui doit être un *Max.* Différentiant donc cette quantité, ou simplement $\frac{n}{nn+1}$, & faisant la différence $= 0$, l'on trouve $n = 1$. D'où l'on voit que l'angle demi-droit donne le plus long jet horisontal possible.

V. *Pour trouver la plus petite charge qui puisse frapper* E.

L'on a $a = \frac{nn+1}{4nb - 4c} bb$, qui doit être un *Min.* Différentiant donc cette quantité, en faisant n variable, ou différentiant simplement $\frac{nn+1}{nb - c}$, l'on trouve $n = \frac{c}{b}$ $\pm \frac{1}{b} \sqrt{(bb + cc)}$; substituant la valeur positive pour n dans $a = \frac{nn+1}{4nb - 4c} bb$, l'on trouve $a = \frac{1}{2} c + \frac{1}{2}$ $\sqrt{(bb + cc)}$.

DU MOUVEMENT VÉRITABLE DES COMETES A L'ÉGARD DU SOLEIL ET DE LA TERRE.

Par M. CASSINI.

DANS le grand nombre de Cometes qui ont été observées depuis plusieurs Siécles, on en a vû plusieurs, lesquelles paroissoient se mouvoir de l'Occident vers l'Orient, suivant l'ordre que les Planetes observent constamment autour du Soleil, & les Satellites autour de leurs Planetes principales. D'autres qui paroissoient retrograder pendant tout le temps de leur apparition; d'autres enfin qui après avoir paru d'abord directes ou rétrogrades, prenoient une route directement opposée à celle qu'elles avoient eû au commencement qu'on les avoit apperçûës. 23 Juin 1731.

Ces diverses directions des mouvements des Cometes ont donné lieu à divers sentiments. Les uns ont crû que les Cometes qui paroissoient directes, avoient un mouvement réel autour de la Terre ou du Soleil, & que celles que l'on voyoit rétrogrades, décrivoient leurs révolutions autour d'un autre foyer, tel que pouvoient être quelques Étoiles fixes, où une Planete assés éloignée de nous, peut n'être point apperçûë à nos yeux, & que l'on ne découvroit ces Cometes que lorsqu'elles étoient dans la partie de leur orbe la plus voisine de la Terre. D'autres Philosophes ont regardé le Soleil comme au foyer de toutes les Cometes, mais ils ont crû en même temps qu'elles pouvoient avoir un mouvement indifféremment de tous les sens de l'Orient vers l'Occident, ou de l'Occident vers l'Orient.

Ils ont même employé ces apparences, pour combattre le Systême des Tourbillons, suivant lequel il seroit assés difficile d'expliquer comment la matiére qui compose ces

Tourbillons, étant entraînée du même ſens de l'Occident vers l'Orient, il ſe pouvoit faire que des corps d'une auſſi grande étenduë que ceux des Cometes puſſent traverſer ces Tourbillons, & faire leur révolution autour du Soleil dans un ſens contraire.

Comme dans la derniére Comete qui a paru à la fin d'Août de l'année 1729, j'ai fait voir que ſon mouvement, qui paroiſſoit rétrograde, étoit réellement direct, ſuivant la ſuite des Signes, ce qui a été même ſuſceptible d'une démonſtration exacte; j'ai crû qu'il ſeroit intéreſſant pour le Syſtême général des Cometes, & même pour celui des Tourbillons, d'examiner le mouvement de toutes les Cometes que l'on a obſervées depuis pluſieurs Siécles, & ſi nonobſtant la rétrogradation apparente que l'on a remarquée dans le cours d'un grand nombre de ces Cometes, on peut leur attribüer un mouvement direct avec autant ou plus de vrai-ſemblance, qu'en les ſuppoſant réellement rétrogrades.

Pour établir cette vrai-ſemblance, j'ai crû devoir faire quelques ſuppoſitions que l'on n'aura pas, à ce que je crois, de peine à m'accorder.

La premiére, que les Cometes ſont des corps durables qui ne ſont point ſujets à augmenter ou diminuer ſenſiblement de grandeur apparente dans le temps de leur apparition.

La ſeconde, que les Cometes ſe meuvent réellement plus lentement, plus elles ſont éloignées du Soleil, que je regarde comme le centre ou le foyer de leur mouvement, ce qui eſt conforme à ce que l'on obſerve dans toutes les Planetes.

La troiſiéme, que les Cometes qui ont eû un mouvement apparent très-rapide, ne l'ont eû tel, que parce qu'elles ſe ſont trouvées fort près de la Terre, & que la combinaiſon du mouvement réel des Cometes, & de celui de la Terre ſur ſon orbe, cauſe le mouvement que nous y appercevons.

Ce ſont à ces marques que nous avons crû pouvoir nous aſſûrer de la direction véritable du mouvement des Cometes, dont nous allons donner la deſcription.

Il seroit trop long, & peut-être peu utile d'entreprendre de représenter ici toutes les Cometes qui ont paru jusqu'à présent. La plûpart des anciennes Observations ont été si peu circonstanciées, qu'on ne peut pas y établir de fondement certain; d'ailleurs elles ont été souvent confondües avec des Météores ou des Phénomenes passagers. Ainsi nous avons crû devoir commencer nos recherches par la Comete de 1472, qui fut observée par Regiomontanus dans le Signe de la Balance, le 13 de Janvier. Son mouvement fut d'abord lent, mais il devint ensuite très-rapide, en sorte que dans l'espace d'un jour elle décrivit 40 degrés d'un grand cercle; il se rallentit ensuite jusqu'au 14 de Février qu'elle étoit vers le milieu du Bélier, après avoir parcouru près de six Signes contre la suite des Signes.

Ayant décrit une Figure qui représente l'Orbe annuel, sur laquelle on a placé la Terre, au 13 de Janvier commencement de l'apparition de cette Comete, & au 14 de Février jour qu'elle cessa de paroître; & tirant de ces points des rayons au vrai lieu de la Comete dans ces différents temps, on trouve qu'elle a eu un mouvement direct suivant la suite des Signes, qu'elle s'est trouvée d'abord au de-là de l'Orbe annuel, qu'elle a ensuite traversé cet Orbe vers le milieu de son apparition, temps auquel elle s'est trouvée fort près de la Terre, ce qui étoit la cause de sa grande vîtesse apparente, & qu'elle s'est ensuite écartée de la Terre en s'approchant du Soleil, de la maniére qu'elle est ici marquée dans la premiére Figure, où l'on voit qu'il seroit très-difficile de représenter le mouvement de cette Comete contre l'ordre des Signes, tel que son mouvement apparent fut de 40 degrés, comme on l'a observé.

Depuis la Comete de 1472, Hevelius, de même que ceux qui ont fait l'Histoire des Cometes, en rapporte un grand nombre dont on n'a point décrit le cours ni la quantité de leurs mouvements; ainsi nous nous contenterons d'examiner ici celles dont la situation a été déterminée par des Observations astronomiques.

Entre ces Cometes, nous trouvons celle de 1531 qui

parut depuis le 6 Août jusqu'au 3 Septembre. Elle fut déterminée par Appianus le 13 Août en ♌ $19^d\ 15'$ avec une latitude boréale de $23^d\ 15'$. Elle étoit le 14 à $23^d\ 39'$ du même Signe avec une latitude boréale de $23^d\ 2'$, ayant eu un mouvement en longitude de $4^d\ 24'$ suivant la suite des Signes, & de 13 minutes en latitude du Nord vers le Midi.

Le 15 Octobre elle étoit en ♌ $29^d\ 24'$ avec une latitude de $22^d\ 0'$, son mouvement ayant été de $5^d\ 45'$ en longitude, & d'un degré 2 minutes en latitude. Il ne fut ensuite le 15 & le 16 que de $5^d\ 13'$ en longitude, & d'une minute en latitude du Midi vers le Nord. On l'observa le 17 en ♍ $9^d\ 14'$ avec une latitude de $21^d\ 25'$, son mouvement ayant été de $4^d\ 37'$ en longitude & de $36'$ en latitude.

Elle étoit le 18 en ♍ $15^d\ 30'$ avec une latitude de $20^d\ 12''$, ayant eu un mouvement de $6^d\ 16'$ en longitude & d'un degré $13'$ en latitude. Elle fut observée le 22 en ♎ $1^d\ 23'$ avec une latitude de $16^d\ 32'$, son mouvement ayant été dans l'espace de quatre jours de $15^d\ 53'$ en longitude & de $3^d\ 40'$ en latitude. Enfin le 23 Août elle fut déterminée en ♎ $2^d\ 51'$ avec une latitude de $14^d\ 31'$ vers le Nord de même que les précédentes, ayant eu un mouvement de $1^d\ 28'$ en longitude & de $2^d\ 1'$ en latitude.

Si les Observations de cette Comete sont exactes, & ont été faites chaque jour, à la même heure, son mouvement en longitude a accéléré & retardé deux fois, puisque du 14 au 15 d'Août, il a été de $5^d\ 45'$ plus grand que le jour précédent & le suivant; & du 17 au 18 de $6^d\ 16'$ plus grand que les jours avant & après; avec une variation en latitude peu réguliére, ce que l'on n'observe pas pour l'ordinaire dans les Cometes. Quoi qu'il en soit, on peut représenter son cours en trois maniéres différentes, dont deux directes, & une rétrograde.

La premiére, directe, en la plaçant entre le Soleil & la Terre, mais plus près de la Terre que du Soleil, comme elle est marquée dans la Figure; la seconde rétrograde, en la plaçant aussi entre le Soleil & la Terre au de-là du concours

des rayons tirés de la Terre à la Comete, & la troisiéme directe, au de-là du Soleil, à telle distance que l'on jugera à propos.

En 1532, il parut avant le lever du Soleil, une Comete depuis le 23 Septembre jusqu'au 3 Décembre, qui étoit trois fois plus grande que Jupiter, & avoit une queüe de la longueur de deux brasses. Elle fut observée par Appianus, qui détermina sa situation, ainsi qu'elle est marquée ici.

			Longitude.		Latitude		
Octobre	2	♍	8d	24′	13d	44′	Merid.
	3		1	25	10	12	
	14	♎	0	0	0	0	
	19		5	46	4	51	Sept.
	31		21	30	13	15	
Novembre	1		23	57	14	42	
	8	♏	3	35	19	36	

Suivant ces Observations, cette Comete a paru d'abord rétrograde, ayant eu depuis le 2 jusqu'au 3 Octobre, un mouvement en longitude de 7 degrés contre la suite des Signes, qui dans les Observations suivantes a été direct, & a continué de même jusqu'à la fin de son apparition.

Il ne paroît pas qu'on puisse représenter le cours de cette Comete, tel qu'il a été déterminé, en supposant que son mouvement ait été réellement rétrograde, & il est nécessaire de la placer au commencement qu'elle a été apperçûë dans l'Orbe annuel, fort près de la Terre, dont elle s'est éloignée les jours suivants, avec un mouvement réel suivant la suite des Signes.

En 1533, Appianus observa au mois de Juin, une Comete, dont il ne put déterminer que quatre fois la situation. Elle étoit le 18 Juin en ♊ 3^d $40'$ avec une latitude septentrionale de 32^d. Il l'observa le 21 du même mois en ♉ 29^d $20'$ avec une latitude de 36^d $20'$, la longueur de sa queüe étant de 15^d. Le 23 Juin, elle étoit en ♉ 21^d $30'$ avec une latitude de 40^d $30'$. Enfin le 25 Juin, il

la trouva en ♉ 15^{d} avec une latitude de 43^{d}. Cette Comete étoit si près du Pole, qu'elle ne parut jamais se coucher, & je suis persuadé, ajoûte Appianus, qu'elle ne causera pas peu de différend entre les Astronomes & les Philosophes, parce que son mouvement a été, contre l'ordre des Signes, des Gemeaux vers le Taureau.

Hevelius rapporte, vers le même temps, l'Observation d'une Comete, par Cornelius Gemma, qui la trouva au commencement de Juillet au 5.me degré des Gemeaux vers la Constellation de la Chevre, avec une latitude de 2 degrés, & une déclinaison de 48 degrés; & il paroît qu'il y a erreur dans le jour, puisque le 25 Juin elle avoit été observée à 15 degrés du Taureau; ainsi nous avons employé l'Observation d'Appianus, suivant laquelle son mouvement a été rétrograde de 18^{d} 40' dans l'espace de 7 jours, & nous trouvons qu'on peut représenter son cours direct, suivant la suite des Signes, en la plaçant au dedans de l'Orbe annuel, mais beaucoup plus près de la Terre que du Soleil, comme on l'a marqué dans la Figure.

En 1576, on découvrit au commencement de Mars, une Comete qui paroissoit à peu près égale à la moitié de la Lune, ayant une chevelure qui n'étoit pas longue, mais qui répandoit de la lumiére comme un flambeau, lorsqu'il fait du vent. Elle parcourut, suivant Cardan, 75 degrés contre la suite des Signes de l'Orient vers l'Occident, & 30 degrés du Midi vers le Septentrion. Jean Homelius qui l'observa, rapporte qu'elle étoit le 5 Mars proche de l'Étoile β qui est dans l'aîle gauche de la Vierge, le 9 près d'Arcturus s'élevant droit vers le Pole boréal, d'où elle descendit vers Saturne qui étoit alors dans le Signe du Bélier.

Il paroît par les Observations que l'on en a rapportées, que le mouvement de cette Comete a été d'abord quelques jours direct, & ensuite rétrograde, ayant un mouvement fort prompt qui la portoit du Sud vers le Nord, dont elle descendit vers le Sud dans la partie du Zodiaque.

Ayant représenté la route de cette Comete, par rapport

à

à l'Orbe annuel, on trouve qu'elle étoit au commencement de ſon apparition au de-là de cet Orbe, qu'elle a traverſé vers le milieu de ſon cours avec un mouvement direct, ſuivant la ſuite des Signes, & qu'elle s'eſt enſuite approchée du Soleil en s'éloignant de la Terre.

Cette Comete paroît avoir beaucoup de rapport avec celle qui avoit été obſervée 84 années auparavant, en 1472, par Regiomontanus, laquelle avoit paru d'abord dans le Signe de la Balance, & après avoir paſſé entre le Pole de l'Ecliptique & celui de l'Equateur, avoit terminé ſon cours vers le Signe du Belier. Car l'on voit par la Figure où l'on a repréſenté leur mouvement, qu'elles ont eu une direction ſemblable à l'égard du Soleil. On y remarque ſeulement deux différences. La premiére, que la Comete de 1472 avoit traverſé l'Ecliptique vers les premiers degrés du Lion, au lieu que celle-ci a paſſé à la fin de la Vierge. La ſeconde, que la Comete de 1472 a parcouru 40 degrés dans l'eſpace d'un jour, au lieu que celle de 1576 n'en a décrit que 15 dans le même intervalle. Mais on peut rendre raiſon aiſément de ces différences, en attribüant la premiére au mouvement du Nœud de cette Comete qui auroit été de 50 degrés, ſuivant la ſuite des Signes dans l'eſpace de 84 années, & la ſeconde à la différente diſtance de ces Cometes à la Terre, en ſuppoſant que la Comete de 1472 a paſſé plus près de la Terre que celle de 1576, d'où il ſuit que ſon mouvement a dû être plus prompt en apparence.

Au mois de Novembre de l'année 1577, il parut une Comete dont le diametre étoit de 7 minutes de degré, & dont la queüe occupoit la troiſiéme partie du Ciel.

Elle fut obſervée pendant tout ſon cours par Tycho, qui compoſa à ſon ſujet un ouvrage où il rapporte toutes les Obſervations qu'il en a faites dans l'intervalle de deux mois & demi, depuis le 13 Novembre 1577 juſqu'au 26 Janvier de l'année ſuivante.

Elle étoit le 13 Novembre à $7^{d}\,15'$ du Capricorne avec

une latitude boréale de 8^d 59′ qui alloit en augmentant vers le Nord.

Le 25 Novembre, ſa longitude étoit à 7^d 24′ du Verſeau, & ſa latitude de 22^d 5′.

Le 5 Décembre, ſa longitude étoit à 21^d 6′ ♒, & ſa latitude de 25^d 54′.

Le 15, ſa longitude étoit à 29^d 41′ ♒, & ſa latitude de 27^d 34′.

Le 25, ſa longitude étoit à 6^d 36′ ♓, & ſa latitude de 28^d 29′.

Le 5 Janvier 1578, ſa longitude étoit à 12^d 23′ ♓, & ſa latitude de 28^d 59′.

Le 15, ſa longitude étoit à 16^d 56′ ♓, & ſa latitude de 29^d 12′, & le 26 ſa longitude étoit à 20^d 55′ ♓, & ſa latitude de 29^d 15′.

On voit par ces Obſervations que cette Comete a paru directe pendant tout ſon cours, ayant eu dans l'intervalle de 74 jours un mouvement en longitude, ſuivant la ſuite des Signes, de 73^d, & de 20^d 16′ en latitude.

Si l'on tire du lieu de la Terre des rayons, au lieu de la Comete, dans ces différentes Obſervations, ces rayons comprendront l'eſpace parcouru par cette Comete, dont on repréſentera le cours, en la plaçant pendant tout le temps de ſon apparition au dedans de l'Orbe annuel, mais moins éloignée de la Terre que du Soleil, dont elle s'eſt approchée à meſure qu'elle s'éloignoit de la Terre avec un mouvement direct ſuivant la ſuite des Signes conformément à l'apparence.

Ce mouvement réduit à l'Ecliptique, tel qu'il eſt dans la Figure, paroît plus petit que celui de la Terre; mais à cauſe de l'obliquité de la route de cette Comete, il eſt réellement plus grand, comme il le doit être en effet, à cauſe que ſa révolution s'eſt faite au dedans de l'Orbe annuel.

Je ne ferai point ici la deſcription de trois Cometes qui, dans l'Hiſtoire générale des Cometes de Lubienietz, furent apperçûës en 1578, parce qu'il ne donne aucun détail de leurs Obſervations.

Il en parut une en 1580 qui fut obfervée par Hagecius depuis le 2 Octobre, ftile vieux, jufqu'au 21 Novembre. Elle avoit un mouvement rétrograde fuivant lequel elle parcourut les Signes du Poiffon, du Verfeau, du Capricorne & du Sagittaire jufqu'au premier de ce Signe.

Elle fut obfervée à Prague le 10 Octobre fous la tête du Poiffon précédent, entre le Zodiaque & l'Equateur à environ 5 degrés de ce Signe ; elle furpaffoit à la vûë les Etoiles de la premiére grandeur, ayant une lumiére foible, femblable à celle de Saturne, fans avoir de queüe ni de chevelure.

Elle parut fous cette forme pendant 14 jours, ayant une direction oblique vers l'Occident contre l'ordre des Signes, allant des Etoiles qui font dans la main du Verfeau vers la luifante de la tête du Pégafe, & continuant fon cours avec affés de vîteffe par les Conftellations du petit Cheval & du Dauphin, car elle parcouroit alors près de 4 degrés dans l'efpace d'un jour. Vers la fin d'Octobre, & au commencement de Novembre, elle paroiffoit beaucoup plus claire que les jours précédents. Sa queüe, qui étoit déliée & femblable à une fumée légere, fe diftinguoit avec plus d'évidence. Son cours fe rallentit enfuite lorfqu'elle fe trouva entre l'aîle droite de l'Aigle & la flêche, & qu'elle paffa la Voye de lait jufqu'au 14 Novembre.

Meftlin, qui avoit apperçû cette Comete dès le 2 Octobre, trouva qu'elle excédoit dès-lors en grandeur Venus, quoiqu'elle ne lui fut en aucune maniére comparable en clarté, étant affés femblable à une Etoile nébuleufe.

Le 8 Octobre elle parut un peu plus luifante, mais cependant fans queüe. Le lendemain on commença à appercevoir une blancheur qui défignoit fa queüe ou chevelure, dont on détermina la longueur le 10 Octobre de 4 degrés & demi ou un peu plus. Les jours fuivants, dans l'abfence de la Lune, cette queüe ne parut gueres moins longue que celle de la Comete de 1577, mais beaucoup plus obfcure.

Le 15 Octobre, Meftlin trouva fon diametre avec fa chevelure de $16^{d}\ 30'$. Les quatre premiers jours qu'il l'obferva,

depuis le 2 jusqu'au 6 Octobre, elle resta dans le Signe du Bélier; les sept jours suivants, depuis le 6 jusqu'au 13 Octobre, elle parcourut le Signe entier des Poissons.

Elle ne demeura que huit jours, jusqu'au 21 Octobre, dans le Signe du Verseau, d'où elle passa dans le Signe du Capricorne, qu'elle traversa dans l'espace de 14 jours; les autres 38 jours que Mestlin continua à la voir, elle resta dans le Signe du Sagittaire, & parvint au commencement de ce Signe avec un mouvement fort lent.

Son mouvement fut lent au commencement & à la fin de son apparition, mais plus lent vers la fin. Il parut le plus vîte vers le 13 Octobre, lorsqu'elle étoit vers le commencement des Poissons, éloignée de 4 Signes du Soleil, qui étoit au commencement du Scorpion, car elle parcourut alors 5 degrés & quelques minutes en un jour. On la voyoit d'abord se lever après le coucher du Soleil, & elle parut se lever sur la fin avant le lever du Soleil, ce qui fit croire à quelques-uns que c'étoient deux Cometes différentes.

Cette Comete fut observée par Mathias Meine de Dantzik jusqu'au 11 ou 14 Janvier 1581.

J'ai crû devoir rapporter toutes les circonstances de ces Observations, parce qu'elles servent à reconnoître la direction de son cours, qui, quoique rétrograde en apparence, peut se représenter parfaitement en supposant qu'elle étoit réellement directe. Dans cette supposition, elle s'est trouvée d'abord au de-là de l'Orbe annuel qu'elle a traversé vers le 13 Octobre, où sa distance au Soleil fut observée de 3 Signes. Ce fut alors qu'on la vit augmenter considérablement de vîtesse & de grandeur, conformément à ce qui devoit arriver, parce qu'elle se trouvoit alors plus proche de la Terre, dont elle s'écarta les jours suivants, en s'approchant du Soleil jusqu'à ce qu'elle cessâ entiérement de paroître.

Il seroit assés difficile, en supposant cette Comete rétrograde, de représenter également bien les Observations que l'on en a faites, & sur-tout pourquoi le 13 Octobre, sa distance au Soleil étant de 3 Signes, elle augmenta si considérablement de grandeur & de vîtesse.

En 1582, il parut une Comete, au commencement de Mars, qui fut observée à Rome par Santuccius, au 1.er degré du Taureau, le Soleil étant à 12d des Poissons. La longueur de sa queüe étoit de 26 degrés; elle n'étoit pas si large, ni si longue que celle de 1577, mais elle étoit plus éclatante. On voyoit d'abord cette Comete avant le lever du Soleil, & après l'avoir perdu de vûë, on la vit le 14 Mai après le coucher du Soleil. Sa situation fut déterminée le 10 Mars, à 6d du Taureau, avec une déclinaison boréale de 17d, le Soleil étant à 20d des Poissons, & le 12 Mai, elle se trouva à 12d des Gemeaux, ayant parcouru un Signe & 6d dans l'espace de deux mois & demi.

Suivant ces Observations, cette Comete a dû pendant tout le temps qu'on l'a apperçûë, faire son cours au dedans de l'Orbe annuel, mais plus près de la Terre que du Soleil, de la maniére qu'on l'a représentée dans la Figure où elle se trouve plus près de la Terre dans le mois de Mai, temps où, suivant quelques Auteurs, elle parut fort grande.

Képler, qui fait mention de cette Comete dans sa Physiologie, dit qu'ayant été rétrograde au commencement du Sagittaire, elle s'approcha de l'Ecliptique, après avoir été stationaire; ce que l'on peut facilement représenter, en la faisant traverser l'Orbe annuel vers le Sagittaire, & continuer son cours au de-là de cet Orbe. *Pag. 120.*

En 1585, il parut une Comete, qui fut observée par Rothman le 8 Octobre, stile vieux, à 23d 9' des Poissons, avec une latitude Méridionale de 13d 52'. Elle ne fut apperçûë que le 18 Octobre, par Tycho, qui observa son cours de la maniére qu'on l'a marquée ici. *Tycho ep. p. 13.*

Octobre	18	♈	19d 38' Longit.	3d 27'	Latit. Australe.
	19		21 45	2 30	
	22		27 29	0 3	Latit. Boréale.
	24	♉	0 49	1 19	
Novembre	1		10 35	5 18	
	15		20 34	8 38	

Elle étoit d'abord ſemblable à la nébuleuſe du Cancer, qu'elle ſurpaſſoit un peu en grandeur, étant à peu près égale à Jupiter; elle étoit ronde, & on ne lui apperçût point de queüe, ni de barbe, ſi ce n'eſt le 20 & le 22 Octobre, qu'on voyoit quelques rayons déliés de la longueur d'un palme. Son mouvement fut au commencement de ſon apparition de 3ᵈ 1', & ſe rallentit dans la ſuite, n'étant vers la fin que de 34 minutes.

Ayant repréſenté le cours de cette Comete à l'égard du Soleil & de la Terre, on trouve que ſon mouvement qui a paru direct, l'étoit en effet, & ne peut guéres ſe repréſenter autrement; qu'elle étoit au commencement de ſon apparition au de-là de l'Orbe annuel, dont elle s'eſt éloignée continuellement, juſqu'à ce qu'elle ait ceſſé entiérement de paroître.

Le 23 Février de l'année 1590, ſtile vieux, Tycho apperçût entre les Conſtellations du Bélier & d'Andromede, près du Poiſſon boréal, une Comete qu'il continua de voir juſqu'au 6 de Mars, pendant l'eſpace de 11 jours, qu'elle parcourut 45 degrés ſuivant la ſuite des Signes. Il détermina ſa ſituation tous les jours qu'elle parut, à la réſerve du 27 Février & du 5 Mars, ainſi qu'on l'a marqué ici.

Février	23	♈	18ᵈ	27'	Longit.	18ᵈ	14'	Latit. Boréale.
	24		26	21		19	33	
	25	♉	3	17		20	24	
	26		9	11		20	55	
	28		18	25		21	15	
Mars	1		21	57		21	15	
	2		24	56		21	12	
	3		27	29		21	7	
	4		29	44		20	58	
	6	♊	3	15		20	46	

La tête de cette Comete, qui étoit plus grande au commencement que dans la ſuite, avoit à peine 3 minutes de diametre. La longueur de ſa queüe n'étoit que de 10 degrés, & elle diminua de clarté & de grandeur, de maniére qu'à

peine on pouvoit l'appercevoir au commencement du mois de Mars.

Cette Comete a parcouru à peu près la même route que celle de 1582, qui parut le 1.er Mars, & dont la latitude étoit aussi boréale; mais nous n'avons pas d'Observations assés circonstanciées de celle de 1582, pour former un jugement certain sur le rapport de ces deux Cometes.

Le 10 Juillet, stile vieux, de l'année 1593, il parut une Comete, un peu avant le lever du Soleil, qui avoit un mouvement rétrograde, tel qu'après avoir passé du Signe de l'Ecrevisse par celui des Gémeaux, elle fut apperçûë le 17 Août près du Cercle Arctique au commencement du Taureau, & le 21 près de Céphée. Le P. Riccioli, qui fait mention de cette Comete, rapporte que Fromond, dans le second Livre des Météores, chap. 1, art. 1, la place au dessus de la Lune, s'appuyant du sentiment de Tycho, mais il ne sçait d'où il a tiré cette authorité.

Quoique les Observations du mouvement de cette Comete soient très-peu circonstanciées, on peut représenter son mouvement direct suivant la suite des Signes, en supposant qu'elle étoit au commencement de son apparition au dedans de l'Orbe annuel qu'elle a traversé dans la suite de son cours, après quoi elle s'est éloignée du Soleil & de la Terre jusqu'à ce qu'elle ait cessé de paroître.

Le 9 Juillet de l'année 1596 on apperçut dans la partie septentrionale du Ciel, parmi les Etoiles de la gueule de la grande Ourse, c'est-à-dire, vers le 9.me degré de l'Ecrevisse, une Comete * qui s'avança peu-à-peu jusqu'au pied de derriére de cette Constellation, elle alla de-là au commencement du Lion, & continua sa route jusqu'à son pied postérieur. Kepler, pag. 120 de sa Physiologie des Cometes, dit qu'elle alla du Signe de l'Ecrevisse jusqu'au 4.me degré de la Vierge, où elle resta stationaire. *Hev. p. 870.*

* Elle fut observée le 21 Juillet par Rothman à 28 degrés du Lion avec une latitude septentrionale de 27d 30', le 25 elle étoit avancée de 4 degrés, & sa latitude diminuée de 2 degrés, & le 13 Août, Mestlin l'observa au 4.me degré de la Vierge.

Le mouvement apparent de cette Comete étoit ſuivant la ſuite des Signes, & l'on peut repréſenter ſon cours direct en deux maniéres. La premiére, en la plaçant dans l'Orbe annuel entre le Soleil & la Terre, & la ſeconde, en la mettant au de-là du Soleil, à quelque diſtance que l'on jugera à propos. Suivant la premiére de ces maniéres, on voit qu'elle a ſuivi la direction de la Comete de 1533 qui avoit paru rétrograde, & qu'on a commencé à voir celle-ci dans un endroit peu éloigné de celui où on avoit ceſſé de voir celle de 1533, de ſorte que ce peut être la même Comete qui ait reparu après l'intervalle de 63 années. Bonfili, dans ſon Hiſtoire de Sicile, rapporte deux Cometes vûës cette année-là dans la grande Ourſe.

Vers le milieu de Juillet de l'année 1597 il parut une Comete, que l'on continua de voir juſqu'au 9 Août. Elle fut apperçûë par Santuccius le 16 Juillet au deſſus des deux Étoiles qui ſont dans le pied droit antérieur de la grande Ourſe (c'eſt-à-dire vers la fin du Signe de l'Écreviſſe) ayant une déclinaiſon ſeptentrionale de $50^{d}\frac{1}{2}$. Il la vit décrire trois révolutions journaliéres autour du Pole ſans toucher l'horiſon, dont elle s'approchoit continuellement. Elle y arriva le 20 Juillet, & ſe trouva le 5 Août ſous le Tropique du Cancer, & enfin ſous le parallele du cœur du Lion, s'étant approchée de 27 degrés de l'Équateur, dans l'eſpace de 24 heures, avec un mouvement rétrograde de 36 degrés. Quoique cette Comete ait paru rétrograde, on peut repréſenter ſon cours direct ſuivant la ſuite des Signes, en la plaçant pendant tout le temps de ſon apparition entre le Soleil & la Terre, dans une ſituation peu différente de celle de l'année 1596, qui parut de même dans la Conſtellation de la grande Ourſe avec une déclinaiſon qui alloit en diminüant. Nous ne jugeons pas cependant que ce ſoit la même Comete, parce qu'en les faiſant paſſer par la même route, l'eſpace parcouru par la Comete de 1596 ſe trouve à proportion du temps qu'on l'a apperçûë, plus petit que l'eſpace qui a été décrit par celle de 1597.

Santuccius, c. 16. p. 75.

Le

Le 26 Septembre de l'année 1607, Képler obſerva à Prague une Comete au deſſous de la Conſtellation de l'Ourſe, qui lui parut d'abord ſans queüe, & répandoit à la vûë ſimple, une lumiére à peu-près ſemblable à celle des Etoiles fixes. Il détermina ſa ſituation ce jour-là, de même que les ſuivants, jusqu'au 26 Octobre, de la maniére que je l'ai marqué ici. *Kepler de Com. p. 23.*

Septembre	26	♌	18^d	30′	Longit.	35^d	30′	Latit. Bor.
Octobre	1	♎	18	15		37	0	
	6	♏	15	50				
	11		25	50		17	35	
	16	♐	0	24		13	36	
	21		1	58				
	26		1	30		6	30	

Le 27 Septembre elle étoit à $29^d \frac{1}{2}$ du Lion avec une latitude de 37^d 32′, ayant parcouru en 24 heures 11 degrés en longitude & 2 degrés en latitude. Son mouvement en longitude augmenta les jours ſuivants juſqu'au 30 qu'il fut obſervé de 13 degrés, & il diminua enſuite juſqu'au 19 Octobre que cette Comete ſe trouva à 2^d du Sagittaire avec une latitude ſeptentrionale de 12 degrés qui avoit d'abord augmenté juſqu'à 40 degrés, & qui avoit enſuite été en diminuant. Cette Comete fut ſtationaire le 20 Octobre, & enſuite rétrograde juſqu'au 26 Octobre qu'il ceſſa de la voir.

Képler, dans ſa Phyſiologie, dit que la tête de cette Comete n'étoit pas ronde, mais inégale, que ſa grandeur ſurpaſſoit celle de toutes les Etoiles fixes, & que ſa lumiére étoit foible comme celle de la Lune, lorſqu'elle eſt près de l'ombre de la Terre; qu'après que la Lune eût paſſé ſon plein, on voyoit nonobſtant ſa clarté, la queüe de cette Comete de la longueur de 8 à 10 degrés.

Longomontanus, qui a obſervé cette Comete les mêmes jours que Képler, a déterminé ſa ſituation avec une différence qui, dans quelques Obſervations, monte à un degré & demi, ce qui peut venir de la différence d'heures dans leſquelles elles ont été faites.

On peut repréſenter le cours de cette Comete en trois maniéres, dont deux directes & une rétrograde. La premiére qui eſt directe, en la plaçant au dedans de l'Orbe annuel, beaucoup plus près de la Terre que du Soleil; la ſeconde qui eſt rétrograde, en la plaçant auſſi au dedans de l'Orbe annuel, mais beaucoup plus éloignée de la Terre; & la troiſiéme qui eſt directe, en la faiſant paſſer au de-là du Soleil, qui ſe ſeroit trouvé entr'elle & la Terre; mais nous avons préféré la premiére, parce que l'on repréſente par ce moyen, avec plus de facilité, pourquoi elle a été rétrograde, de même que la figure de ſa tête qui n'a pas paru ronde, ce que l'on devroit auſſi reconnoître à toutes les Cometes qui ſont en de-çà du Soleil, ſi leur diſque étoit bien terminé & dépoüillé de toute chevelure.

L'année 1618 eſt remarquable par l'Obſervation de quatre Cometes, qui ſont rapportées par divers Auteurs, tels que Képler, Riccioli, Hevelius, Lubienietz, &c.

Kepl. p. 48. La premiére de ces Cometes fut apperçûë le 25 Août dans la Hongrie. Elle fut obſervée le 1.er Septembre, à Link par Képler, près du pied gauche antérieur de la grande Ourſe, tirant vers la tête du Lion, & il détermina ſa ſituation au 10.me degré du Lion, avec une latitude boréale de $21^d \frac{1}{2}$.

Elle parut le jour ſuivant s'être avancée d'un degré contre l'ordre des Signes, & elle continua ainſi ſon mouvement juſqu'au 25 Septembre qu'elle diſparut, étant à 28 degrés de l'Ecreviſſe, avec une latitude boréale de $23^d \frac{1}{2}$. Le 6 Septembre, on ne pouvoit plus diſtinguer ſa queüe, mais avec une Lunette, cette Comete paroiſſoit aſſés grande, en forme d'un nuage, dont il ſortoit une eſpece de chevelure. Képler qui rapporte ces Obſervations ne les trouve pas aſſés exactes, pour repréſenter ſon mouvement, & déterminer ſa diſtance. Il juge cependant que ſuppoſant le mouvement de la Terre, ſon mouvement journalier a été au commencement égal à celui de la Terre ſur ſon Orbe, & qu'elle s'eſt précipitée vers le Soleil, ſuivant une direction oblique.

Quoique cette Comete ait paru rétrograde pendant tout le temps de ſon apparition, on peut repréſenter parfaitement ſon cours ſuivant la ſuite des Signes, en la plaçant au dedans de l'Orbe annuel entre le Soleil & la Terre.

On trouve même que cette Comete a ſuivi à peu près la même route que celle de 1531, qui étoit directe, & qui eût le 13 Août une latitude boréale de 23^d $15'$, peu différente de celle que l'on a obſervée dans cette derniére Comete le 25 Septembre de $23^d \frac{1}{2}$.

Les Obſervations des deux autres Cometes qui ont ſuivi celle-ci, ſont rapportées par divers Auteurs, avec des circonſtances ſi différentes, qu'il ſeroit difficile de pouvoir repréſenter leur mouvement.

La quatriéme de cette année 1618, qui eſt la derniére, mérite beaucoup plus d'attention, ayant été obſervée par les plus habiles Aſtronomes de ce temps-là, & ſon mouvement ayant paru rétrograde pendant tout le temps qu'on l'a obſervée, depuis le 24 Novembre 1618 juſqu'au 21 Janvier de l'année 1619.

Elle fut apperçûë par Képler le 24 Novembre 1618, à $6^h \frac{1}{2}$ du matin au deſſous de la Balance boréale, & il détermina ſa ſituation à $12^d \frac{1}{2}$ du Scorpion, avec une latitude boréale de $7^d \frac{1}{2}$. Il la trouva le 9 Décembre à 26 degrés de la Balance, avec une latitude boréale de 32 degrés. Sa tête vûë par une Lunette, paroiſſoit ronde par deſſous, mais dans ſa partie ſupérieure, elle ſe terminoit en forme de chevelure. La longueur de ſa queüe étoit de 70 degrés plus grande qu'aucune de celles qui euſſent été obſervées depuis plus de 150 années. Elle continua de paroître juſqu'au 21 Janvier 1619, à Ingolſtad où le P. Cyſatus, Jéſuite, détermina ſa longitude ce jour-là à 21^d $20'$ de l'Ecreviſſe, & ſa latitude boréale de 56^d $22'$, ayant parcouru dans l'eſpace de 54 jours, 111^d $23'$ contre la ſuite des Signes, avec une latitude toûjours boréale, qui avoit augmenté juſqu'au 3 Janvier, où on l'avoit obſervée de 62^d $36'$, & qui avoit enſuite diminué juſqu'au temps qu'elle ceſſa de paroître. *Kepler p. 55.*

Képler, dans le Traité qu'il a fait de cette Comete, trouve qu'elle étoit au commencement de son apparition dans le milieu entre les orbes de Venus & de Mercure, qu'elle a traversé l'Orbe de la Terre le 21 Décembre, & qu'elle est parvenüe dans l'espace qui est entre Mars & Jupiter. Il soûtient même que le mouvement de cette Comete inegal & tortueux (comme il le nomme) est une preuve du mouvement de la Terre autour du Soleil, puisqu'en supposant ce mouvement, on peut le réduire à l'égalité.

Pour nous, après avoir placé la Terre sur son Orbe annuel, dans le temps des différentes Observations de cette Comete, & tiré des lignes des divers lieux de la Terre à ceux de la Comete, nous trouvons qu'on peut parfaitement représenter son cours suivant la suite des Signes, & que, conformément au sentiment de Képler, cette Comete étoit au commencement de son apparition entre le Soleil & la Terre, avec cette différence cependant que nous la jugeons plus près de la Terre que ne l'a placée Képler; qu'elle a traversé l'Orbe annuel vers la fin du mois de Décembre, à peu près dans le même endroit que Képler l'a déterminé, & qu'elle s'est ensuite éloignée de la Terre, de maniére qu'au temps qu'on a cessé de l'appercevoir, sa distance n'a pas excédé le demi-diametre de l'Orbe annuel, ce que l'on peut démontrer aisément. Car plaçant la Terre, au commencement de Janvier, au point *A*, qui répond au 10.me dégré de l'Ecrevisse où elle étoit alors; & au 20 du même mois, au point *B*, qui est au commencement du Lion, & tirant de ces points les lignes *AC*, *BC*, au vrai lieu de la Comete qui étoit, suivant Képler, le 1.er Janvier à $27^d\ 20'$ du Lion, & le 20 du même mois à $20^d\ 50'$ de l'Ecrevisse, on trouvera que cette Comete, qui par son mouvement de *A* vers *B*, a dû rencontrer d'abord la ligne *AC* avant que de parvenir à la ligne *BC*, a dû traverser l'espace *ACB* compris entre le concours de ces deux lignes, & qu'elle a dû rencontrer la ligne *BC* en deçà du point *C*, dont on peut déterminer la distance au point *B*. Car l'arc *AB* étant mesuré par le mouvement de la Terre sur

ſon orbe depuis le 1.er juſqu'au 20 Janvier, qui eſt de 19^d 22′, on aura la corde *AB,* qui eſt le double du ſinus de la moitié de cet arc de 33640, dont la diſtance moyenne de la Terre au Soleil eſt de 100000. L'angle *BCA,* qui meſure le mouvement de la Comete depuis le 1.er juſqu'au 20 Janvier, eſt de 36^d 30′, & l'angle *ABC,* que la corde *BA* fait avec le rayon *BC,* eſt d'environ 90 degrés. C'eſt pourquoi, dans le triangle *ABC,* dont un côté & deux angles ſont connus, on trouvera le côté *BC* qui meſure la diſtance de la Comete à la Terre le 20 Janvier 1619, réduite à l'Ecliptique de 45400. Connoiſſant préſentement la ligne *BC* & la latitude de la Comete qui étoit le 20 Janvier d'environ 57 degrés, on aura la diſtance de la Terre au point en deçà duquel la Comete a dû paſſer, ainſi que nous l'avons expliqué ci deſſus, de 83470, moindre que le demi-diametre de l'Orbe annuel, ce qu'il falloit démontrer.

Cette détermination ne s'éloigne pas beaucoup de la conclusion de Képler, qui la ſuppoſe alors entre les orbes de Mars & de Jupiter, & dit que ſi on tiroit une perpendiculaire ſur le plan de l'Ecliptique, du lieu où la Comete étoit, lorſqu'elle a ceſſé de paroître, cette perpendiculaire tomberoit en deçà de l'orbe que l'on a aſſigné à Mars. Il conclut enfin ſon ouvrage par ces paroles : *Denique quot ſunt in Cœlo Cometæ, tot ſunt argumenta, præter ea quæ à Planetarum motibus deducuntur, Terram moveri motu annuo circa Solem. Vale Ptolemee, ad Ariſtarchum revertor, duce Copernico.* Page 92.

Quoique cette Comete ait paru ſuivre la direction du mouvement de celle qui avoit été obſervée dans le mois d'Août de la même année, cependant nous ne jugeons pas que ce ſoit la même, parce que dans la précédente, la latitude boréale qui alloit en augmentant, étoit, le 25 Septembre, lorſqu'on a ceſſé de l'appercevoir, de 23^d $\frac{1}{2}$; au lieu que dans celle-ci on ne l'a obſervée que de 7^d $\frac{1}{2}$ le 29 Novembre au commencement de ſon apparition, où on l'auroit dû trouver plus grande que le 25 du mois de Septembre précédent.

Depuis cette derniére Comete de 1618 & 1619, on n'a point de Mémoires d'autres qui ayent été vûës qu'en 1652, où l'on en apperçût une qui fut obſervée le 20 Décembre à Dantzik, par Hevelius, peu éloignée du pied gauche d'Orion. Sa tête étoit ronde, un peu moins grande que le diametre de la Lune, lorſqu'elle eſt dans ſon plein, ayant une clarté ſemblable à celle de cette Planete, lorſqu'elle eſt couverte d'une nuée très-déliée. Sa queüe avoit 6 ou 7 degrés de longueur, & étoit d'une lumiére plus foible, qui ſe terminoit en pointe.

Le 20 Décembre, à 7^h du ſoir, ſa longitude fut obſervée à $8^d\ 24'$ de ♊, & ſa latitude méridionale de $30^d\ 50'$. Il la trouva le 23 Décembre à $10^h\ 15'$ du ſoir, à $28^d\ 44'\ 40''$ du Taureau, avec une latitude auſtrale de $2^d\ 20'$, de ſorte que dans l'eſpace de 3 jours & quelques heures ſon mouvement en longitude avoit été de $9^d\ 40'$ contre la ſuite des Signes, & ſon mouvement en latitude de $28^d\ 30'$ du Midi vers le Nord. Ces mouvements ſe rallentirent dans les Obſervations ſuivantes juſqu'au 10 Janvier qu'Hevelius ceſſa de la voir après qu'elle eut été ſtationaire, & enſuite directe. Elle étoit le 7 Janvier à $19^d\ 48'$ du Taureau, ayant une latitude boréale de 32 degrés, de ſorte que dans l'eſpace de 18 jours ſon mouvement avoit été de $18^d\ 36'$ en longitude contre la ſuite des Signes, & de $60^d\ 50'$ en latitude du Midi vers le Nord.

Hevel. liv. 1. Cometogr. p. 129.

D'autres Auteurs ont obſervé cette Comete, tels que Vendelinus qui l'apperçût dès le 19 Décembre, & détermina le 20 ſa longitude entre 9 & 10 degrés des Gemeaux, différente d'un degré de celle d'Hevelius, & ſa latitude de 23 degrés, éloignée de plus de 4 degrés de celle qu'Hevelius avoit trouvée le même jour de $30^d\ 10'$. Le même Vendelinus obſerva le 21 Décembre, la longitude de cette Comete à $4^d\ 30'$ de ♊, & ſa latitude de $19^d\ 50'$, de ſorte que ſelon lui, ſon mouvement a été dans l'eſpace d'un jour de 5 degrés ou environ contre la ſuite des Signes, & de $15^d\ 0'$ en latitude du Midi vers le Nord.

Ayant examiné le mouvement de cette Comete, à l'égard du Soleil & de la Terre, on trouve que dans le temps de la premiére Obſervation qui en a été faite, elle étoit au de-là de l'Orbe annuel, ayant paſſé ſon oppoſition avec le Soleil, dont elle s'eſt écartée les jours ſuivants, & qu'ainſi elle devoit, de même que les Planetes ſupérieures, paroître rétrograde, & diminuer continuellement de vîteſſe apparente, conformément à ce que l'on a obſervé.

On démontrera même, comme on l'a fait à l'égard de la Comete de 1729, que le mouvement de celle-ci, rétrograde en apparence, étoit réellement direct, puiſqu'elle a été vers la fin de ſon apparition ſtationaire & enſuite directe.

On pourroit, par le moyen des Obſervations d'Hevelius, ſuppoſées exactes, déterminer la diſtance véritable de cette Comete à la Terre, & la direction de ſon cours, mais nous nous contenterons ici de déterminer la plus grande diſtance où elle a pû être de la Terre, ce que l'on peut faire par une Figure. Car ſi l'on tire du lieu de la Terre, placé ſur ſon orbe en H & en I, au temps de la premiére & de la derniére Obſervation, deux lignes HE & IE, au lieu de la Comete dans ces Obſervations, l'interſection E de ces lignes marquera le lieu en de-çà duquel on doit repréſenter la route de cette Comete, réduite à l'Écliptique, & élevant du point E ſur la ligne EI, la perpendiculaire ED, de maniére que l'angle EID ſoit égal à la latitude boréale de cette Comete, lorſque la Terre étoit au point I, qu'on a obſervée alors de $32^d\ 0'$, le point D marquera ſur l'orbe de la Comete, le lieu en de-çà duquel elle a dû paſſer au temps de ſa plus grande diſtance à la Terre, que l'on trouve être un peu moindre que la diſtance de la Terre au Soleil.

Il n'eſt pas ſi aiſé de déterminer le terme au de-là duquel cette Comete s'eſt trouvée dans le temps qu'on l'a apperçûë; mais il y a tout lieu de ſe perſuader qu'elle étoit beaucoup plus près de la Terre, que la Terre ne l'eſt du Soleil, puiſque par ce moyen on peut donner la raiſon, par laquelle ſon mouvement en latitude a paru ſi grand, cette Comete ayant

parcouru 15 degrés dans l'espace de 24 heures, ce qu'il seroit difficile d'expliquer, si on la plaçoit à une grande distance.

En comparant cette Comete avec la derniére de 1618, on trouve qu'elles ont ensemble beaucoup de rapport, 1.° En ce qu'elles ont passé à peu-près à la même distance du Soleil. 2.° En ce qu'elles ont eû toutes les deux une inclinaison très-grande, par rapport à l'Ecliptique. 3.° En ce que les Nœuds ascendants de ces deux Cometes se sont trouvés peu éloignés l'un de l'autre. Car quoique la Comete de 1618, vûë de la Terre, ait paru couper l'Ecliptique au 17.me degré du Scorpion, & celle de 1652 au 29.me degré du Taureau, qui en est éloigné de 5 Signes & 18 degrés; cependant nous trouvons que le vrai lieu de leur Nœud à l'égard du Soleil, étoit dans la Comete de 1618, à 6 degrés des Gemeaux, & dans la Comete de 1652, à 2 degrés de l'Ecrevisse, avec une différence de 26 degrés qu'on peut aisément attribuer au mouvement des Nœuds de cette Comete dans l'intervalle de 34 années.

Au mois de Février de l'année 1661, il parut une Comete au dessous du Dauphin, entre les têtes du petit Cheval & de l'Aigle. Elle étoit, suivant Hevelius, le 3 Fevrier, à 5^h $47'$ du matin, à 10^d $5'$ du Verseau, avec une latitude boréale de 22^d $3'$; & il continua de l'observer jusqu'au 28 Mars, l'espace de 53 jours, pendant lesquels elle parcourut 27^d $5'$ contre la suite des Signes, ayant été observée ce jour-là à 13^d $0'$ du Capricorne, avec une latitude boréale de 26^d $10'$.

Sa tête étoit ronde & claire, sans cependant jetter de lumiére. Etant vûë par la Lunette, elle paroissoit avoir un disque rouge, égal à peu-près à celui de Jupiter, environné d'une matiére beaucoup moins dense. Sa queüe étoit éclatante, ayant plus de 6 degrés de longueur, plus dense vers la Terre, que vers son extrémité. Cette Comete parut encore plus grande & plus claire le 5 Février, mais son disque paroissoit partagé en diverses parties. Elle diminua le 6, & il arriva divers changements dans son disque jusqu'au 2 Mars, qu'elle

qu'elle paroiſſoit encore aſſés claire, & dentelée de toutes parts, mais non pas entiérement ronde, ainſi qu'il l'explique au long dans ſon Traité des Cometes, où il rapporte le détail des Obſervations, dont voici les principales qui ſont néceſſaires, pour déterminer la direction de ſon cours.

					Longitude.			Latitude Boréale.		
Févr.	3 à	5^h	47′ mat.	♒	10^d	4′	33″	22^d	2′	42″
	5	5	6		7	26	28	23	43	0
	6	5	25		5	47	26	24	28	36
	7	4	48		4	29	46	25	3	12
	10	5	5		0	50	1	26	34	20
	13	4	36	♑	27	46	59	27	24	36
Mars	2	3	58		19	7	37	27	32	50
	10	3	4		16	34	16	27	10	6
	28	2	0		13	0	0	26	10	0

Suivant ces Obſervations, on trouve que le mouvement de cette Comete, rétrograde en apparence, ſe peut repréſenter direct, en la plaçant, au commencement de ſon apparition, au dedans de l'Orbe annuel, & à la fin, au dehors de cet Orbe, de la maniére qu'on l'a marqué dans la Figure, avec un mouvement un peu plus prompt que celui de la Terre, comme il le doit être en effet, à cauſe que cette Comete a été, pendant preſque tout le temps qu'on l'a apperçûë, au dedans de l'Orbe annuel.

On ne peut pas attribuer à cette Comete un mouvement rétrograde avec autant de vrai-ſemblance, parce qu'alors il faudroit ſuppoſer ſon mouvement beaucoup plus rapide que celui de la Terre, quoique dans la plus grande partie de ſon cours elle ſe fût trouvée au de-là de l'Orbe annuel, à une grande diſtance du Soleil.

Nous ajoûterons ici que les grandes variétés qui ont été obſervées dans la figure du noyau ou diſque de cette Comete, pourroient bien être l'effet, du moins en partie, de ſes différents aſpects avec le Soleil, que l'on n'a pas pû diſcerner avec beaucoup d'évidence, à cauſe de la chevelure qui l'environnoit.

Le 14 Décembre de l'année 1664, sur les 5 heures du matin, Hevelius observa à Dantzik, une Comete qui étoit dans le 8.me degré de la Balance, avec une latitude australe de 22 degrés. Son disque avoit 3 ou 4 minutes de diametre, & étoit entouré d'une chevelure moins claire, & plus déliée, qui occupoit environ 12 minutes. Le milieu ou disque de cette Comete, vû avec une Lunette, paroissoit composé de plusieurs petits corps de différentes densités. Elle augmenta les jours suivants de grandeur, de sorte que le 29 Décembre, sa tête avec sa chevelure avoit 24 minutes de diametre, & on voyoit dans le milieu un corps très-lumineux & très-compact, de couleur de feu, qui étoit entouré d'autres petits corps de différentes densités. Elle commença à diminuer au commencement de Janvier de l'année 1665, en sorte que le 6 du même mois, elle n'occupoit plus que 8 min.

Le 22 Janvier, son disque ne paroissoit pas parfaitement rond, mais inégal, avec des pointes déliées qui s'élevoient de toutes parts. Sa grandeur n'étoit alors que de 6 minutes, & elle ne fut trouvée le 2 Février que de 3 minutes, ayant diminué de densité & de lumiére jusqu'au temps qu'on cessa de la voir.

A l'égard de sa queüe, elle paroissoit fort grande dès le 14 Décembre, mais le 21 du même mois elle avoit 22d. de longueur sur deux de largeur.

Hevel. p. 757. La longitude de cette Comete étoit le 15, à $4^h\ 29'$ du matin, à $6^d\ 28'$ de la Balance, & sa latitude australe de $22^d\ 21'$.

Le 18 Décembre, à $3^h\ 36'$ du matin, sa longitude étoit à $3^d\ 20'$ de la Balance, & sa latitude australe de $25^d\ 14'$, de sorte qu'elle s'étoit avancée, dans l'espace de 3 jours, de $3^d\ 27'$ contre la suite des Signes, sa latitude septentrionale ayant augmenté pendant cet intervalle à peu-près de la même quantité, la direction apparente de son mouvement étant vers le Sud-oüest. Le mouvement de cette Comete augmenta considérablement les jours suivants, car sa longitude fut déterminée le 31 Décembre à $3^d\ 2'$ des Gémeaux, ayant

parcouru, dans l'intervalle de 13 jours, 120 degrés contre la ſuite des Signes, ce qui eſt à raiſon de plus de 9 degrés par jour. Son mouvement diminua enſuite continuellement juſqu'au 4 Février qu'on la trouva à $26^{d}\ 28'$ du Bélier avec une latitude boréale de $5^{d}\ 28'$. A l'égard de ſa latitude, elle fut d'abord, comme on l'a dit ci-deſſus, auſtrale, & augmenta les jours ſuivants, de ſorte qu'elle étoit le 31 Décembre de $34^{d}\ 12'$, elle diminua enſuite de la maniére qu'on l'a marqué ici, où l'on voit que cette Comete a traverſé l'Ecliptique entre le 15 & le 16 Janvier, enſuite de quoi elle a eu une latitude boréale.

					Longitude.						
Dec. 15	à 4^{h}	$29'$ mat.	♎	6^{d}	$28'$	$8''$	22^{d}	$21'$	Lat. Auſt.	*Cometograph, p. 757.*
18	3	36		3	20	12	25	14		
31	7	19 ſoir.	♊	3	1	38	34	12		
Janv. 1	9	18	♉	24	21	40	27	43		
5	7	58		8	58	50	12	37		
7	8	51		5	19	0	8	18		
10	7	49		2	4	18	4	14		
17	7	19	♈	28	24	38	0	52	Lat. Bor.	
21	6	45		27	29	16	2	31		
Févr. 2	6	0		26	29	8	5	18		
3	6	41		26	29	48	5	25		
4	7	52		26	27	31	5	28		

Mon Pere, dans ſon Traité ſur les Cometes de 1664 & 1665, fait voir que, ſuppoſant la Terre immobile, on peut repréſenter ſon mouvement ſur une ligne ſenſiblement droite.

Hevelius, plaçant la Terre ſur ſon orbe dans le temps des diverſes Obſervations que l'on a faites de cette Comete, trouve qu'elle a dû paſſer au de-là de l'Orbe annuel, & lui donne un cours rétrograde avec lequel il repréſente aſſés bien la quantité de ſon mouvement apparent. Mais il en réſulte néceſſairement, comme on peut le voir dans la Figure qu'il en donne, que cette Comete étoit le 29 Décembre, jour de ſon Périgée, quatre fois plus près de la Terre que le 14

Décembre. Ainſi le diametre de cette Comete, y compris ſa chevelure, ayant été trouvé le 14 Décembre de 12 minutes, on auroit dû l'obſerver le 29 Décembre d'environ 48 minutes, au lieu qu'il ne l'a déterminé ce jour-là que de 24 minutes. On peut remarquer la même apparence par l'Obſervation du 3 Février, où le diametre de la Comete fut obſervé de 3 minutes, c'eſt-à-dire, la huitiéme partie de celui que l'on y avoit trouvé le 29 Décembre; au lieu que, ſelon ſa théorie, la diſtance de cette Comete à la Terre étoit quinze fois plus petite. D'où l'on voit que les diſtances réelles de cette Comete à la Terre qui doivent être en raiſon réciproque de ſes diametres apparents, n'étoient pas bien repréſentées par cette théorie.

Hevelius, qui a apparemment ſenti la difficulté qu'il y avoit de repréſenter la grandeur apparente du diametre de cette Comete, obſervé en différents temps, ſuppoſe que les Cometes varient réellement de grandeur, que celle de 1664 étoit d'abord ſix fois plus grande que le diametre de la Terre, qu'elle a enſuite diminué d'environ la moitié, en ſorte qu'elle n'étoit que trois fois plus grande que ce diametre, & qu'elle a enſuite augmenté, de ſorte que le 4 Février, ſon diametre ſurpaſſoit quatre fois celui de la Terre.

Page 734.

Je ne ſçai ſi l'on admettra facilement cette viciſſitude d'augmentation & de diminution dans la grandeur des Cometes pendant un ſi petit intervalle de temps. Pour nous, en ſuivant toûjours les mêmes principes, nous trouvons qu'on peut repréſenter les diametres apparents de cette Comete, auſſi-bien que la quantité de ſon mouvement, en lui attribuant un mouvement direct ſuivant la ſuite des Signes, & ſuppoſant la courbure de ſon orbe un peu plus grande que celle de l'Orbe annuel. Suivant cette hypotheſe, cette Comete ſe ſera trouvée le 14 Décembre, jour auquel on a commencé à l'appercevoir, au dedans de l'Orbe annuel, dont elle ſera ſortie les jours ſuivants, & y ſera enſuite rentrée quelques jours après, comme on le peut voir par la Figure. La quantité de ſon mouvement, réduite à l'Ecliptique, paroît plus

petite que celui de la Terre; mais à cause de son mouvement en latitude, il est réellement aussi grand sur son orbe, comme il le doit être en effet, à raison de sa distance au Soleil; au lieu que suivant Hevelius, qui décrit son cours au de-là de l'Orbe annuel, le mouvement de cette Comete est beaucoup plus grand que celui de la Terre.

Tout ce qu'il y a de singulier dans nôtre maniére d'expliquer le mouvement de cette Comete, est la nécessité qu'il y a de lui attribuer une plus grande courbure qu'à l'Orbe annuel. D'où il suit que l'Ellipse qui représente son orbe, si ç'en est une, doit être presqu'entiérement renfermée dans l'Orbe annuel. Mais il est aisé d'en rendre la raison, en lui donnant une excentricité plus grande que celle de la Terre, comme on le suppose dans presque toutes les Cometes. D'ailleurs Hevelius, qui soutient que l'on ne peut pas représenter le cours de cette Comete direct, a été obligé de la faire courber vers la fin de son apparition, & quoiqu'il soit persuadé que les Cometes, qui sont beaucoup au de-là de l'Orbe annuel, suivent des lignes, dont la courbure est peu sensible, il convient que lorsqu'elles sont au dedans de cet orbe, leur courbure doit être plus grande.

Page 759.
Page 761.

Cette Comete a été suivie de près d'une autre qui fut observée par mon Pere le 4 du mois d'Avril, & par Hevelius le 6 du même mois, à 1^{h} $30'$ du matin, au 14.me degré des Poissons, avec une latitude boréale de 26^{d} $30'$. Sa lumiére étoit à peu-près semblable à celle de Jupiter, & beaucoup plus éclatante que celle de la Comete précédente; sa queüe avoit 17 degrés de longueur. On voyoit par le moyen d'une Lunette, dans le milieu de la tête de cette Comete, un disque très-éclatant, environné d'une matiére plus déliée.

Le 7 & le 8 Avril, sa tête paroissoit si claire, qu'on la voyoit même lorsque le jour faisoit disparoître presque toutes les autres Etoiles. Depuis ces jours-là jusqu'au 16 Avril, la tête de la Comete demeura dans le même état. Elle surpassoit alors en clarté presque toutes les Etoiles fixes, & le diametre

de ſon diſque intérieur paroiſſoit plus petit que celui de Jupiter, & égal à celui de Saturne.

Son mouvement apparent étoit ſuivant la ſuite des Signes, cette Comete ayant décrit 9 degrés depuis le 6 juſqu'au 8 Avril, & 38 degrés depuis le 8 Avril juſqu'au 20 du même mois qu'elle étoit à $1^d\ 18'$ du Taureau, & qu'Hevelius ceſſa de la voir; ce qui ne provenoit pas de ſon trop grand éloignement de la Terre, mais de ce qu'elle étoit trop près du Soleil pour pouvoir être apperçûë.

A l'égard de ſa latitude, qui étoit d'abord de $26^d\ 30'$ vers le Nord, elle diminua continuellement juſqu'au 20 Avril qu'elle fut obſervée de $13^d\ 26'$ vers le Nord.

Le mouvement de cette Comete eſt repréſenté direct par Hevelius, qui la fait paſſer près du Soleil en s'écartant de la Terre, & qui, pour concilier les diverſes diſtances où elle ſe trouve avec ſa grandeur apparente, eſt obligé de ſuppoſer qu'elle augmentoit continuellement de grandeur. Pour nous, après avoir conſidéré que la tête de cette Comete & ſa clarté étoient reſtées à peu-près dans le même état depuis le commencement de ſon apparition juſqu'au 16 Avril, nous trouvons que cette Comete a dû avoir un mouvement direct, conforme à l'apparence; mais au lieu de lui donner, de même qu'Hevelius, une direction vers le Soleil, nous avons repréſenté la direction de ſon mouvement, en lui faiſant parcourir, au dedans de l'Orbe annuel, un Cercle ou Ellipſe à peu-près parallele à celui de la Terre, de maniére qu'elle s'en ſoit écartée fort peu pendant tout le temps qu'on l'a apperçûë. On peut rendre par ce moyen la raiſon pour laquelle elle n'a pas diminué ſenſiblement de grandeur.

On trouve même que cette Comete peut, avec quelque fondement, être ſuppoſée la même que celle que l'on avoit ceſſé de voir le 12 du mois de Février précédent, dont la latitude étoit de $7^d\ 30'$ boréale, & alloit en augmentant, de ſorte que, le 6 Avril, elle devoit être plus grande, conformément à celle que l'on y a obſervée alors de $26^d\ 30'$.

Il eſt vrai qu'en conſidérant le mouvement de cette

Comete, réduit à l'Ecliptique, ſuppoſée la même, on trouve qu'il a été d'abord plus lent que celui de la Terre, qu'il a dû enſuite être plus prompt pendant qu'on a ceſſé de la voir, & qu'il a en dernier lieu paru être plus lent. Mais ces différentes apparences de mouvement peuvent être l'effet de ſa variation en latitude, qui a été obſervée aſſés grande au temps de la premiére & de la derniére Obſervation, & qui n'a pas augmenté dans la même proportion dans le temps qu'on a ceſſé de la voir. D'où il réſulte que le mouvement de cette Comete, ſuppoſé égal ſur ſon orbe, a dû, lorſqu'il a été réduit à l'Ecliptique, être plus petit dans le temps qu'elle a été obſervée, & plus grand dans l'intervalle où on ne l'a point apperçûë.

Le 10 Mars de l'année 1668, mon Pere apperçût une longue trace de lumiére qui ſortoit des nuées voiſines de l'horiſon vers le ventre de la Baleine, & s'étendoit le long de l'Eridan, ayant au moins 30 degrés de longueur & un degré & demi de largeur. Cette lumiére paroiſſoit avoir un mouvement de l'Occident vers l'Orient, s'élevant vers le Septentrion, mais on ne put pas déterminer exactement la quantité de ſon mouvement, à cauſe que ſa tête, qui devoit être cachée dans le crépuſcule, ne parut point pendant le temps de cette Obſervation.

Le 16 Mars de l'année 1672, Hevelius obſerva à Dantzik une Comete vers la tête méridionale d'Andromede, dont la queüe avoit environ 2 degrés de longueur ; elle étoit le 8 du même mois au 12.me degré du Bélier. Le 30 Mars ſa longitude fut obſervée à Paris à $0^d\ 15'$ des Gemeaux avec une latitude ſeptentrionale de $8^d\ 49'$, & on continua de la voir à Dantzik juſqu'au 21 Avril qu'elle ſe trouva au 19.me degré des Gemeaux, ayant parcouru 2 Signes & 7 degrés dans l'eſpace de 44 jours avec une latitude méridionale d'environ 9 degrés, ayant eu un mouvement direct, ſuivant la ſuite des Signes, qui déclinoit un peu vers le Midi.

Ayant examiné la route de cette Comete, on trouve qu'on peut la repréſenter directe en deux maniéres. La premiére,

en la plaçant au commencement qu'elle a été apperçûë plus éloignée du Soleil que de la Terre, dont elle a dû s'approcher les jours ſuivants, comme il réſulte des Obſervations d'Hevelius, qui la vit augmenter de grandeur pendant quelques jours; ce qui s'accorde auſſi aux Obſervations de mon Pere, qui jugea qu'elle avoit paſſé le 12 Mars par ſon Périgée, d'où elle s'étoit éloignée les jours ſuivants juſqu'à ce qu'elle eut ceſſé de paroître.

La ſeconde maniére de repréſenter le cours de cette Comete, eſt de la placer au de-là du Soleil à telle diſtance & avec telle direction que l'on jugera convenable pour que la quantité de ſon mouvement ſoit proportionnée à ſa diſtance au Soleil & à la Terre.

En 1676 il parut une Comete ſans queüe, égale aux Etoiles de la 3.me grandeur, qui fut obſervée à Nantes par le P. Fontenay Jéſuite, le 14 Février, dans la Conſtellation de l'Eridan, à l'endroit du Ciel où l'on avoit vû en 1668 une Comete ſans tête. Elle ceſſa de paroître le 9 Mars ſuivant dans les Etoiles du Liévre, ayant eu un mouvement direct.

Il eſt très-aiſé de voir que le mouvement de cette Comete a dû être direct, mais nous n'avons pas repréſenté ſon cours dans la Figure, n'en ayant pas d'Obſervations aſſés détaillées.

A la fin d'Avril de l'année 1677, il parut une Comete qui fut obſervée en divers lieux de l'Europe, & paſſa au deſſous d'Andromede par le triangle vers la tête de Méduſe. Elle fut d'abord apperçûë le 25 Avril près de Madrid par le P. Zaragoſſo, Jéſuite, qui détermina ſa longitude à $0^d\ 36'$ du Taureau avec une latitude boréale de $19^d\ 18'$. Elle fut obſervée le 27 par Hevelius, qui la trouva le 3 Mai au 14.me degré du Taureau, & le 7 Mai à 19 degrés du même Signe, s'étant avancée, depuis le 25 Avril, de 18 degrés de l'Occident vers l'Orient, avec une latitude boréale qui déclinoit vers le Midi. Elle étoit fort près de ſa conjonction avec le Soleil, & on ceſſa de la voir le 8 Mai qu'elle fut cachée par les rayons du Soleil.

Hevel. Mach. Cælest. p. 602, 792, &c.

Ayant examiné le mouvement de cette Comete, on trouve qu'on

qu'on peut repréſenter ſon cours en la plaçant entre le Soleil & la Terre, mais beaucoup plus près de la Terre que du Soleil, & en lui donnant un mouvement direct ſuivant la ſuite des Signes. On pourroit auſſi repréſenter le cours de cette Comete direct, en la ſuppoſant au de-là du Soleil dans l'eſpace compris entre cet Aſtre & l'Orbe annuel.

Dans la premiére de ces hypotheſes, cette Comete paroît avoir ſuivi la direction de la route de la Comete qui parut aux mois de Mars & d'Avril 1672, dans laquelle on obſerva d'abord, de même que dans celle-ci, une latitude boréale qui diminua les jours ſuivants en s'approchant vers le Midi.

Vers la fin du mois de Novembre de l'année 1680, on apperçut en divers endroits de l'Europe où le Ciel avoit été plus découvert qu'à Paris, une Comete qui ſe levoit avant le crépuſcule du Soleil, & qui après avoir fait ſon cours dans la Conſtellation de la Vierge, ſe cacha dans les rayons du Soleil. On commença à la voir le 20 Novembre à Florence, où on détermina ſon aſcenſion droite de 165 degrés, qui répondent à $13^d\ 40''$ de la Vierge. Elle fut obſervée à Rome le 27 Novembre par Cellio, qui la jugea égale aux Etoiles de la premiére grandeur avec une queüe de 14 à 15 degrés de longueur. Elle étoit ce jour-là à 8 degrés $\frac{1}{2}$ de la Balance, avec un demi-degré de latitude boréale fort près de l'Ecliptique qu'elle ſuivit aſſés exactement, en déclinant un peu vers le Midi, jusqu'au 7 Décembre qu'elle ſe trouva à $23^d\ 35'$ du Scorpion, ayant parcouru 45 degrés, ſuivant la ſuite des Signes, dans l'eſpace de 10 jours.

On peut repréſenter le cours de cette Comete en deux maniéres différentes. La premiére, en la ſuppoſant fort près de la Terre, & lui donnant un mouvement direct, à peu-près parallele à l'Orbe annuel. La ſeconde, en la ſuppoſant auſſi au dedans de l'Orbe annuel, à une plus grande diſtance de la Terre, & lui donnant une direction vers le Soleil, de ſorte cependant que ſon mouvement ſoit ſuivant la ſuite des Signes, comme on l'a marqué ici dans la Figure.

Au mois de Décembre de la même année 1680, on

apperçût une Comete qui fut observée à Paris, par mon Pere, le 22 de ce mois, près de la tête du Sagittaire. M. Flamsteed avoit déja vû la queüe de cette Comete le 20 & le 21, mais il n'apperçût sa tête que le 22 Décembre, jour auquel il détermina sa longitude à 6ᵈ 33′ du Capricorne, avec une latitude boréale de 8ᵈ 26′.

Hist. Cœlest. p. 104.

Elle étoit le 27, blanche, ronde, & aussi grande à la vûë qu'une Etoile de la 1.ere grandeur. Etant considérée avec une Lunette de 12 pieds, elle paroissoit semblable à une lueur sombre, & une espece de nuage plus clair au milieu, & plus obscur aux extrémités, & on la voyoit aussi grande que la Lune paroît aux yeux. Sa queüe étoit fort large au sortir de la tête, & avoit 48 degrés de longueur. Le mouvement de cette Comete, qui étoit au commencement de deux degrés par jour, augmentoit sensiblement d'un jour à l'autre, de sorte que le 4 Janvier 1681, il fut observé de 4 degrés & demi. A mesure que le mouvement accéléroit, la Comete augmentoit de grandeur apparente, & sa queüe se prolongeoit : car, au lieu qu'elle n'avoit le 27 Décembre que 48 degrés de longueur, elle fut observée le 29 Décembre à Paris de 62 degrés; le 30 Décembre, en Angleterre, de 68 degrés, & le 31 de près de 70 degrés de longueur & 2 de largeur. Elle parut même de 90 degrés à Constantinople, où, selon une Relation qui en a été envoyée, elle passoit par Antinoüs, par l'Aigle, coupant l'aîle du Cygne, & se terminoit à la ceinture de Cassiopée.

Traité de la Com. de 1680, p. 33.

Le mouvement & la grandeur de cette Comete qui avoient augmenté jusqu'au 4 Janvier, diminuérent dans la suite jusqu'au 18 Mars qu'on cessa de la voir à Paris, sa longitude étant à $0^d\ 18'\ 13''$ des Gemeaux, & sa latitude boréale de $11^d\ 46'\ 15''$.

Les Observations de cette Comete sont rapportées par mon Pere dans son Livre de la Comete de 1680, par M. Flamsteed dans son Histoire céleste, par le P. Fontenay, Jésuite, & par divers autres Auteurs, dont j'en ai extrait quelques-unes, telles qu'elles sont marquées ici.

Déc.	22	à 4^h	56'	♑	6^d	33'	Long.	8^d	26'	Lat. Bor.
	27	5	40		19	23		16	30	
	31	6	32	♒	5	8		21	46	
Janvier	3	6	12		18	49		25	23	
	8	7	55	♓	13	12		28	10	
	15	5	51	♈	8	49		26	15	
	20	5	54		20	41		23	44	
Février	4	7	44	♉	9	35		17	56	
	15	6	50		17	0		15	27	
	19				19	7		14	51	
Mars	18	8	23	♊	0	18		11	46	

Ayant examiné la route de cette Comete, on trouve que ſuppoſant la révolution de la Terre autour du Soleil, elle a dû néceſſairement avoir, conformément à l'apparence, un mouvement direct que l'on peut repréſenter en deux maniéres différentes. La premiére, en ſuppoſant qu'elle s'eſt trouvée au commencement qu'on l'a apperçûë au dedans de l'Orbe annuel entre le Soleil & la Terre, mais beaucoup plus éloignée du Soleil que de la Terre, dont elle s'eſt approchée les jours ſuivants; qu'elle s'eſt enſuite éloignée de la Terre, auſſi bien que de l'Orbe annuel, en ſe rapprochant du Soleil juſqu'au 18 Mars qu'on a ceſſé de la voir.

La ſeconde maniére de repréſenter le cours de cette Comete, eſt de la placer, au commencement qu'on l'a apperçûë, beaucoup plus près du Soleil que de la Terre, dont elle s'eſt approchée les jours ſuivants, en s'éloignant continuellement du Soleil, ce qui eſt à peu-près conforme au cours que M. Newton lui attribuë dans ſes principes de Philoſophie. Il prétend même que cette Comete eſt la même que celle qui avoit ceſſé de paroître quelques jours auparavant, & qui après avoir paſſé fort près du Soleil, s'en éloignoit en décrivant une ligne parabolique qu'il repréſente dans une Figure.

Suivant cette hypotheſe, cette Comete a ſuivi l'ordre des Signes, tant en s'approchant du Soleil dans les premiéres Obſervations que l'on en a faites, qu'en s'en éloignant dans

les derniéres. Ainsi la route qui résulte de la Théorie de M. Newton n'est pas contraire à nôtre hypothese.

Il ne laisse pas d'y avoir quelque difficulté à expliquer comment la Comete du mois de Novembre, dont la latitude étoit, selon lui, le 5 Décembre de 2^d 18' australe, & qui alloit en augmentant vers le Midi, a pû reparoître le 22 du même mois avec une latitude boréale de 8^d 26' vers le Nord. Car, suivant cette hypothese, il faut qu'elle ait passé par son Nœud descendant quelques jours avant le 27 Novembre, & que vers le 17 Décembre, elle ait repassé par son Nœud ascendant, n'ayant pas employé un mois dans son passage au dessous du plan de l'Ecliptique.

La route de cette Comete, de la premiére maniére que je l'ai représentée, a beaucoup de rapport avec celle de 1577, avec laquelle mon Pere l'a comparée dans l'hypothese de la Terre immobile; car nous trouvons qu'elles ont été toutes les deux, pendant tout le temps qu'elles ont paru, au dedans de l'Orbe annuel, beaucoup plus près de la Terre que du Soleil. D'ailleurs elles ont eu à peu-près la même latitude boréale, celle de 1577 ayant été observée le 26 Janvier 1578, dans le temps qu'elle a été la plus grande, de 29^d 15', & celle de 1680 & 1681, le 9 Janvier, de 28^d 11', avec une différence seulement d'un degré 4 min. qu'on peut aisément attribuer aux différentes distances de cette Comete à la Terre dans le temps de ces deux Observations.

Le 23 Août de l'année 1682, les PP. Jésuites apperçûrent à Orléans, une Comete au dessus de la tête des Gemeaux; elle fut apperçûë à Paris les jours suivants, ayant passé le 23, le 27, le 28 & le 29, de la Constellation des Gemeaux à celle du Lion. Sa tête n'étoit pas si pâle que celle de la Comete précédente; elle paroissoit à la vûë simple, égale à une Etoile de la seconde grandeur, avec une queüe qui avoit environ 30 degrés de longueur; mais étant vûë avec une Lunette, elle surpassoit les Etoiles de la premiére grandeur. M. Flamsteed détermina, le 29 Août, sa longitude à 18^d 14' 40" du Lion, avec une latitude boréale de 25^d 49',

qui augmenta jusqu'au 31 qu'elle fut observée de 26ᵈ 18', ensuite de quoi elle diminua. Son mouvement parut alors aussi le plus grand, ayant été observé de 6ᵈ 52' entre le 31 Août & le 1.er Septembre. Cette Comete continua de paroître jusqu'au 19 Septembre qu'elle étoit à 0ᵈ 44' du Scorpion, avec une latitude boréale de 8ᵈ 55', ayant parcouru 72 degrés dans l'espace de 29 jours, ainsi qu'on l'a marqué ici.

						Longitude.			Latitude Boréale.		
Août	30	à 4ʰ	39' mat.	♌	18ᵈ	14'	40"		25ᵈ	49'	55"
	31	3	38		24	46	22		26	11	32
	31	8	21 soir.		29	38	2		26	17	37
Sept.	1	8	8	♍	6	30	3		26	7	12
	8	8	20	♎	12	37	49		18	34	5
	11	7	33		20	27	4		15	9	49
	14	7	22		25	40	58		12	19	40
	15	7	32		26	59	24		11	33	51
	18	7	16		29	58	45		9	26	43
	19	7	26	♏	0	44	4		8	54	36

Ayant examiné le cours de cette Comete, on trouve qu'on peut représenter son mouvement en diverses maniéres. La premiére, en la plaçant entre le Soleil & la Terre, mais beaucoup plus près de la Terre que du Soleil, & lui attribuant un mouvement direct.

La seconde, en la supposant au de-là du Soleil, mais lui donnant un mouvement beaucoup plus grand que celui de la Terre, auquel cas elle seroit aussi directe.

On peut aussi représenter son mouvement rétrograde en la plaçant entre la Terre & le Soleil, plus près de cet Astre que de la Terre ; mais nous nous sommes contenté de représenter son cours suivant la premiére maniére, dans laquelle la quantité de son mouvement est peu différente de celle de la Terre sur son Orbe annuel.

Le 23 Juillet de l'année 1683, M. Flamsteed observa à Londres une Comete dont la tête étoit à peine plus grande

que les Etoiles de la 4.me grandeur, & dont la queüe, qui étoit très-foible, avoit 3 ou 4 degrés de longueur.

Il détermina le 24 Juillet, à 0h 50′ après minuit, sa longitude à 13d 6′ 42″ de l'Ecrevisse, & sa latitude de 29d 28′ 20″ vers le Nord. Elle fut observée le 25 Juillet à 11h 10′ du soir à 11d 39′ 42″ du même Signe, avec une latitude boréale de 29d 34′ 50″, de sorte que dans l'espace d'un jour 10h 20′ son mouvement a été d'un degré 27 minutes en longitude contre la suite des Signes, & de 6′ 30″ en latitude. On continua d'observer cette Comete jusqu'au 5 Septembre qu'elle étoit à 24d 44′ du Bélier avec une latitude australe de 16d 38′ 20″, ayant parcouru dans l'espace de 44 jours, depuis le 23 Juillet jusqu'au 5 Septembre, 78 degrés contre la suite des Signes, avec un mouvement accéléré qui, au commencement de son apparition, n'étoit que de 45 minutes par jour, & qui sur la fin fut observé de plus de 4 degrés, comme on le peut voir par les Observations que l'on en a ici rapportées.

Juillet	24 à	0h	50′ mat.	♋	13d	6′	42″ Long.	29d	28′	20″	Lat. Bor.
	25	11	10 soir.		11	39	43	29	34	50	
	27	10	15		10	8	40	29	34	0	
Août	3	1	35		5	11	30	28	50	28	
	13	2	52	♓	25	28	46	25	17	28	
	19	10	23		16	5	55	20	6	10	
	27	3	9		0	41	53	9	34	13	
	29	3	44	♉	24	49	5	5	9	11	
Sept.	2	2	45		11	7	12	5	16	50	Lat. Austr.
	6	4	4	♈	24	44	0	16	38	20	

Quoique le mouvement de cette Comete ait paru rétrograde pendant tout le temps qu'on l'a observée, on représente fort bien son cours suivant la suite des Signes, en supposant qu'elle étoit d'abord entre le Soleil & la Terre, mais plus près de la Terre que du Soleil, qu'elle a traversé l'Orbe annuel le 25 d'Août au 7.me degré des Poissons, qu'elle a coupé l'Ecliptique le 30 du même mois au 13.me degré des

Poissons, & qu'elle s'est trouvée à la fin de son apparition au de-là de cet orbe, ainsi qu'on l'a marqué dans la Figure.

Le 6 Septembre de l'année 1686 à $4^h \frac{1}{2}$ du matin, on apperçut près de Leipsik une Comete un peu avant le commencement du jour, que M. Kirkius observa le 8 à 4^h du matin dans le Signe du Lion. Elle étoit à peu-près égale à une Etoile de la premiére grandeur, d'une couleur blanche, avec une queüe d'environ 3 degrés. Elle étoit, autant qu'on pouvoit le conjecturer à la vûë simple, dans une ligne droite qui passoit par l'extrémité de la queüe de la grande Ourse & la luisante dans le dos du Lion appellée δ par Bayer, dont elle étoit éloignée autant que les Etoiles γ & η qui sont au dessus du cœur du Lion le sont entre elles, ce qui donne sa longitude à 9 degrés de la Vierge, & sa latitude de 10 degrés vers le Nord. *Acta Erud. 1686. page 565.*

Le 7 Septembre, elle paroissoit avoir fait un degré & demi, suivant la suite des Signes.

Le 8 Septembre, M. Kirkius l'observa dans le Signe du Lion, & détermina sa situation par rapport à diverses Etoiles fixes.

On continua de la voir jusqu'au 12 Novembre, & elle cessa ensuite de paroître, à cause de la lumiére du jour.

Les Observations de cette Comete ne sont pas assés circonstanciées, ni en assés grand nombre, pour pouvoir essayer de déterminer son cours qui a été direct en apparence.

Le 8 Décembre de l'année 1689, les PP. Jésuites observérent à Pondichery & à Malaga, une Comete dont la queüe occupoit 35 degrés d'un grand cercle, nonobstant la clarté de la Lune qui la diminuoit de beaucoup, car elle paroissoit quelquefois de 60 degrés. *Observ. Phys. & Méteor.*

Le 10, on l'observa dans la gueule du Lion, presque à la racine de sa langue, étant environ à 29^d du Scorpion, avec une latitude australe de 13 degrés.

Le 14, elle étoit près de l'Etoile ν dans l'épaule du Loup.

Les 15, 16, 17, 18 & 19, elle continua à suivre une ligne droite sur le dos du Loup, vers l'Etoile de la 1.ere

grandeur, qui eſt au pied du Centaure, & on continua de la voir juſqu'au 23 Décembre qu'elle étoit preſque à la partie boréale & occidentale du pied du Centaure, la plus grande vîteſſe de ſon mouvement ayant été du 14 au 15 Décembre où elle étoit d'un peu plus de 3 degrés.

Cette Comete alloit du Nord au Sud, ſur une ligne qui étoit dirigée à très-peu-près au Pole méridional de l'Ecliptique. Elle ne put pas être obſervée à Paris, parce qu'au commencement qu'on l'a apperçûë, elle ſe trouvoit fort près du Soleil, & n'étoit élevée que de 8 à 9 degrés ſur l'horiſon; dont elle s'eſt approchée de plus en plus les jours ſuivants, s'étant trouvée au deſſous dans le temps qu'on a ceſſé de la voir.

En examinant le mouvement de cette Comete, par rapport à celui de la Terre, on trouve qu'on peut repréſenter ſon cours en deux maniéres. La premiére, en la plaçant entre le Soleil & la Terre, & lui donnant un mouvement direct de l'Occident vers l'Orient, à peu-près égal à celui de la Terre. La ſeconde, en la plaçant au de-là du Soleil, auquel cas elle a été rétrograde.

Comme cette Comete a été aſſés exactement du Nord au Sud, ſans changer ſenſiblement de longitude, il réſulte que ſon mouvement, dans les différentes Obſervations que l'on en a faites, a été compris entre des paralleles tirées de la Terre, au 29.me degré du Sagittaire.

Le 2 Septembre de l'année 1698, M. de la Hire apperçût à Paris, dans la Conſtellation de Caſſiopée, une Comete près de l'Etoile $\varkappa$ qui eſt dans la Chaire, entre cette Etoile & l'Etoile β. Elle étoit le 4 dans l'épaule de Céphée, où elle parut le double plus grande que la premiére fois, égale à une Etoile de la 4.me grandeur, avec une queüe fort petite.

Mon Pere détermina ce jour-là ſa ſituation parmi les Etoiles fixes, & il continua de l'obſerver juſqu'au 28 du même mois.

Elle étoit, ſuivant les Obſervations de M. de la Hire, le 2 Septembre, au 8.me degré du Taureau, avec une latitude ſeptentrionale

ſeptentrionale de 52^d 0′, le 6, à 8^h du ſoir, au 16.me degré des Poiſſons, avec une latitude de 76 degrés, & le 7 à la même heure, à 7 degrés du Verſeau, avec la même latitude que le jour précédent, ayant parcouru 39 degrés en longitude contre l'ordre des Signes.

Elle continua de paroître rétrograde les jours ſuivants, comme on l'a marqué ici, en diminuant de latitude juſqu'au 28 Septembre, qu'on l'obſerva à 27 degrés du Scorpion, avec une latitude boréale de 9^d 30′, ayant parcouru dans l'eſpace de 26 jours, cinq Signes & 11 degrés de l'Orient vers l'Occident.

Septembre	2	♉	8^d	Longit.	52^d	0′	Latit. Boréale.
	4	♈	15		64	7	
	5		5		72		
	6	♓	16		76		
	7	♒	7		76		
	9	♐	23		62		
	11		11		49		
	15		3		29	30	
	24	♏	29		13	30	
	28		27		9	30	

Ayant examiné le cours de cette Comete, on trouve qu'elle étoit, dans les premiéres Obſervations, hors de l'Orbe de la Terre, dont elle s'eſt approchée les jours ſuivants, qu'elle a traverſé cet Orbe le 9 Septembre, en s'approchant du Soleil, & que ſon cours, rétrograde en apparence, étoit réellement direct, ſuivant la ſuite des Signes, de la maniére qu'on l'a repréſenté dans la Figure. On peut même, par le moyen des lignes tirées de la Terre à la Comete le 6 & le 7 Septembre, connoître ſa diſtance & ſa ſituation, par rapport à la Terre & au Soleil, avec aſſés d'exactitude, puiſqu'elle a dû ſe trouver entre l'Orbe annuel & le concours de ces deux lignes, qui ſont des limites extrêmement reſſerrées.

Mon Pere, dans l'hypotheſe de l'immobilité de la Terre,

a comparé cette Comete à celle de 1652, parce qu'elles ont décrit toutes les deux la même route parmi les Etoiles fixes, & nous trouvons aussi, en supposant le mouvement de la Terre, que quoique ces deux Cometes ayent paru dans une saison de l'année différente, ce peut être la même qui a traversé l'Orbe annuel en 1698, vers le 15.me degré des Poissons, & qui y avoit passé en 1652, vers le 25.me degré des Gemeaux, comme je l'ai représenté dans cette Figure, où l'on voit que continuant la route de la Comete de 1698, elle concourt assés exactement avec celle de 1652.

La plus grande difficulté seroit par rapport aux Nœuds; la Comete de 1652 s'étant trouvée dans son Nœud ascendant, au commencement du Signe de l'Ecrevisse, éloigné de trois Signes du Nœud descendant de la Comete de 1698, qui a dû traverser l'Ecliptique au commencement d'Aries; de sorte que si c'est la même Comete, il faut attribüer à ses Nœuds un mouvement de trois Signes ou 90 degrés dans l'espace de 46 ans.

Mem. de l'Ac. 1701. p. 48. Le 19 Février de l'année 1699, M. Maraldi apperçût à Paris une Comete en forme d'une Etoile nébuleuse de la 3.me grandeur. Elle étoit presque en ligne droite entre le Pole & quatre petites Etoiles qui sont entre la chaire de Cassiopée, & la tête de la grande Ourse. La direction de son cours étoit du Nord vers le Midi, avec un mouvement en longitude de l'Occident vers l'Orient, suivant la suite des Signes.

On trouva le 19 Février, à $9^h 45'$ du soir, sa longitude à 13 degrés des Gemeaux, & sa latitude septentrionale de 41 degrés.

Elle étoit le 20, à 8^h du soir, à $17^d 37'$ des Gemeaux, avec une latitude septentrionale de $32^d 10'$.

Le 23, à $7^h 30'$, à $19^d 58'$ des Gemeaux, avec une latitude septentrionale de $11^d 50'$.

Le 24, à $6^h 44'$, à $21^d 11'$ de ♊, avec une latitude boréale de $6^d 37'$.

Le 26, à $7^h 50'$, à $22^d 45'$ de ♊, avec une latitude australe de $0^d 45'$.

Le 28, à 7^h 10′, à 23^d 50′ de ♓, avec une latitude australe de 5^d 25′.

Le 1.er Mars, à 9^h 10′, à 24^d 10′ de ♓, avec une latitude australe de 7^d 30′.

Et le 2 Mars, à 7^h 30′, à 24^d 35′ de ♓, avec une latitude australe de 9^d 15′.

Enfin le 6 Mars, on ne pût plus l'appercevoir à la vûë simple, & on la trouva, avec une Lunette, proche des Etoiles qui sont dans l'épaule orientale d'Orion.

Suivant ces Observations, le mouvement de cette Comete a été dans l'intervalle de 11 jours, depuis le 19 Février jusqu'au 2 Mars, de 11^d 35′ en longitude, suivant la suite des Signes, & de 50^d 15′ en latitude du Nord vers le Midi.

Cette Comete fut observée à Pekin, le 17 Février, par le P. Fontenay, Jésuite, qui l'apperçut près de l'Etoile du genou droit de Céphée, appellée γ par Bayer, & qui détermina sa situation jusqu'au 26 du même mois. Elle lui parut le 17 Février de la 2.de grandeur, le 23 de la 3.me grandeur, le 25 de la 4.me, & le 26 de la 6.me, suivant la même route que celle que l'on avoit déterminée à l'Observatoire de Paris.

Ayant tiré des lignes du lieu de la Terre à celui de la Comete, dans les différentes Observations que l'on en a faites, l'on trouve qu'elle a été réellement directe, conformément à l'apparence, & que pendant tout le temps qu'on l'a apperçûë, elle a été hors de l'Orbe annuel, dont elle n'étoit pas fort éloignée au commencement de son apparition, ce qu'il est necéssaire de supposer pour représenter la quantité de son mouvement à l'égard du Soleil, qui n'a pas dû excéder celui de la Terre.

Le 20 Avril 1702, M. Bianchini apperçût à Rome, proche des Etoiles de la Fleche, une Comete sans queüe, semblable à une Etoile nébuleuse, mais plus claire que celle de l'Ecrevisse, dont il détermina la longitude à 25 degrés du Capricorne, avec une latitude boréale de 43^d 0′. Elle étoit le 21 Avril, à $11^h \frac{1}{2}$ du soir, à 10^d 21′ du Capricorne, *Memoires de l'Acad. 1702, page 121.*

avec une latitude boréale de 40^d 31′, ayant parcouru dans l'eſpace d'un jour, 15 degrés ou environ en longitude, contre la ſuite des Signes, & 2 degrés $\frac{1}{2}$ en latitude du Nord vers le Sud.

Elle fut obſervée ce jour-là à Berlin, où on la trouva à 3 heures après minuit, à 23 degrés du Sagittaire.

Elle étoit à Rome le 23 à 11^h 7′ du ſoir, à 17^d 16′ du Sagittaire, avec une latitude boréale de 32^d 30′,

Elle fut obſervée à Paris, par M. de la Hire, le 24 vers les deux Etoiles de l'épaule droite du Serpentaire.

Elle étoit à Rome le 26, à 1^d 41′ de ♐, avec une latitude de 23^d 10′, & on continua de l'obſerver les jours ſuivants, après leſquels on ceſſa de la voir à cauſe de la clarté de la Lune. Elle étoit le 4 Mai, à 10^h 15′ du ſoir, à 19^d 56′ du ♏, avec une latitude boréale de 16^d 41′, de ſorte qu'elle avoit parcouru dans l'eſpace de 14 jours 65^d en longitude, contre l'ordre des Signes, & 26^d 20′ en latitude du Nord vers le Sud.

Ayant examiné le mouvement de cette Comete, par rapport à la Terre, on trouve que l'on peut repréſenter facilement ſon cours direct, en la plaçant le 20 Avril 1702, jour de la premiére Obſervation, un peu au de-là de l'Orbe annuel, dont elle s'eſt éloignée les jours ſuivants juſqu'au temps qu'elle a ceſſé de paroître.

Le 18 Mars de l'année 1706, on apperçût à Paris, près de la Couronne ſeptentrionale, une Comete en forme d'une Etoile nébuleuſe, ſemblable à celle qui eſt dans la ceinture d'Andromede; ſa longitude fut déterminée ce jour-là, à minuit, à 11^d 48′ 0″ du Scorpion, & ſa latitude boréale de 54^d 8′ 40″.

Le 24, à 11^h 10′, ſa longitude étoit à 16^d 0′ de la Balance, & ſa latitude boréale de 40^d 9′ 25″, ayant parcouru en 6 jours 25^d 48′ 0″ en longitude contre la ſuite des Signes, & 14^d en latitude du Nord vers le Sud.

Le 31, à 8^h 40′, ſa longitude étoit à 3^d 24′ 10″ de la Balance, & ſa latitude boréale de 22^d 41′.

On continua de voir cette Comete jusqu'au 16 d'Avril, avec la Lunette, mais on ne pût déterminer exactement sa situation que jusqu'au 13 du même mois que l'on trouva sa longitude, à 9^h $30'$ du soir, à 23^d $22'$ $32''$ de la Vierge, & sa latitude boréale de 5^d $25'$ $42''$, ayant eu dans l'intervalle de 26 jours, depuis le 18 Mars jusqu'au 13 Avril, un mouvement de 48^d $26'$ en longitude contre la suite des Signes, & de 48^d $46'$ en latitude du Nord vers le Sud.

En examinant le cours de cette Comete, on trouve qu'elle étoit le 18 Mars, jour auquel on a commencé à l'appercevoir, au de-là de l'Orbe annuel, & qu'elle a été le 28 du même mois, dans son opposition avec le Soleil, qui est le temps auquel les Planetes supérieures paroissent rétrogrades.

Si l'on tire des rayons du lieu de la Terre au lieu de cette Comete, dans les Observations du 18 & du 24 Mars, on voit que l'intersection de ces lignes n'est éloignée que d'environ la 6.me partie de la distance de la Terre au Soleil, d'où il suit que le lieu de la Comete, réduit à l'Ecliptique, qui a dû se rencontrer en de-çà de cette intersection, étoit alors fort peu éloigné de la Terre; & qu'ainsi on peut représenter parfaitement son cours, en la plaçant d'abord assés près de la Terre, dont elle s'est écartée, de même que du Soleil, les jours suivants, jusqu'à ce qu'elle ait cessé entiérement de paroître.

Le 28 Novembre de l'année 1707, à 7^h $30'$ du soir, M. Maraldi découvrit à l'Observatoire, près de plusieurs petites Etoiles qui sont entre la Constellation d'Antinoüs, & celle du Capricorne, une Comete que l'on appercevoit à la vûë simple, comme une Etoile de la 2.de grandeur, & qui, étant vûë avec une Lunette de 12 pieds, paroissoit assés claire & grande, mais mal terminée & environnée d'une nébulosité, sans aucune apparence de queüe. *Memoir. de l'Ac. 1707. p. 558.*

On détermina ce jour-là & les suivants, jusqu'au 25 Décembre, sa situation, ainsi qu'on l'a marquée ici, où l'on voit qu'elle avoit une direction à peu-près du Sud vers le Nord, avec un mouvement fort lent, en longitude, qui a

été d'abord direct jusqu'au 15 Décembre, & que l'on a trouvé ensuite rétrograde jusqu'au temps qu'on a cessé de l'appercevoir.

Elle parut le 5 Décembre, avec une Lunette de 17 pieds, à peu-près grande comme le disque de Jupiter, vû par la même Lunette, assés claire vers le milieu, mais mal terminée.

Elle étoit le 17 Décembre, à la vûë simple, comme une Etoile de la 6.me grandeur, mais par les Lunettes on la voyoit assés grande & claire, & on continua de la voir assés bien jusqu'au 5 Décembre nonobstant la clarté de la Lune.

Nov.	28	à 7^h	30′	≈ 6^d	15′	0″	Long.	14^d	30′	0″	Lat. Bor.	
	29	8	8	6	48	0		18	53	40		
	30	8	13	7	8	30		22	29	0		
Dec.	3	7	21	7	52	30		30	12	0		
	10	6	0	8	33	40		39	36	0		
	15	7	20	8	28	0		42	57	40		
	17	6	30	8	23	0		43	57	50		
	21	6	30	7	59	20		45	46	40		Douteux.
	22	8	0	7	56	0		45	40	30		
	25	7	25	7	37	40		46	34	10		

En examinant le mouvement de cette Comete, on trouve qu'on peut le représenter en deux maniéres. La premiére, en le supposant direct, & plaçant la Comete en deçà de l'Orbe annuel, de maniére qu'elle ait suivi à peu-près le mouvement de la Terre en s'approchant du Soleil. La seconde, en supposant son mouvement rétrograde, & la plaçant de maniére qu'elle se soit trouvée au de-là du Soleil dans le temps de sa conjonction.

Mem. de l'Ac. 1723. p. 250, & 1724. p. 365.

Le 18 Octobre de l'année 1723 M. Maraldi apperçût près de trois petites Etoiles qui sont dans l'épaule du Capricorne, une Comete qui paroissoit à la vûë simple comme une Etoile nébuleuse. L'ayant regardée avec une Lunette de 16 pieds, on voyoit au milieu une lumiére blancheâtre & assés claire, dont le diametre étoit fort petit, mais elle avoit autour une grande chevelure, dont l'éclat & la densité alloient

jusqu'aux bords qui étoient mal terminés.

Elle étoit ce jour-là à $7^h\ 21'$ à $9^d\ 34'.\ 50''$ du Verseau avec une latitude méridionale de $3^d\ 54'$, & on détermina sa situation les jours suivants jusqu'au 5 Novembre qu'elle fut observée à $3^d\ 47'\ 0''$ avec une latitude septentrionale de $21^d\ 13'$, ayant eu pendant l'intervalle de 18 jours un mouvement en longitude rétrograde de $5^d\ 47'\ 50''$, & en latitude de $25^d\ 7'$ vers le Nord, ainsi qu'on l'a marqué ici.

Octob.	18 à	7^h	21'.	♒ 9^d	34'	50" Long.	3^d	54'	0"	Latit. Austr.
	19	7	27	8	19	0	1	11	30	Latit. Bor.
	21	6	46	6	44	10	7	47	40	
	22	6	37	6	9	25	10	1	15	
	23	6	30	5	42	30	11	48	30	
	26	6	30	4	50	20	15	42	10	
	27	6	52	4	37	30	16	34	50	
	28	8	39	4	28	40	17	24	0	
	29	7	2	4	21	50	18	6	30	
Nov.	1	8	15	4	5	10	19	44	20	
	2	7	39	4	0	50	20	12	10	
	4	7	22	3	51	0	20	54	50	
	5	6	27	3	47	0	21	13	0	

Cette Comete fut apperçûë à Cayenne dès le 15 du mois d'Octobre par le P. Crossat, Jésuite, qui la trouva à 7^h du soir semblable à une Etoile de la 3.me grandeur avec une queüe tournée à l'Est d'environ 7 degrés de longueur. Elle étoit alors au milieu de la Constellation de la Grüe, le 16 un peu au dessus de la tête de cette Constellation, & le 18 dans le Capricorne, ayant parcouru depuis le 15 jusqu'au 18 environ 41 degrés du Sud vers le Nord en tirant vers l'Oüest.

Elle fut observée le 17 à Rome par M. Bianchini, qui détermina sa longitude à $11^d\ 54'$ du Verseau, & sa latitude méridionale de $11^d\ 10'$.

Cette Comete a été aussi observée en Angleterre par M. Bradley, depuis le 20 Octobre jusqu'au 18 Décembre qu'elle étoit à $8^d\ 4'\ 15''$ du Verseau, ayant eu depuis le 20 Octobre

juſqu'au 9 Novembre, un mouvement rétrograde de $3^d\ 26'$, & depuis le 9 Novembre juſqu'au temps qu'elle a ceſſé de paroître, un mouvement en longitude d'environ 4 degrés ſuivant la ſuite des Signes.

				Longitude.			Latitude Boréale.		
Octob.	20	à 8^h	$5'$	♒ 7^d	$22'$	$15''$	5^d	$2'$	$0''$
	21	6	21	6	41	12	7	44	13
	23	7	22	5	39	58	11	55	0
	25	8	57	4	59	49	14	43	50
	26	6	35	4	47	41	15	40	51
Nov.	1	6	22	4	2	32	19	41	49
	2	6	24	3	59	2	20	8	12
	4	8	2	3	55	29	20	55	18
	9	8	56	3	56	17	22	20	27
	10	6	20	3	58	9	22	32	28
	16	5	53	4	16	50	23	38	33
	19	7	6	4	29	36	24	4	30
	25	6	20	5	2	16	24	48	46
Dec.	1	7	45	5	42	20	25	24	45
	18	6	43	8	4	13	26	54	18

En examinant le mouvement de cette Comete, on trouve qu'on peut repréſenter ſon cours en deux maniéres.

La premiére, avec un mouvement direct, en la plaçant d'abord au de-là de l'Orbe annuel qu'elle a dû traverſer le 25 Octobre, en s'approchant du Soleil, juſqu'au 18 Décembre qu'elle a ceſſé de paroître.

La ſeconde maniére de repréſenter le cours de cette Comete, eſt de la placer auſſi au de-là de l'Orbe annuel, mais à une plus grande diſtance, & lui donnant un mouvement réel rétrograde, ſuivant lequel elle s'eſt éloignée en même temps du Soleil & de la Terre.

M. Maraldi a comparé cette Comete avec celle de 1707, & nous avons trouvé auſſi que ces deux Cometes avoient beaucoup de rapport entr'elles, ayant ſuivi à peu-près la même route, avec une latitude qui les portoit du Sud vers le Nord.

La

La Comete de 1707 ne fut apperçûë que le 29 Novembre, ayant une latitude boréale de $18^{d}\ 54'$, & elle a passé par l'Ecliptique le 26 Novembre, le Soleil étant à 4 degrés du Sagittaire, & son Nœud ascendant à 2 degrés des Gemeaux. Dans la Comete de 1723, son passage par l'Ecliptique arriva entre le 18 & le 19 Octobre, le Soleil étant à 26 degrés de la Balance; d'où l'on tire son Nœud ascendant à 24 degrés du Bélier. Ainsi le mouvement de cette Comete, supposé que ce fût la même, a été d'environ 38 degrés dans l'espace de 16 années. A l'égard de la latitude de la Comete de 1707 qui a été observée de $46^{d}\ 31'$ beaucoup plus grande que celle de 1723, on peut aisément l'attribuer aux différentes distances de ces deux Cometes à la Terre, qui ont dû augmenter leur latitude apparente dans la proportion inverse de ces distances.

Cette Comete a été suivie de celle qui a paru depuis le 31 Juillet 1729 jusqu'au 23 Janvier 1730, que nous avons démontré être directe, quoiqu'elle ait paru rétrograde pendant les premiers mois qu'on l'a apperçûë, & dont nous avons donné le détail dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1730.

Par l'examen que nous venons de faire de toutes les Cometes, dont nous avons pû recüeillir les Observations depuis celle de 1472, nous avons trouvé qu'il y en a eu trente-neuf, dont vingt ont paru avoir un mouvement direct, & les dix-neuf autres un mouvement rétrograde.

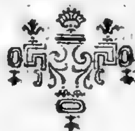
Quoique nôtre dessein principal n'ait été que d'examiner si l'on pouvoit attribuer un mouvement direct à celles qui ont paru rétrogrades, nous n'avons pas laissé de représenter le cours de celles qui ont paru directes, afin d'être assûré que leur mouvement véritable étoit conforme à l'apparent.

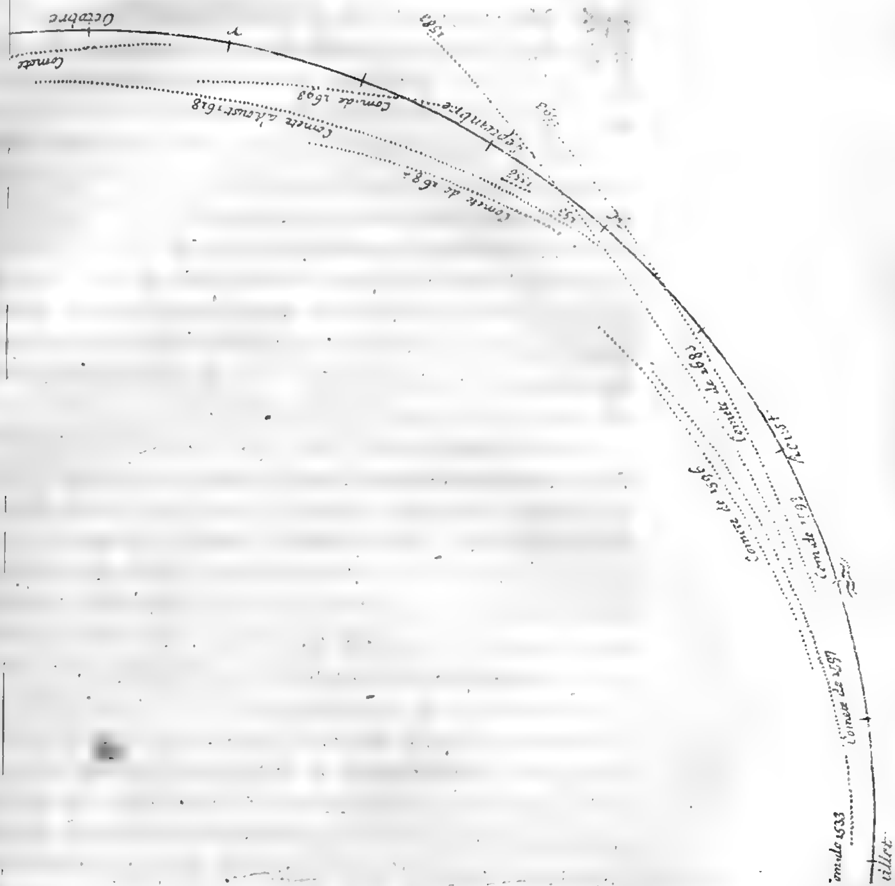
A l'égard des Cometes qui ont paru rétrogrades, nous avons fait voir qu'il s'en est trouvé plusieurs qui étoient réellement directes; que dans d'autres, on représentoit leur cours & leurs diverses apparences, comme d'augmentation ou de diminution de grandeur & de clarté, avec plus de facilité

& de vrai-ſemblance, en les ſuppoſant directes, & qu'enfin il s'en eſt trouvé quelques-unes que l'on pouvoit repréſenter également bien, directes ou rétrogrades.

Ainſi il demeure pour conſtant que toutes les Cometes que nous avons rapportées, depuis l'année 1472 juſqu'à préſent, ont pû avoir un mouvement réellement direct. D'où l'on peut conclurre, avec bien de la vrai-ſemblance, que, conformément au Syſtême des Tourbillons, les Cometes, de même que les Planetes & leurs Satellites, ont toutes un mouvement réel de l'Occident vers l'Orient autour du foyer de leurs révolutions, & que cette direction de mouvement eſt une regle invariable de la Nature.

Nous finirons ce Mémoire, en faiſant remarquer que dans la Figure où l'on a repréſenté le cours de toutes ces Cometes, on en voit un grand nombre qui ont paru ſuivre à peu-près la même route, à l'égard du Soleil, & qu'en attribuant quelque mouvement à leurs Nœuds, & à leur Aphélie ou Périhélie, on pourroit les réduire toutes à un petit nombre qui ſont revenües après un certain temps. Il eſt vrai qu'il ne ſe trouve pas toûjours un intervalle égal entre les Périodes des révolutions de celles qui paroiſſent être les mêmes, mais comme la plûpart de ces Cometes ne ſont apperçûës que lorſqu'elles s'approchent de l'Orbe annuel dans l'endroit où la Terre ſe trouve ſur cet Orbe, il eſt impoſſible qu'on les découvre toutes les fois qu'elles ſe trouvent dans la même ſituation avec le Soleil, à moins que leurs révolutions ne ſoient égales à celles de la Terre, ou ne la comprennent un certain nombre de fois, ce qui ne peut arriver que rarement.






Fevrier
Mars
Avril
May
Juin
Juillet
Comete de 1702

RECHERCHE DU SEL D'EPSOM.

Par M. BOULDUC.

VERS la fin du Siécle dernier, Nehemias Grew, célébre Médecin Anglois, fit connoître au Public un *Sel amer*, tiré d'une Source d'Eau minérale, qui se trouve dans un Village peu éloigné de Londres, que l'on nomme *Epsom*; il y joignit un détail de la maniére de le retirer, qui demandoit à en séparer un Sel muriatique, autrement dit Sel commun, avec les propriétés, tant Physiques, que Médicinales, qu'il avoit apperçûës dans ce Sel, & que je ne rapporte pas présentement, étant fort connües; ce qui ensemble forme un petit Traité Latin, qui eut bien du succès, & est encore fort estimé. 14 Novemb. 1731.

Les bons effets de ce Sel, vantés par un Auteur de grande réputation, firent souhaiter à tout le monde d'en avoir, ce qui se trouvoit fort difficile, parce que la Source n'en fournissoit que peu; cependant quelques années après, on vit se répandre dans tous les Pays de l'Europe, assés communément ce *Sel amer*, sous le nom de celui d'*Epsom*, ou de *M. Grew*, & la nouveauté faisant naître l'envie d'en user, le fit acheter bien cher : mais insensiblement ce Sel est devenu extrêmement commun, par l'abondance qu'on en a eûë par-tout; & par une suite naturelle, il s'est débité, & se débite encore à un prix très-modique.

Ces deux circonstances, sçavoir, la grande quantité de ce Sel qu'on voyoit en tout Pays, & le bas prix où il étoit tombé, n'ont pas manqué de faire bien-tôt penser aux connoisseurs qu'il étoit faux, & contrefait par des Artistes, & on jugeoit avec assés de fondement, que quand même toute la Source d'Epsom seroit du Sel, sans la moindre participation d'eau, elle ne seroit pas suffisante pour en fournir une si grande quantité, à tant de différents Pays.

Sur ce fondement, les curieux cherchérent à découvrir les moyens de l'imiter, mais les sentiments ont été extrêmement partagés, & l'on a vû jusqu'à dix-huit différents Mémoires sur ce sujet, imprimés avant que feu mon Pere y eut travaillé, & il n'a pas été le dernier, puisque depuis lui, nous en avons encore eu deux ou trois, qui sont aussi imprimés.

Quelques-uns ont soûtenu que ce Sel n'étoit que du Sel marin, dissous & cristallisé de nouveau plusieurs fois; d'autres, qu'il se faisoit avec l'Huile de Vitriol & le Sel marin, ou sa saumure; d'autres, avec le Vitriol en substance, ou une Terre ou Miniére vitriolique, & le Sel commun ou sa saumure; & plusieurs enfin sont tombés sur la saumure & l'Alun, & ont crû y trouver une grande conformité, parce que le Sel d'Epsom, vrai ou contrefait, se gonfle & se boursouffle sur une pêle rougie, ou sur un charbon allumé, comme fait l'Alun.

Ces différentes opinions n'étoient pourtant pas soûtenables, quelques-unes par rapport à elles-mêmes, & d'autres en comparant les deux conditions alleguées; sçavoir, *la quantité* de ce Sel, & la *modicité du prix*.

Quant au Sel commun seul, qu'on le dissolve & recristallise de nouveau, tant de fois qu'on voudra, il ne donnera point de Sel amer; l'essentiel du Sel commun ne change point, & c'est une idée absolument fausse.

Pour les matiéres vitrioliques mêlées avec le Sel commun, ou sa saumure, on en tirera, à la vérité, un Sel amer; mais avec quelle peine? soit qu'on employe la distillation ou la calcination? & combien ne faudra-t-il pas de différents vaisseaux? c'est ce qui ne pourra jamais s'accorder avec le prix médiocre.

A l'égard de l'Alun employé avec le Sel commun, on en peut effectivement faire un Sel amer, mais la dépense passera toûjours de beaucoup le prix modique où il est tombé, par le travail & l'appareil, dont cette préparation aura besoin.

Pour ce qui regarde l'opération que feu mon Pere a faite, pour imiter le Sel d'Epsom, en versant sur la dissolution de

l'Alun, la liqueur du Sel de Tartre, il en faisoit un Sel qu'il a declaré être tout-à-fait semblable au Sel d'Epsom, mais il a manqué à tous égards ; son Sel étant un Tartre vitriolé, combiné de l'Acide vitriolique contenu dans l'Alun, & du Sel alkali de Tartre, il n'auroit pû se dissoudre dans un poids égal d'eau, comme doit faire le Sel d'Epsom, on n'auroit pû en faire qu'une petite quantité à la fois, & il auroit toûjours coûté beaucoup, sans parler de la différence de sa cristallisation. Mon Pere reconnut même son erreur quelque temps après, & si Dieu lui avoit conservé des jours, comme il étoit de bonne foi, & qu'il aimoit la vérité, il se seroit fait honneur de déclarer hautement sa méprise. En matiére de Physique, il est facile de tomber dans l'erreur, mais il n'est pas également facile de la reconnoître, & d'en sortir.

J'épargne M.rs Slare & Mendes, qui dérivent ce Sel amer, d'un Sel fossile, que les Anglois même nient absolument.

Je passe aussi sous silence, d'autres opinions qui n'ont pû remplir les deux conditions; sçavoir, la quantité de ce Sel, que l'on doit faire à la fois, & par conséquent son peu de valeur ; & je suis persuadé, que la plûpart des Auteurs qui ont communiqué là-dessus leurs idées en sont revenus, quand ils ont comparé les matiéres qu'il auroit fallu employer, le temps, les vaisseaux, les ouvriers, & tout le reste de l'attirail, que leurs procédés demandoient, avec le peu de produit.

Il me paroît donc, que l'on a ignoré jusqu'ici, de quel sujet, & par quel Art on tire le *Sel d'Epsom*, & il est aisé de juger, que supposé, que pour y parvenir, il eût été besoin d'un appareil considérable, on eût bien-tôt dévoilé le mystere, & de plus on auroit lieu de s'étonner que l'Angleterre & la Hollande fussent seules en possession d'en fournir. Il se passe souvent bien du temps, avant qu'on puisse pénétrer les choses que l'on prend soin de cacher, ou que la Nature en quelque façon nous cache, mais un heureux hazard, suivi de quelques refléxions, les developpe.

Il y a déja plusieurs années, qu'étant à la Campagne chés

M. Grosse mon ami, qui avoit obtenu, par le moyen de M. le Gouverneur de Salins, quelques bouteilles de ces eaux qui restent, après la cuite du Sel, dans la chaudiére; nous les examinâmes ensemble, & nous trouvâmes au fond de ces bouteilles, un dépôt de Sel, dont les cristaux n'étoient point cubiques, mais longs, & différents du Sel commun, ce qui nous surprit tous les deux. J'en emportai deux bouteilles pour les examiner à loisir. L'eau étoit jaune, d'un goût picquant comme du Sel ordinaire, mêlé pourtant de quelque amertume; & la portion de Sel, qui occupoit le fond de ces bouteilles, étoit très-amere, il se fondoit aisément dans l'eau froide, il boüillonnoit & se boursouffloit sur une pêle rougie, sans crépiter, il conservoit son amertume après la calcination; l'Huile de Chaux versée sur sa dissolution, y formoit des cristaux fermes & durs, & l'Huile de Vitriol n'excitoit qu'une légére effervescence avec lui, sans pourtant le dissoudre entiérement.

Toutes ces circonstances comparées avec le Sel d'Epsom, ayant une grande conformité entre elles, je formai dès-lors le dessein d'examiner un jour plus attentivement les Eaux salées du Royaume, dans leurs différents états où je sçavois qu'elles se trouvent. Mais ce dessein n'auroit pû s'exécuter, vû la difficulté d'en obtenir, s'il n'avoit été secondé par M. Fagon, qui saisissant avec empressement toutes les occasions de favoriser ce qui peut être utile au Public, vertu qu'il a héritée de feu M. son Pere, a bien voulu se donner tous les soins pour m'en procurer de tous les endroits où l'on fabrique du Sel marin.

J'ai donc eu de l'eau de la Mer, prise à la rade de Dieppe, & de plus, de cette eau qui reste après la cuite du Sel, à Isigny & à Toucques en Normandie, que les ouvriers appellent *Boitrons* ou *E'goutes;* j'en ai eu aussi de deux Salines, qui sont à Moyenvik & à Salins, tant des naturelles, & comme elles sortent des Sources, que de celles qui restent après la cuite du Sel dans les chaudiéres, & de plus, les égoutes qu'on a recüeillies, quand le Sel a été porté pour

fécher; & enfin j'ai eu du Sel de la Rochelle, la saison étant pour lors trop avancée, pour avoir de cette eau qui reste dans les Marais salans, après la cristallisation du Sel.

A l'égard de l'eau de la Mer, nous avons eu autrefois à Paris un Curieux * qui en ayant fait évaporer un muid entier, dit dans le Livre de ses Secrets, qu'il y a trouvé des Sels de différentes especes tant par leur configuration que par leur goût, & à la fin une eau *incoagulable* & non crystallisable, dont on ne peut plus retirer de cristaux; ce sont ses termes, par lesquels il entend, que, quand même cette derniére eau seroit épaissie au feu, elle reprendroit promptement de l'humidité à l'air, & ne fourniroit plus de cristaux. Il est fâcheux que cet Auteur soit resté en si beau chemin, & qu'il n'ait pas essayé de découvrir, de quelle nature étoient ces différents Sels, il eût épargné à d'autres la peine de les chercher de nouveau.

En mon particulier je n'ai fait évaporer que cent livres d'eau de la Mer, mais quelque attention que j'y aye donnée, & quelque soin que j'y aye pris, je n'y ai pû reconnoître que deux sortes de Sels bien avérés pour tels, sçavoir le *Sel marin*, & le *Sel amer*, qui est celui que je cherchois, sans parler ici de ce qui s'y trouve de plus, & qui n'a point de rapport à mon dessein.

Cette eau est d'abord claire & limpide comme l'eau de roche, mais de sa salure ordinaire, qui est celle du Sel commun dissous. A mesure qu'elle évapore, elle fournit des cristaux en cubes, qui insensiblement diminüent de volume, & deviennent finalement si fins, qu'on diroit que ce n'est qu'une poussiére transparente, ou quelque chose de différent du premier Sel; cependant le goût fait connoître que ç'en est encore, sans qu'on ait besoin d'avoir recours à des épreuves, qui prouveroient davantage son essence; & si pour lors on arrête l'évaporation, & qu'on expose le vaisseau à l'air froid, il s'y forme de nouveaux cristaux assés gros, très-imparfaitement cubiques, affectant en quelque façon la rondeur, & d'un

* C'est l'Abbé Rousseau, connu ci-devant sous le nom de *Capucin du Louvre*.

goût partagé entre le salé & l'amer ; c'est du Sel marin mêlé & confondu avec celui qui lui doit succéder ; aussi petille-t-il foiblement au feu & se boursouffle : pendant ce temps-là l'eau est devenüe un peu jaune, & a changé son goût salé entiérement en amer ; & si dans cet instant on la survuide, & que de nouveau on l'évapore un peu & lentement, ou qu'on la laisse évaporer naturellement à l'air, elle dépose à trois ou quatre reprises (toûjours survuidée à temps) des cristaux longuets, de différentes grosseurs, la plûpart pourtant assés fins, & tels que l'on les voit dans le Sel d'Epsom vrai ou faux, qui affectent tous le quarré long, & sont d'un goût bien amer ; & enfin il reste une eau rousse, picquante & un peu amere, qui est cette eau *incoagulable,* qui ne fournit plus de cristaux.

Ce que je viens de dire des différentes circonstances de l'eau de la Mer, soit par rapport à elle-même, soit par rapport à ce que j'y ai reconnu pendant & après l'évaporation, se trouve de même à tous égards dans les eaux salées naturelles de Moyenvik & de Salins ; & je n'y sçais point de différence, si ce n'est que les deux derniéres fournissent plus de ce Sel amer, dont il est présentement question.

Ainsi on jugera aisément, que les eaux de ces deux endroits, qui ont été puisées dans les chaudiéres après la cuite du Sel, sont déja comme concentrées, par conséquent jaunes, un peu ameres, déposant promptement un peu de Sel marin, & ensuite celui qui est amer.

On jugera aussi, qu'à plus forte raison, les égouttes de ces endroits nommés, doivent très-promptement donner le Sel dont il s'agit, parce qu'en s'écoulant elles déposent à la faveur de l'air une portion de Sel marin qui se condense, & il ne passe presque que l'eau amere avec celle qui ne se coagule plus.

Quant aux *Boitrons* ou *E'gouttes* d'Isigny & de Toucques, elles sont différentes de celles-là ; & cette différence vient de la différente maniére dont on y fait le Sel, parce qu'au lieu de le faire par l'évaporation de l'eau de la Mer, comme ailleurs,

ailleurs, on prend une Terre noire, qui se trouve sur le bord de la Mer, & que les Marées ont souvent abreuvée & salée, on la détrempe dans l'eau commune, que l'on évapore ensuite dans de petites chaudiéres de plomb, qui sont à Touques au nombre de vingt-quatre, pour en retirer le Sel, qui est sale, desagréable, fort acre, & mal sain; & ce qui s'en égoute en le séchant, est une eau d'un brun foncé, acre & amere, sentant la vase & le bitume, qui sur le feu, mousse, se gonfle, & dépose beaucoup de Sel commun, comme un sable jaune: & la mousse ou écume enlevée, le reste de l'eau donne par la cristallisation un Sel en lames plattes & pointuës aux extrémités, assés brun, fort amer, bitumineux & desagréable. Cependant lorsqu'on dissout de nouveau ce Sel dans l'eau de Riviére, & qu'on le laisse évaporer à l'air, il devient blanc, & prend la même configuration que celui de l'eau de la Mer, & ne garde qu'une amertune fort supportable.

Pour le Sel de la Rochelle bien façonné & bien sec, j'étois déja prévenu, qu'il ne donneroit point de Sel amer; cependant pour ne rien obmettre, & pour répondre à ceux qui ont prétendu que le Sel d'Epsom, supposé imité, se faisoit du Sel commun, je l'ai dissous & cristallisé alternativement à plusieurs fois: mais l'évenement a répondu à mon attente; je n'en ai rien tiré que du Sel commun, & à chaque nouvelle dissolution un peu de terre: ce qui n'empêche pourtant pas que l'on ne puisse espérer de tirer beaucoup de Sel amer de ces eaux, qui restent dans les Marais salants, après que le Sel, à l'aide de la chaleur de l'air, est cristallisé, puisque l'on n'employe là que l'eau de la Mer, qui en fournit par tout, & qu'elle y est employée en grande quantité.

Voilà donc du *Sel amer*, trouvé dans nos eaux salées, & qui ressemble déja à celui d'Epsom vrai ou faux, par son *goût*, & par la *façon de se cristalliser*. Mais lui ressembleroit-il à tous égards? Il faut les comparer davantage entre eux, & les faire passer par différentes épreuves.

J'ai eu neuf onces de Sel d'Epsom, qu'on a tiré de deux cents quarante pintes d'eau, prise à la source même de cet

endroit, & qui a été fait de la maniére usitée sur les lieux, & j'ai eu douze onces de terre, qu'elle a déposée : j'ai pris aussi de ce Sel contrefait, qui passe sous le nom de celui d'Epsom, & qui se vend par-tout ; & enfin j'ai pris ces Sels amers, que j'ai tirés de nos eaux salées ; tous les trois se sont dissous dans un poids égal d'eau commune & très-facilement, tous les trois se sont gonflés, & ont boüillonné sur le charbon allumé, ou sur la pêle rougie, & après ils ont conservé la même saveur amere ; fondus dans l'eau, ils ont formé, par l'addition de l'Huile de Chaux, une cristallisation dure & solide : ces Sels ont fait effervescence avec l'Huile de Vitriol, & ce mêlange distillé a donné de l'Esprit de Sel ; & enfin ils se sont aisément convertis en foye de Soufre.

A l'égard de l'effervescence, qui se fait avec ces Sels & l'Huile de Vitriol, M. Grew l'a bien remarquée dans le Sel amer de la Source minérale d'Epsom ; il l'a attribuée au mêlange du sédiment terreux & alkalin, que cette eau dépose, & dont, à la vérité, on ne sçauroit disconvenir, quoique cette terre puisse aisément être détachée des Sels : mais il n'est pas moins vrai, que l'Huile de Vitriol attaque en même temps la base du Sel muriatique, que cet Auteur y a très-bien reconnu, & qui ne se sépare pas si aisément du Sel amer ; aussi un Chymiste n'a-t-il besoin que de l'odorat, pour en juger ; les vapeurs de l'Esprit de Sel sont assés sensibles.

Mais pour ce qui regarde la sulphurification, il y a lieu de s'étonner, que M. Hoffman l'ait niée, & qu'il ait soûtenu, que le faux Sel d'Epsom contient un acide d'une nature différente de celui du Soufre ou du Vitriol, d'autant qu'il dit dans ses observations, & en deux endroits différents, qu'on le fait quelquefois avec du Vitriol & du Sel commun, & d'autres fois avec les saumures d'Alun & de Sel commun ; ce qui étant accordé, l'acide vitriolique doit y regner, qui est précisément celui qui se convertit en Soufre. En effet, ce Soufre n'a pas refusé de se manifester, quand j'ai rougi au feu nos Sels amers mêlés simplement d'un peu de poudre de charbon.

Après avoir vû nos Sels dans les différentes circonstances ou épreuves que j'ai rapportées, que peut-on en inférer? si ce n'est, qu'ils se ressemblent comme se ressembleroient deux gouttes d'eau, & que c'est précisément une même chose, soit qu'on les tire d'une source minérale, ou de nos eaux salées. On peut les regarder comme un don de la Nature, auquel l'Art n'a presque nulle part; & je pense, que toute eau, qui sera en état d'être employée pour la fabrique du Sel commun, la sera aussi pour fournir ces Sels amers. Quant à la méthode que j'ai exposée pour les recüeillir, si ce n'est pas précisément celle dont on se sert dans les Pays étrangers, je crois, du moins, qu'elle y peut bien suppléer, ou être substituée comme des plus simples & faciles; & par conséquent on n'aura point de difficulté de la préférer à toutes les autres, qui demandent un mêlange de différentes matiéres, & qui sont par-là fort embarrassantes, sans parler encore du peu d'apparence de la réüssite.

Les connoisseurs ne manqueront pourtant pas de demander, quels sont enfin ces *Sels amers,* pris dans l'état que nous les avons vû jusqu'ici? ne peut-on pas les rapporter à une espece connüe? à quoi je réponds, ils ne sont pas simples; c'est un mêlange du Sel de Glauber, qui y domine, & d'une portion de Sel marin qui n'en a pas été séparée; & tous les deux participent de cette eau *incoagulable,* dont ils ont été retirés, & qui ne se dissipe même pas aisément par le feu, ce qui fait que nos Sels amers paroissent toûjours humides.

Pour s'assûrer de ce que j'avance, on peut employer un moyen fort simple, c'est de dissoudre de nouveau dans de l'eau commune, une quantité de nos Sels amers, & d'exposer cette dissolution dans une terrine à l'air, pour qu'elle s'y évapore lentement : là le *Sel de Glauber,* comme le plus abondant, se dépose le premier, en gros cristaux, & de ses propriétés connües, sur lequel l'Huile de Vitriol n'a alors nulle action; ensuite paroît aux parois au dessus, le *Sel commun,* aisé à reconnoître par ses cristaux cubiques, & par le goût qui lui est particulier; & finalement il reste une eau

jaunâtre & graſſette, que l'eau commune a retirée ou imbibée & enlevée des deux Sels : auſſi voit-on que quand ces deux Sels ont été retirés de cette eau graſſe, ils ſe ſéchent facilement, & ne s'humectent plus.

Il y auroit donc moyen de faire en France du Sel d'Epſom, je veux dire, un *Sel amer,* qui lui reſſemble parfaitement. Mais en le faiſant, pourroit-on remplir les deux conditions que les Auteurs y demandent toûjours? pourroit-on en faire en *quantité,* & à un *prix très-modique!* Pour moi, je n'en doute point : que l'on conſidére la quantité des égoutes ou boitrons que l'on laiſſe perdre après la fabrique du Sel; que l'on conſidére la quantité de ces eaux ameres qui reſtent après la cuite du Sel, & que l'on rejette comme choſe inutile; & que de plus on faſſe attention, combien il reſte d'eau amere dans les Marais ſalans, après que le Sel commun, criſtalliſé par la chaleur de l'air, en eſt retiré, & dont on a de la peine de nettoyer ces Marais. Toutes ces eaux ne coûtent rien, & il me paroît, qu'à peu de frais, on en retireroit les Sels amers; dans certains Pays, il ne faudroit qu'une légére évaporation, & des vaiſſeaux pour ſurvuider à propos; & dans les Provinces Méridionales de la France, il ne faudroit que des vaiſſeaux, & du temps : comme le Sel marin s'y criſtalliſe par la ſeule chaleur de l'air, les Sels amers ſe formeroient de même.

Du reſte, pour donner un échantillon de calcul ſur la quantité de ces Sels amers, qu'on pourroit retirer de nos eaux ſalées, je ne prends pour exemple, qu'une ſeule Saline, & même une ſeule chaudiére de Moyenvik, où pourtant une ſeule de ces chaudiéres, conſume ordinairement, par an, quatre mille quatre cens muids d'eau; un muids contient deux cens quatre-vingt pintes d'eau; & chaque pinte, ou meſure de deux livres renferme, au moins, demi-gros de Sel amer. Ainſi la quantité d'eau, que cette ſeule chaudiére conſume par an, ſeroit en état de fournir du moins *quatre mille huit cens livres de Sel amer.*

Mais comme il ne s'agit pas ici de donner là-deſſus des

avis, pour les moyens d'en recüeillir tout ce que nos eaux salées pourroient en fournir; je me borne à la recherche du Sel, auquel on a donné le nom d'*Epsom*, que j'avois entreprise.

SUITE

D'un Mémoire qui a pour titre : De l'importance de l'Analogie, & des rapports que les Arbres doivent avoir entr'eux pour la réüssite & la durée des Greffes.

SECONDE PARTIE.

Où l'on propose de greffer les uns sur les autres des Arbres qui n'ont pas entr'eux une analogie bien parfaite pour avoir plûtôt du fruit, & affranchir plus efficacement les especes.

Par M. DU HAMEL.

QUE la Greffe soit le plus sûr moyen pour remplir un Jardin des fruits que l'on trouve le plus à son goût; c'est un avantage que personne ne lui peut disputer. 14 Novemb. 1731.

Qu'elle perfectionne & affranchisse * les fruits, l'expérience journaliére ne nous permet pas non plus d'en douter.

Mais qu'elle puisse changer les especes; beaucoup d'Auteurs l'ont crû, quelques-uns l'ont nié, mais c'est une opinion que j'ai combatuë dans deux différents Mémoires, par un grand nombre d'expériences & d'observations.

J'ai encore continué mon travail sur la Greffe, & par un autre usage que j'ai fait des mêmes expériences, je crois

* Le terme de *franc* est pris en différents sens dans les Auteurs, quelquefois ils lui font signifier le *Sauvageon-Poirier*, & d'autrefois le *Poirier de bonne espece* qu'on greffe dessus, & c'est dans ce sens que je le prends dans ce Mémoire.

avoir prouvé, avec plus de détail & d'exactitude qu'on n'avoit fait jusqu'à présent, que la réüssite des Greffes n'est assûrée & satisfaisante pour celui qui la pratique, que quand il se trouve un certain rapport, & une conformité entre la Greffe & le Sujet.

Le Poirier, par exemple, pousse avec force & vigueur sur son Sauvageon, & est presque, à tous égards, semblable aux Arbres non greffés.

Quand au contraire les oppositions sont grandes, il est inutile d'y mettre ses espérances, le Prunier & l'Orme ont toûjours refusé de s'allier, & si le Poirier & l'Erable, ou le Chesne, le Prunier & l'Amandier, le Meurier & l'Orme, & beaucoup d'autres Arbres greffés les uns sur les autres, ont repris; leurs pousses étoient petites, leurs feüilles étoient jaunes; d'autant moins vigoureuses que la disproportion étoit plus considérable, ces Greffes ont bien-tôt perdu tous leurs jets, & sont enfin péries comme les autres.

Il sembleroit suivre de-là qu'il faudroit tendre à cette analogie le plus qu'il est possible, & que nôtre travail sur la Greffe devroit se borner à étudier le rapport des Arbres entr'eux, pour n'appliquer les uns sur les autres, que ceux qu'on reconnoîtroit avoir le plus de convenance; la plûpart des Auteurs nous y invitent, & cela seroit vrai, si l'on ne cherchoit qu'à avoir de grands Arbres vigoureux, & de longue durée.

C'est bien, à la vérité, ce qu'on doit souhaiter pour les Arbres d'avenües, c'est pourquoi la pratique où l'on est, de ne greffer l'Orme femelle que sur l'Orme mâle, me paroît fort bonne; peut-être cependant feroit-on encore mieux, pour se dispenser absolument de greffer, ce qui affoiblit toûjours les Arbres, de ne planter en avenües que les Ormes femelles de pied, ou l'Orme mâle à large feüille, supposé qu'on pût en recouvrer autant qu'on en auroit besoin.

Pourquoi en effet, comme me l'ont assûré plusieurs connoisseurs en ce genre, les Ormes qu'on plante depuis un temps ne durent-ils pas si long-temps, du moins aux environs

d'Orleans, que ceux que l'on plantoit anciennement? je crois que c'eſt parce que tous les Ormes femelles que nous plantons aujourd'hui dans cette Province ſont greffés, au lieu qu'autrefois la plûpart étoient femelles de pied, & je connois encore une avenüe d'Ormes femelles, dont preſque tous les Ormes n'ont point été greffés, & qui ſe diſtingue bien des autres par ſa vigueur.

Qu'on cherche donc pour les Arbres d'avenües, l'analogie la plus parfaite entre la Greffe & le Sujet, afin qu'ils faſſent un plus beau couvert, & qu'ils durent plus longtemps, c'eſt le cas où cette précaution ne peut être qu'avantageuſe : mais pour les Arbres fruitiers, le but principal de leur culture étant, premiérement d'avoir du fruit, & en ſecond lieu d'en avoir de beau & de bon ; lorſque les égards à cette parfaite analogie ne rempliſſent aucune de ces vûës, il faut y avoir moins d'attention.

Pour rendre la choſe plus intelligible, je vais examiner en particulier, les avantages de la pratique, ou de l'obmiſſion de cette regle d'Agriculture. Je commence par le premier.

L'on ſçait que les Arbres qui pouſſent avec beaucoup de force ne fleuriſſent preſque point. L'on peut avoir auſſi remarqué que quand leur grande fougue eſt paſſée, ils commencent à donner des fleurs, mais qui ne noüent que rarement, & qu'enfin ils ne ſont abondants en fleurs & en fruits, que quand ils paroiſſent ſur leur retour, ou du moins quand ils ont perdu beaucoup de leur premiére vigueur.

Quoique ces faits ſoient connus de tout le monde, on me permettra de les confirmer, par une expérience aſſés ſinguliére. Voici le fait.

J'avois un Poirier de Craſſanne, greffé ſur Sauvageon, qui pouſſoit quantité de rejets dans un tapis de gazon, qui en étoit éloigné de 10 ou 12 pieds ; comme ces rejets épuiſoient cet Arbre, & que d'ailleurs le gazon lui déroboit beaucoup de ſubſtance, il pouſſoit fort peu en bois, & la plûpart de ſes feüilles étoient jaunes, mais tous les ans il chargeoit beaucoup à fruit. Il y a deux ans que je fis arracher

ce gazon, & couper toutes les racines qui traçoient ſur la ſuperficie de la Terre, & qui produiſoient les rejets : je prévoyois bien que cela devoit être très-utile à mon Arbre; auſſi depuis ce temps-là a-t-il repris ſa verdeur, & pouſſé beaucoup en bois, mais il a ceſſé de ſe mettre à fruit, & cette année il n'a preſque point de boutons pour la fleur.

Voilà un exemple qui ſert de preuve bien convaincante; que la trop grande vigueur des Arbres eſt un obſtacle à leur fructification, & c'eſt par la même raiſon que les Arbres greffés ſur Sauvageon donnent plûtôt du fruit dans les terres maigres que dans les graſſes. Or je trouve dans le choix des Sujets de quoi diminuer, tant qu'on voudra, la vigueur des Arbres, puiſque c'eſt du plus ou du moins d'analogie de la Greffe avec le Sujet que dépend la vigueur des Arbres greffés.

De ſorte que ſi l'analogie eſt trop grande entre le Poirier & ſon Sauvageon, & qu'ainſi il ne donne que du bois, il eſt aiſé de remédier à cet inconvénient, par le choix d'un Sujet qui ait moins de rapport avec cet Arbre. Par exemple, le Coignaſſier ou l'Epine, ou le Neſflier, ou l'Aliſier, ou le Cormier, c'eſt un choix que l'expérience journaliére juſtifie, puiſque les Poiriers greffés ſur Coignaſſiers, ſe mettent plûtôt à fruit que ceux qui ſe font ſur Sauvageon, & je connois un Poirier *de Livre* greffé ſur l'Epine blanche, qui fait un joli demi-vent, & charge beaucoup à fruit.

Mais les Greffes ſur l'Epine ne réüſſiſſent pas également dans toutes ſortes de terres, M. de la Quintinie marque en avoir fait pluſieurs ſans ſuccès, & j'ai tenté la même Greffe ſans beaucoup de ſatisfaction dans une terre plus ſéche qu'humide ; il en eſt de même du Coignaſſier, cet Arbre ne vient pas par-tout. S'il eſt planté dans une terre maigre, il ne pourra jamais fournir aſſés de ſubſtance au Poirier ; s'il eſt dans une terre ſablonneuſe & légere, il pouſſera une quantité prodigieuſe de petites racines veules & menües qui ne pourront pas ſubſiſter long-temps, & de plus comme il en pouſſe beaucoup ſur la ſuperficie de la terre, elles ſeront ſouvent deſſéchées par l'ardeur du Soleil. Enfin dans les terres fraîches

&

& humides, qui ſont cependant celles qui lui conviennent le mieux, comme les racines de cet Arbre ſont tendres, elles courent riſque d'être rongées par les Turcs & les Courtilleres ; tous ces inconvénients obligent ſouvent de greffer les Poiriers ſur leur Sauvageon, quoiqu'il doive en arriver qu'ils ſe mettront très-difficilement à fruit.

Pour remédier à cet inconvénient, je propoſe deux moyens tirés des principes que j'ai établis dans la premiére Partie de ce Mémoire, & appuyés ſur pluſieurs pratiques qui ſont d'un uſage familier dans nos Jardins.

Premiérement, nous ſommes certains que quelqu'analogie que les Arbres ayent entr'eux, la Greffe les affoiblit toûjours, puiſque ceux qui ont été greffés ne durent jamais autant que ceux qui ne le ſont pas. S'il eſt donc vrai qu'un Arbre, pour avoir été greffé une fois, eſt affoibli, il le ſera ſans doute davantage lorſqu'on l'aura greffé une ſeconde, & à plus forte raiſon une troiſiéme; ainſi l'on a par ces Greffes réïtérées un moyen facile d'affoiblir ces Arbres par degrés & autant qu'il faudra pour leur faire porter du fruit, en ſorte que ſi je veux avoir des Colmars ſur Sauvageon, ſçachant que cette eſpece de Poirier ſe met très-difficilement à fruit, & eſt ſouvent une quinzaine d'années à ne donner que du bois, je grefferai ſur le Sauvageon une Ambrette ou un Beuré, ſur l'Ambrette une Craſſanne ou une S.t Michel, & enfin ſur la Craſſanne un Colmar.

Il eſt bon de remarquer que je choiſis des Arbres de différentes eſpeces dans l'intention d'affoiblir davantage le ſujet, & que je propoſe pour exemple l'Ambrette, la Craſſanne, le Beuré & le Doyenné, parce que ces eſpeces ſe mettent aiſément à fruit. Cependant les expériences que j'ai faites l'ont été la plûpart ſur des Bon-chrétiens d'Hiver, des Loüiſes bonnes & des Bezi de la Motte.

Le moyen que je viens de propoſer pour faire plûtôt produire du fruit aux Arbres greffés ſur Sauvageon, ſe réduit donc à profiter de ce changement de direction, ou (ce qui eſt la même choſe) de ce nœud qu'on ſçait qui ſe forme à

l'endroit de l'application de la Greffe, & cela pour affoiblir les Arbres, en gênant en quelque maniére le cours de la séve.

Le second consiste à rompre la trop grande analogie qui est entre le Poirier franc & son Sauvageon par l'interposition d'une autre espece qui soit moins analogue à l'un & à l'autre.

Ainsi convaincu par les observations que j'ai rapportées dans la premiére Partie de ce Mémoire, qu'il y a moins d'analogie entre le Poirier & le Coignassier qu'entre le Franc & son Sauvageon, sçachant d'ailleurs que la vigueur des Arbres greffés diminuë à proportion du peu d'analogie qui se rencontre entre la Greffe & le Sujet, pour faire usage de ces principes, si l'on veut avoir promptement du fruit d'un Colmar greffé sur un Sauvageon, il paroît naturel de greffer un Coignassier sur Sauvageon, & le Colmar sur la pousse du Coignassier.

Mais le Coignassier n'est pas le seul Arbre qu'on puisse employer pour rompre l'analogie du Poirier avec son Sauvageon ; car étant assûré, comme je l'ai déja fait observer, que le Poirier reprend bien sur l'Epine blanche, sur le Nefflier, sur le Cormier & l'Alisier, on peut, suivant la qualité de la terre de son Jardin, employer quelques-uns de ces Arbres pour essayer de rompre plus ou moins cette analogie trop parfaite qui empêche que nous n'ayons du fruit.

Au reste, je ne propose ce dernier moyen que comme des conséquences probables tirées des principes que j'ai établis dans ma premiére Partie, car les expériences particuliéres que j'en ai faites sont encore trop nouvelles pour en assûrer entiérement la réüssite, puisque les Arbres que j'ai ainsi greffés, n'ont point encore donné de fruit : cependant quoique ces Greffes soient fort jeunes, elles paroissent disposées à en donner dans peu, & tout ce que j'appréhende, c'est de les avoir trop affoiblies.

Je conseille cependant à ceux qui voudront greffer des Coignassiers sur des Sauvageons, de les écussonner plûtôt en œil dormant sur de jeunes Sauvageons, que de les greffer en fente sur de vieux Sujets, parce que plusieurs que j'avois

greffés de cette maniére ſont péris à la ſeconde ſéve, quoiqu'ils euſſent aſſés bien pouſſé à la premiére, & comme il m'a paru que c'étoient les ſujets qui étoient morts les premiers, je crois que cet accident eſt venu de ce que les Greffes de Coignaſſier n'ont pû dépenſer toute la ſéve que leur fourniſſoient de gros ſujets vigoureux bien nourris & bien enracinés, au lieu que ceux que j'ai écuſſonnés ſur de jeunes Sauvageons ont fort bien pris, & j'aurai ſoin d'informer l'Académie de leur réüſſite.

Il eſt bon de remarquer qu'il y a des eſpeces de Poiriers qui ſe mettent bien plus aiſément à fruit que d'autres, & l'on comprend bien que pour avoir de leur fruit, il n'eſt pas beſoin de rompre conſidérablement l'analogie de leur eſpece.

Par exemple, un Auteur d'Agriculture qui commence à être ancien, a remarqué que le Portail avoit beaucoup de peine à reprendre ſur les Coignaſſiers, M. de la Quintinie a obſervé qu'il en étoit de même du Bon-chrétien d'Eté muſqué, & je crois pouvoir ajoûter à ces deux eſpeces, la Merveille d'hyver ou le petit Oin, la Rouſſeline, & l'Angleterre.

Mais le Jardinier Solitaire prétend que le Bon-chrétien d'Eté muſqué ne laiſſe pas de bien réüſſir ſur Coignaſſier, & il eſt ſûr que ce Religieux n'en vendoit pas d'autres ; mais on ne peut diſconvenir que le Bon-chrétien d'Eté muſqué n'ait beaucoup de peine à reprendre ſur le Coignaſſier. Il eſt auſſi certain qu'au bout de cinq ans, il ne fera pas un auſſi grand Arbre qu'un Bon-chrétien d'Eté ordinaire, au bout de deux ou trois ans. Enfin quelque bien qu'il vienne, il ne peut jamais faire qu'un petit Arbre de peu de durée.

Pour remédier à cet inconvénient, l'Auteur que j'ai cité en premier lieu, conſeille de greffer le Portail ſur des Poiriers de Valée qui ayent été auparavant greffés ſur du Coignaſſier; mais ſi l'on fait attention que le défaut de ces Arbres eſt d'être déja trop foibles, puiſqu'ils ont tant de peine à reprendre, puiſqu'ils pouſſent ſi lentement, ſi foiblement, & qu'ils ſe mettent à fruit, avant même que de ſortir de la pépiniére, on doutera, je crois, que ce ſoit le cas où les Greffes réïtérées

conviennent; au contraire, ce ſeroit bien le meilleur, ſi l'on pouvoit ſe diſpenſer entiérement de greffer ces ſortes d'Arbres. Auſſi avons-nous vû aux Chartreux, où les expériences ont été faites pluſieurs fois, qu'ayant greffé des Merveilles d'hyver ſur la Cadette qui avoit auparavant été greffée ſur Coignaſſier, quoique la Cadette ſoit une eſpece de Poirier qui pouſſe très-vigoureuſement, les Greffes ont eu beaucoup de peine à reprendre, & que celles qui ont repris ont eu un plus mauvais ſuccès que celles que nous avions greffé ſur des Coignaſſiers bien vigoureux : car quand on veut les greffer ſur Coignaſſiers, il faut toûjours choiſir pour cela, ceux qui ont le mieux pouſſé, & c'eſt en quoi conſiſtoit tout le ſecret du Jardinier Solitaire. Mais pourquoi chercher tant de façon? puiſque le défaut de ces Arbres eſt de pouſſer trop foiblement, il ne faut les greffer que le moins qu'il eſt poſſible, & tendre à l'analogie la plus parfaite, ainſi il faut les greffer ſur le Poirier Sauvageon : auſſi ai-je de ces eſpeces de Poires greffées ſur Sauvageon, qui ne font que des Arbres de médiocre grandeur, & qui donnent beaucoup de fruit.

Je ferai encore obſerver qu'on n'a de peine à mettre tous les Arbres à fruit, que quand on ne les laiſſe pas dans leur grandeur naturelle, car les pleins-vents ne manquent point d'en porter en abondance, quand une fois ils ſont parvenus au plus fort de leur crûë, ainſi ce que je viens de dire, ne regarde que les buiſſons & les eſpaliers. Il ſeroit auſſi inutile d'affoiblir les Arbres qui produiſent des fruits à noyau, puiſqu'ils ſe mettent ordinairement aſſés à fruit.

Mais regardant comme deux principes certains, que tant qu'un Poirier ou un Pommier pouſſera avec beaucoup de force, il ne donnera guéres de fruit, & que le nœud de la Greffe, & encore plus, le manque d'analogie diminüent la vigueur des Arbres, on pourra ſur ce plan tenter différents moyens de réduire ceux qui ſont trop vigoureux, obſervant toûjours d'agir avec ménagement, car la Nature ne ſe prête ordinairement aux efforts de l'Art que juſqu'à un certain point, au de-là duquel elle ne peut être forcée.

J'ai souvent remarqué qu'il y avoit dans le même terroir, ou dans une même pépiniére, des Arbres qui se mettoient beaucoup plûtôt à fruit que les autres, quoiqu'ils fussent de même espece, & pareillement greffés sur Sauvageon. J'avois toûjours soupçonné que cette différence tiroit son origine de quelques circonstances de l'application des Greffes : aussi un Religieux très-expérimenté dans le Jardinage, par le soin qu'il prend, aux Chartreux, de leur Jardin, m'a-t-il assûré qu'il avoit plusieurs fois remarqué, que les Greffes en fente se mettoient plûtôt à fruit, quand, par hazard, les écorces intérieures de la Greffe & du Sujet ne répondoient pas bien exactement l'une à l'autre. Il est aisé de juger que ce défaut dans l'application de la Greffe qui forme un obstacle au cours de la séve, doit produire un effet pareil au manque d'analogie.

Pour que les moyens que je viens de proposer, soient de quelque utilité, il faut qu'en même temps qu'ils avancent la fécondité des Arbres, ils n'altérent ni la bonté, ni la beauté de leur fruit, mais heureusement bien loin qu'on puisse les soupçonner de produire de tels dommages, j'espére prouver qu'ils contribuënt à les perfectionner.

Quelques Auteurs même ont proposé de greffer sur les Sauvageons ou les Coignassiers, des fruits doux, sucrés, & de bonne qualité, dans l'intention de greffer sur la pousse de ceux-ci d'autres fruits, soit pour corriger la mauvaise qualité de quelques-uns, ou améliorer les autres.

D'ailleurs tout le monde convient que les fruits s'affranchissent de plus en plus par la Greffe, c'est-à-dire, qu'ils perdent beaucoup de cette acreté, & de cette aigreur qui font le caractére des fruits sauvages.

Dans le Mémoire où j'ai tenté de découvrir la cause Physique de cette perfection, j'ai crû devoir la chercher dans le developpement de ce nœud, que tout le monde connoît, à l'endroit de l'application de la Greffe, & en attribuer la cause à un changement de direction dans les fibres, & un entortillement de vaisseaux qui se rencontrent toûjours à l'endroit de l'application de la Greffe, ce qui fait une organisation

nouvelle, que je considére comme un espece de ganglion, ou une sorte de glande, dont l'action étant jointe à l'altération que la séve doit souffrir en passant d'un espece d'Arbre à un autre, & peut-être encore au mêlange des séves, me paroît bien capable de produire les changements dont nous venons de parler. Maintenant donc si la séve reçoit quelque altération avantageuse dans cette espece de nœud, n'est-il pas naturel de croire qu'à mesure qu'on multipliera ce viscere nouveau, par des Greffes réïtérées, la séve se trouvera toûjours de plus en plus atténuée & perfectionnée, ce qui doit contribuer à l'amélioration des fruits. Mais si nous faisons attention que ce nœud ou cette glande, est d'autant plus considérable qu'il y a moins d'analogie entre la Greffe & le sujet, on concevra aisément que la séve peut encore en être plus atténuée & perfectionnée par l'interposition du Coignassier, ou d'un autre Arbre, entre le Sauvageon & le Franc : je ne sçai même si on ne pourroit pas se flatter de procurer ainsi aux fruits cette belle couleur qui distingue le Bon-chrétien & les autres Poires qui sont venuës d'Arbres greffés sur Coignassier, puisque la séve du Sauvageon ne peut être portée au Franc que par l'entremise du Coignassier.

Maintenant pour présenter sous un coup d'œil tout ce qui est contenu dans ce Mémoire, je dis donc que planter en avenuës des Arbres qui n'ont point été greffés, ou, si l'on est obligé de greffer ces sortes d'Arbres, tendre le plus qu'il est possible à l'analogie la plus parfaite, c'est se mettre en état d'avoir des Arbres fort vigoureux & de longue durée.

Affoiblir au contraire les Poiriers ou les Pommiers greffés sur Sauvageon par des greffes réïtérées, ou par l'interposition de quelque espece moins analogue au Poirier, ou simplement en évitant l'analogie trop parfaite entre la Greffe & le sujet, ce sont des pratiques par lesquelles on peut réduire les Arbres trop vigoureux, & les déterminer à porter plûtôt du fruit.

Enfin ne pourroit-on pas se proposer d'affranchir ainsi plus promptement les fruits, ou en multipliant ce nœud,

& occasionnant ce mêlange de séve qui probablement peut produire l'affranchissement, ou du moins en essayant de le rendre plus compacte, plus serré, & par conséquent plus efficace.

Mais je le repete, la précipitation est à craindre, & il ne faut faire usage de ces moyens qu'avec ménagement, & autant qu'on en aura besoin, c'est pourquoi j'ai dressé à la fin de ce Mémoire, une Table des meilleures especes de Poires dans laquelle j'ai rangé sous une colomne les Poiriers qui se mettent aisément à fruit, & sous une autre, ceux qui s'y mettent encore plus aisément, & enfin ceux qui ne s'y mettent que difficilement.

Au reste, je conseille encore de ne pas entreprendre de réduire entiérement les Arbres, dans le temps de la Greffe, par les moyens que je viens de proposer, mais d'attendre à achever cet ouvrage dans le temps de la Taille qui nous en fournit aussi de bien efficaces pour parvenir à cette fin; mais ils sont trop étrangers à la matiére de ce Mémoire, & avec cela d'une trop longue discussion, pour n'en pas faire le sujet d'une autre Dissertation.

Il est bon, en finissant ce Mémoire, de dire un mot d'un moyen qu'un Auteur propose pour avoir de beaux Pommiers en plein-vent, parce que son sécret consistant à réïtérer plusieurs Greffes les unes sur les autres, & cela pour augmenter la vigueur de ses Arbres, on peut dire qu'il conclut directement contre moi. Mais pour peu qu'on soit au fait des pépiniéres, on voit que cet Auteur n'a pratiqué le sécret qu'il conseille, que tout au plus sur de jeunes Arbres qu'il élevoit pour vendre, & dont il ne s'embarrassoit pas de la réüssite : car il veut qu'on greffe des Pommes tendres sur des Sauvageons, par exemple, les Pommiers de Sureau, de Fichet, ou de Doucin, & qu'après avoir formé la tige avec ces especes, on écussonne dessus les Pommes qu'on voudra avoir. Voici les inconvénients principaux qui résulteront de cette pratique. On sçait, premiérement, que la plûpart des Pommes ne se collent pas aussi parfaitement sur ces sortes de Pommiers

que ſur les Sauvageons, ainſi les Greffes ſeront plus ſujettes à s'éclater. Secondement, le tronc même eſt toûjours caſſant, & n'eſt pas aſſés fort pour ſupporter une groſſe tête qui préſente une grande ſurface au vent. Troiſiémement, ces ſortes d'Arbres s'épuiſent toûjours à pouſſer des bourgeons dans toute leur longueur, de ſorte que le moindre coup de ſerpette, ou un coup de bâton, quelquefois même quand ils ſont jeunes, les impreſſions de la grêle, ou les gerces que les grands Vents font à leur écorce; tous ces accidents ſuffiſent pour leur faire pouſſer une telle quantité de rejets dans la longueur de leur tige, qu'un Jardinier ſoigneux ſuffiroit à peine pour remédier à ce défaut. Quatriémement, on ſçait que les Pommiers greffés ſur ces ſortes de ſujets ne font que de foibles plein-vents, en comparaiſon de ceux qu'on greffe ſur Sauvageon; ainſi il y a tout lieu de douter de ce qu'avance cet Auteur, & il eſt probable que s'il en a fait l'expérience, ce n'a été que ſur de jeunes Arbres, ſans s'embarraſſer beaucoup de leur réüſſite.

POIRIERS qui ſe mettent difficilement à fruit.

Bon-chrétien d'Hiver.
Le Rouſſelet d'Eté.
La Cuiſſe-Madame.
L'Epargne *ou* le Beau-préſent.
La Sans-peau.
La Caſſolette.
La Robine *ou* Royale d'Eté.
Le Bon-chrétien d'Eté gratioli.
L'Orange rouge muſquée.
La Paſtorale.
La Virgouleuſe.
Le Colmar.
Le Beſy de Chaumontel.
La Bergamotte Suiſſe.
La Bergamotte d'Automne.
La Marquiſe.
Le Rouſſelet de Reims.

POIRIERS qui ſe mettent plus aiſément à fruit.

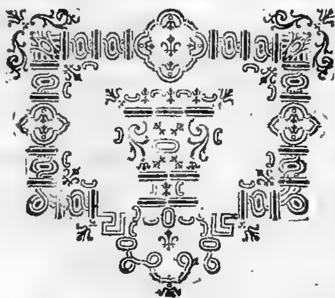
Le Petit-Muſcat.
L'Auratte.
La Magdelaine.
La Blanquette.
L'Archiduc d'Eté.
La Poire-à-la-Reine *ou* Muſcat-Robert.
La Belliſſime *ou* Suprême.
La Chaire-à-Dame.
La Bergamotte d'Eté *ou* de Milan.
La Fondante de Breſt *ou* l'Inconnuë-Cheſneau.
L'Eau-Roſe.
Le Salviati.
L'Orange tulipée.

La Verte

La Verte-longue *ou* Moüille-bouche.
L'Epine d'Eté.
Le Beuré d'Angleterre.
Le Beuré-rouge d'Anjou.
Le Beuré gris.
La Bellissime d'Automne *ou* Vermillon.
Le Messire-Jean doré.
Le Messire-Jean gris.
Le Doyenné *ou* Saint-Michel.
La Verte-longue panachée.
La Dauphine *ou* Franchipane.
Le Satin.
L'Epine d'Hiver.
L'Ambrette.
La Bergamotte-Craſſanne *ou* Creſſanne.
Le Sucré vert.
Le Muſcat-Lalman.
Le Beſy de la Motte.
La Jalouſie.
La Lanſac *ou* Dauphine.
La Royale d'Hiver.
Le Martin-ſec de Provins.
Le Beſy de Chaſſery.
La Bergamotte de Pâques, d'Hiver.
La Bergamotte de Hollande.
Le Saint-Germain.

POIRIERS qui ſe mettent encore plus aiſément à fruit.

L'Angleterre.
Le Bon-chrétien d'Eté muſqué.
La Rouſſeline.
La Merveille d'Hiver *ou* le Petit-Oin.
Le Portail.



METHODE ANALYTIQUE

De tracer les Lignes correſpondantes ou des Minutes aux grandes Méridiennes.

Par M. PITOT.

19 Decemb. 1731.

UNE grande Méridienne tracée avec tous les ſoins & toute l'exactitude d'un habile Aſtronome, eſt le plus grand de tous les Inſtruments aſtronomiques pour connoître non ſeulement le temps vrai, mais même toutes les variétés du mouvement du Soleil. On ſçait les grands avantages que l'Aſtronomie a retiré de la Méridienne de S.t Pétrone de Boulogne tracée par feu l'illuſtre M. Caſſini.

Pour rendre l'uſage des Méridiennes plus étendu & plus commode, il eſt bon de tracer aux côtés de la Ligne méridienne pluſieurs lignes auxquelles l'image du Soleil étant parvenuë, marque exactement les Minutes avant & après midi; ces lignes étant tracées exactement, donneront l'heure en temps vrai auſſi exactement que la Ligne méridienne même.

Il arrive aſſés ſouvent qu'on manque le moment du paſſage de l'image du Soleil par la Méridienne, ſoit par quelques nuages, ou pour n'être pas arrivé aſſés à temps pour prendre le vrai Midi.

Quoique la Gnomonique fourniſſe des regles pour tracer ces lignes des Minutes, que nous appellons *lignes correſpondantes*, nous oſons cependant employer à leurs déterminations une Méthode nouvelle & analytique. Nous eſpérons d'appliquer la même Méthode à la réſolution de preſque toutes les queſtions de la Gnomonique, ce petit exemple ſuffit pour faire voir l'eſprit de la Méthode. Les voyes les plus ſimples ſont les plus avantageuſes, ſurtout pour les opérations délicates, ou qui demandent une grande exactitude.

Figure 1. Soit *BCOP* le Méridien, *OO* l'horiſon, *B* & *P* les Poles

du Monde, C le Zénit, A le lieu du Soleil : on a... triangle ſphérique ABC, dont le côté BC ſera le complément de la hauteur du pole, AB ou AP le complément de la déclinaiſon du Soleil, AC le complément de ſa hauteur ſur l'horiſon, ABC l'angle horaire, & ACB l'angle azimutal.

L'arc CD perpendiculaire ſur le côté AB diviſe le triangle obliquangle ABC en deux triangles rectangles.

Si l'on fait un angle rectiligne égal à un angle ſphérique ; il eſt évident que le ſinus, la tangente & la ſécante de cet angle rectiligne ſeront les mêmes que pour l'angle ſphérique.

Je fais l'angle ACB égal à l'angle de l'azimut du Soleil, que je diviſe en deux, BCD, DCA, pour repréſenter les deux parties de l'angle azimutal diviſé par l'arc CD perpendiculaire ſur la baſe AB. Fig. 2, 3, & 4. Fig. 1.

Je nomme (z) le ſinus AM de l'angle azimutal, (e) le ſinus CM de ſon complément, (f) la tangente OE du complément de l'angle BCD, & (a) le ſinus total. La ſécante CE ſera $\sqrt{aa+ff}$, & les triangles ſemblables COE, CDL, donneront $CE\sqrt{aa+ff} \,.\, CO\,(a) :: CO\,(a) \,.\, LD\,\frac{aa}{\sqrt{aa+ff}}$

& $CE\sqrt{aa+ff} \,.\, OE\,(f) :: CD\,(a)\; CL\,\frac{af}{\sqrt{aa+ff}}$.

Les triangles ſemblables CMQ, CLD, donnent CL, $\frac{af}{\sqrt{aa+ff}} \,.\, LD$, $\frac{aa}{\sqrt{aa+ff}}$, ou $f \,.\, a :: CM\,(e) \,.\, MQ$, $\frac{ae}{f}$.

Donc $AQ = z \pm \frac{ae}{f}$.

Mais les triangles rectangles COE, QAG, ayant les angles AQG, OCE, égaux à cauſe des paralleles AQ, CO, ſont ſemblables ; ce qui donne,

$$CE,\ \sqrt{aa+ff} \,.\, OE,\ f :: AQ,\ \frac{zf \pm ae}{f} \,.\, AG\ \frac{zf \pm ae}{\sqrt{aa+ff}}.$$

$$\text{Donc } CG = \sqrt{\overline{CA}^2 - \overline{AG}^2} = \frac{\sqrt{a^4 + aaff - zzff \mp 2aezf - aaee}}{\sqrt{aa+ff}}.$$

Reprenons nôtre triangle ſphérique de la premiére Figure,

le ſinus de l'angle azimutal étant exprimé par l'indéterminée z, celui de ſon complément par e ou $\sqrt{aa - zz}$, le ſinus DL de l'angle BCD ſera $\frac{aa}{\sqrt{aa+ss}}$, CL celui de ſon complément $\frac{as}{\sqrt{aa+ss}}$. La tangente du complément du même angle étant marquée par l'indéterminée s, le ſinus de l'angle ACD ſera $\frac{zs \pm ae}{\sqrt{aa+ss}}$, ſçavoir $\frac{zs + ae}{\sqrt{aa+ss}}$ lorſque l'angle azimutal eſt obtus, que nous prenons pour le premier cas, & $\frac{zs - ae}{\sqrt{aa+ss}}$ lorſque ce même angle eſt aigu ou dans le ſecond cas. Quoique le ſecond cas ne ſoit preſque point d'uſage pour l'objet que je me propoſe, je ne laiſſe pas que de le renfermer pour rendre nôtre ſolution plus générale. Enfin le ſinus du complément du même angle pour les deux cas ſera

$$\frac{\sqrt{a^4 + aass - zzss \pm 2aezs - aaee}}{\sqrt{aa+ss}}.$$

Fig. 1. Je marque encore le ſinus du complément du côté BC, qui eſt le ſinus de la hauteur du Pole, par l'indéterminée (c), la tangente du même arc ou de la hauteur du Pole par (g), & la tangente de l'angle CBA, ou de l'angle horaire par (t). Cela poſé, dans le triangle ſphérique ABC, regardant les angles ABC, ACB, & le côté CB, comme connus, on trouvera, ſuivant la Théorie des triangles ſphériques, la tangente du complément du côté AC, ou la tangente de la hauteur du Soleil, par les deux analogies ſuivantes.

Première analogie.

Comme le ſinus total (a),
au ſinus du complément du côté BC (c);
ainſi la tangente de l'angle ABC (t)
à la tangente du complément de l'angle BCD (s);

Donc $\frac{ct}{a} = s$.

Seconde analogie.

Comme le ſinus, complément de l'angle $BCD = \frac{af}{\sqrt{aa+ff}}$

eſt au ſinus, complément de l'angle ACD, qui eſt

$$\frac{\sqrt{a^4+aaff-zzff\pm 2aezf-aaee}}{\sqrt{aa+ff}}.$$

Ainſi la tangente du complément du côté BC (g) à la tangente du complément du côté AC, ou de la hauteur du Soleil; laquelle tangente ſera

$$\frac{g}{af}\sqrt{a^4+aaff-zzff\pm 2aezf-aaee}.$$

Si nous prenons maintenant CB pour la hauteur verticale du Gnomon de la Méridienne, ou de l'ouverture par où paſſe l'image du Soleil, pour que ſes rayons viennent ſe peindre à un point M du plan horiſontal AA, ſur lequel on a tracé une Méridienne. Pour exprimer la diſtance CM, ayant nommé la hauteur CB (h), & CM (u). On dira, Fig. 5.

Comme la tangente de la hauteur du Soleil, qui eſt

$$\frac{g}{af}\sqrt{a^4+aaff-zzff\pm 2aezf-aaee}$$

eſt au ſinus total (a).

Ainſi la hauteur CB (h),

à la diſtance CM (u). Donc $CM = u =$

$$= \frac{aahf}{g\sqrt{a^4+aaff-zzff\pm 2aezf-aaee}}.$$

Soit la Méridienne TV, tracée ſur l'horiſon $ATAV$, il eſt clair que SCM marquera le plan du cercle vertical, ou de l'azimut du Soleil, & que la ligne horaire correſpondante doit paſſer par le point M de la projection des rayons du Soleil : ſi de ce point M, nous tirons une perpendiculaire MP à la Méridienne, & ſi nous nommons CP (x), PM (y). Nous aurons les deux proportions ſuivantes, en prenant dans le triangle rectangle CPM, l'hypothénuſe pour le ſinus total. Fig. 6.

Comme le ſinus total (a)

eſt au ſinus de l'angle C, ou de l'azimut du Soleil (z).

Ainſi $CM\,(u)$

eſt à $PM\,(y)$. Donc $\frac{zu}{a} = y$, ou bien

$$\frac{ahſz}{g\sqrt{a^4 + aaſſ - zzſſ \pm 2aezſ - aaee}} = y, \text{ \&}$$

comme le ſinus total (a),

eſt au ſinus du complément de l'angle azimutal (e).

Ainſi $CM\,(u)$ eſt à $CP\,(x)$.

Donc $\frac{eu}{a} = x$, ou bien $\frac{ahſe}{g\sqrt{a^4 + aaſſ - zzſſ \pm 2aezſ - aaee}} = x$.

Il faut maintenant, dans les deux Equations précédentes, ou dans les valeurs de y & de x, ſubſtituer pour (e), ſa valeur $\sqrt{aa - zz}$, pour $(ſ)$ ſa valeur $\frac{ct}{a}$, & faire enſuite évanoüir l'indéterminée (z), pour avoir une Equation, laquelle ne renfermera plus le ſinus de l'azimut du Soleil.

Comme les deux premiers membres de ces Equations ont un même dénominateur; on aura, en diviſant la premiére par la ſeconde, $\frac{z}{e} = \frac{y}{x}$, ce qu'on auroit pû voir d'ailleurs.

Fig. 6. Car $CP\,(x)$, $PM\,(y)$ :: e ſinus complément de l'angle azimutal eſt à z ſinus du même angle, & mettant pour e ſa valeur $\sqrt{aa - zz}$, on aura $\frac{z}{\sqrt{aa - zz}} = \frac{y}{x}$, & $\frac{zz}{aa - zz} = \frac{yy}{xx}$. D'où l'on tire $zz = \frac{aayy}{xx + yy}$ & $z = \frac{ay}{\sqrt{xx + yy}}$.

Enfin ſubſtituant dans l'une ou dans l'autre des deux Equations précédentes, les valeurs de z, de e, & de $ſ$, on aura après les réductions & extractions de racines, l'Equation ſuivante $ahct = aagy \pm gctx$, ou $\frac{hct}{ag} \pm \frac{ctx}{aa} = y$, pour les deux cas; ſçavoir, $\frac{hct}{ag} + \frac{ctx}{aa} = y$, pour le cas

Fig. 1. que l'angle ACB eſt obtus, ou que le Soleil eſt dans la partie méridionale du Ciel, & $\frac{hct}{ag} - \frac{ctx}{aa} = y$, pour le cas que le même angle eſt aigu, ou que le Soleil eſt dans la partie ſeptentrionale.

Cette Equation étant linéaire, feroit connoître, si on ne le sçavoit d'ailleurs, que les lignes horaires correspondantes sont des lignes droites.

Comme l'expression de la distance du Soleil au Pole ou de sa déclinaison n'entre point dans l'Equation ou dans la Formule, elle est générale pour toutes les déclinaisons du Soleil ou tous les temps de l'année : & de plus toutes les expressions étant indéterminées, horsmis le sinus total, elle convient généralement à toutes les hauteurs du Pole, à toutes les heures du jour & les hauteurs des Gnomons des Méridiennes. Ainsi en donnant à *CP (x)* une valeur à volonté, il sera très-aisé de trouver la valeur de *PM*, & par conséquent le point par où passe la ligne correspondante *QM* pour la minute ou l'heure devant ou après midi.

Ayant ainsi trouvé deux valeurs de *PM* à une distance raisonnable l'une de l'autre, on tirera une ligne droite d'un point *M* à l'autre, & cette ligne sera la correspondante à la Méridienne pour l'heure ou la minute donnée, le passage du centre de l'image du Soleil sur cette ligne donnera l'heure en temps vrai aussi précisément que par la Méridienne même.

Il est important de connoître exactement la hauteur *(h)* du Gnomon. On supposera cette hauteur de 1000, ou de 100000 parties pour pouvoir, si l'on veut, négliger les fractions, après quoi ayant pris *CP (x)* d'un certain nombre de ces parties, on calculera la valeur de *PM (y)* très-aisément, surtout si l'on se sert des logarithmes, comme l'on voit par l'Exemple suivant.

EXEMPLE.

Trouver le point M *de la ligne correspondante d'une minute devant ou après midi, la valeur de* CP (x) *étant prise égale à la hauteur* h *du Gnomon, que nous supposons de 100000 parties à la hauteur du Pole de Paris de 48 degrés 51 minutes.*

Nous aurons, en nous servant des logarithmes, $h = x$ = logarith. de 100000 qui est 500000.

$c =$ ſinus logarith. hauteur du Pole......... 9.87679.
$g =$ tangente, hauteur du Pole............. 10.05854.
$t =$ tangente de l'arc horaire d'une minute de temps & 15 minutes de degrés....... 7.63982.
Enfin le ſinus total (a).................... 10.00000.

$h =$ 5.00000.	$x =$ 5.00000.	$a =$ 10.00000.
$c =$ 9.87679.	$c =$ 9.87679.	
$t =$ 7.63982.	$t =$ 7.63982.	$g =$ 10.05854.
$hct =$ 22.51661.	$xct =$ 22.51661.	$ag =$ 20.00854.

Retranchant la valeur de ag de celle de hct, & celle de aa qui eſt 20.00000, le premier reſte ſera 245807 pour le logarithme de $\frac{hct}{ag}$. & le ſecond, qui eſt 251661, ſera le logarith. de $\frac{ctx}{aa}$. Ces deux logarithmes donnent les deux nombres 287 & 329, dont la ſomme $616 = \frac{hct}{ag} + \frac{ctx}{aa} = y = PM$.

Ainſi la hauteur du Gnomon étant de 1000 pouces; comme à la fameuſe Méridienne de S.t Pétrone de Boulogne la Ligne correſpondante ou horaire d'une minute paſſe à 6 pouces 2 lign. $\frac{1}{25}$ du point de la Méridienne, dont la diſtance eſt égale à la hauteur du Gnomon, relativement à celle du Pole de Boulogne de 40 degrés 30 minutes.

On voit clairement par nôtre Exemple, la méthode de trouver les Lignes correſpondantes de toutes les minutes & même des heures devant & après midi, par nôtre premiére Formule, laquelle ſervira, comme nous avons dit, depuis le Méridien juſqu'au premier vertical, tant dans la partie orientale que dans la partie occidentale du Ciel. Mais paſſé le premier vertical, il faudroit ſe ſervir de la ſeconde Formule.

Si dans nos deux Formules l'on fait $x = 0$, on aura $\frac{hct}{ag} = y$ & la valeur de (y) qu'on trouvera dans ce cas, ſera la diſtance à laquelle la ligne correſpondante paſſera du pied de

de la verticale du Gnomon, en ſorte qu'on aura un point de cette ligne par un calcul encore plus ſimple.

Si pour avoir le point où toutes les lignes correſpondantes coupent la Méridienne, l'on fait $y = o$, ou $\frac{hct}{ag} \pm \frac{ctx}{aa} = o$; on aura $\frac{ah}{g} = \mp x$; c'eſt-à-dire, que pour avoir le point Q, centre de réünion de toutes les lignes correſpondantes, il faut prendre dans le premier cas $CQ = - \frac{ah}{g}$ du côté des x négatifs, & dans le ſecond cas $CQ = + \frac{ah}{g}$ du côté des x poſitifs; ce qui montre que dans le premier cas, le Soleil étant du côté du Sud, les lignes horaires doivent aller du côté du Nord; & dans le ſecond cas, le Soleil étant du côté du Nord, les lignes horaires doivent aller du côté du Sud. On fera donc pour avoir la valeur de $CQ . g . a :: h . x$. Et en effet, il eſt aiſé de voir par les principes de la Gnomonique, que pour avoir le centre des lignes horaires, il faut faire cette analogie.

Comme la tangente de la hauteur du Pole
eſt au ſinus total.
Ainſi la hauteur du ſtile
ſera à la diſtance du pied du ſtile au centre du Cadran.

Nôtre Formule $\frac{hct}{ay} + \frac{ctx}{aa} = y$, donne $\frac{aay}{ct} - \frac{ah}{g} = \pm x$. Si dans ces Equations, l'on fait (c) & (g) égaux à zero, c'eſt-à-dire, ſi la hauteur du Pole eſt nulle, on aura $y = \frac{ht}{a}$, & $\pm x = \frac{aay}{o} - \frac{ah}{o} = \infty$, ce qui montre que dans la Sphére droite, ou ſous l'Equateur, ou dans la Sphére oblique ſur un plan parallele à l'axe du Monde CP, (x) étant infinie, les lignes horaires ſont paralleles à la Méridienne, & que la diſtance PM (y) de la Méridienne à la ligne horaire eſt égale à la quatriéme proportionnelle, au ſinus total, à la tangente de l'angle horaire, & à la hauteur du Gnomon.

Lorſque $C = a$, ou que la hauteur du Pole eſt de 90 degr.

ſa tangente *(g)* ſera infinie, & l'on aura $y = \pm \frac{tx}{a}$, & $x = \pm \frac{ay}{t}$, ce qui montre que dans la Sphére parallele, ou ſous les Poles du Monde, ou dans la Sphére oblique ſur un plan parallele à l'Equateur, la perpendiculaire *PM (y)* eſt égale à la quatriéme proportionnelle, au ſinus total, à la tangente de l'angle horaire, & à la diſtance *CP (x)*, &c. Ce qu'on peut connoître d'ailleurs par les principes de la Sphére.

Je ne ſuis entré dans ces derniers détails, que pour faire voir que les Formules algébriques renferment tous les cas poſſibles, & qu'on peut employer utilement nôtre Méthode pour avoir des Solutions générales d'un grand nombre de Queſtions Aſtronomiques.



Fig. 2.

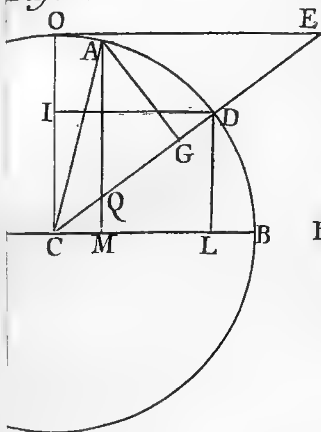


Fig. 3.

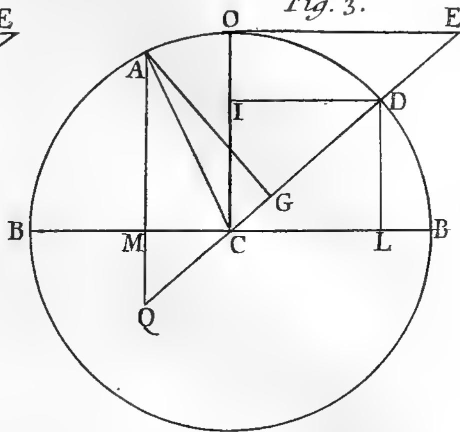


Fig. 5.

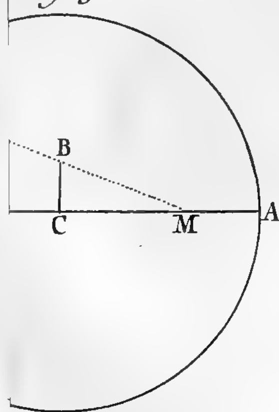
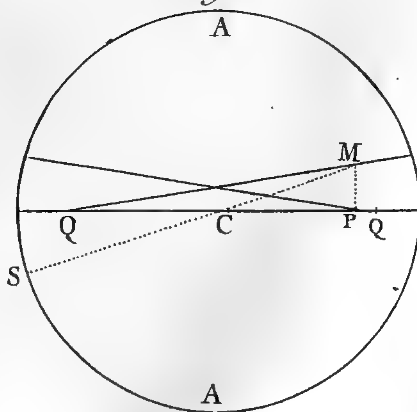


Fig. 6.



Ph. Simonneau Sculp.

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 6.

Ph. Simonneau Sculp.

OBSERVATIONS DE QUELQUES AURORES BORE'ALES

Qui ont paru cet Automne 1731. à Breüillepont en Normandie, Diocese d'Evreux.

Par M. DE MAIRAN.

DEPUIS le 26 Septembre jusqu'au 28 Octobre inclusivement, l'Aurore Boréale a paru 15 fois bien marquée, sans compter quelques apparitions équivoques. Du 26 Septembre au 8 Octobre, c'est-à-dire, dans l'intervalle de 13 jours, elle s'est montrée 11 fois, n'y ayant eu que le 1.er & le 6 Octobre où il n'ait rien paru. Le plus long intervalle qui s'y trouve ensuite a été de 14 jours, sçavoir, depuis le 8 jusqu'au 23. 7 Décembre 1731.

Cinq à six de ces Aurores Boréales ont été grandes, accompagnées de phénoménes singuliers, & du nombre de celles qu'on apperçoit en même temps en des lieux très-éloignés, & presque dans toute l'Europe. Six à sept ont été foibles & *tranquilles*, c'est-à-dire, sans mouvement apparent, sans éclairs, & sans jets de lumiére. Quelques autres ont tenu un milieu entre celles-ci, & les grandes. Il s'en trouve qui ont paru avec le clair de la Lune, plusieurs avec des nuages, & un temps couvert, & quelques-unes enfin avec la pluie même.

Depuis le 15 Septembre que j'ai été à la Campagne, dans la situation la plus commode pour observer ce Phénomene, je n'ai commencé à le voir paroître que le 26 du même mois : je l'apperçûs vers les 8 heures du soir. Il consistoit en une bande de lumiére courbée en arc, qui bordoit un segment obscur & fumeux, l'un & l'autre fort bas,

faisant en tout une portion apparente d'un cercle coupé par l'horison, ou par une corde de 73 ou 74 degrés; comme je le vérifiai avec un Instrument que j'avois apporté exprès pour cet usage. La hauteur du milieu du segment obscur n'étoit guére que de 8 degrés, & celle de l'Arc lumineux de 10 à 11, ce qui lui donne un limbe de 2 ou 3 degrés de largeur. Je n'en ai guére vû de mieux terminé que l'étoit celui-ci. Le Phénomene demeura à peu-près dans cet état, jusques vers les 9 heur. où il commença d'augmenter considérablement de force & d'étenduë. Alors arrivérent les jets de lumiére, dont quelques-uns étoient colorés de rouge & de jaune. Les plus élevés n'alloient pas au de-là de 40 ou 45 degrés au dessus de l'horison. Mais à mesure que toute la masse du Phénomene augmentoit, ses parties en devenoient moins terminées; il se faisoit des bréches au bord du segment obscur, aux endroits d'où partoient les rayons, & son intérieur se perçoit, & s'entrecoupoit d'une lumiére blancheâtre, tirant sur le citrin, qui gagna enfin toute son étenduë; de sorte que vers les $9^h \frac{1}{2}$, il en résultoit un arc, ou plûtôt un segment de cercle, éclairé dans toutes ses parties, mais toûjours d'une lumiére plus forte auprès de l'horison, que près de l'Arc. Dans cet état, cette Aurole Boréale me parut tout-à-fait semblable à celle qui arriva à pareil jour du même mois, en 1726, & dont on trouve la description & la figure dans les Mémoires de cette même année. L'Arc lumineux, ou éclairé, jusqu'à l'augmentation dont je viens de parler, avoit été tout-à-fait Nord-Oüest, sa jambe orientale qui étoit à la droite du spectateur, se trouvant assés précisément au dessous de l'Etoile Polaire, & son milieu sous les deux Etoiles inférieures du quarré de la grande Ourse (β, γ). Mais en augmentant, il se jettoit en partie vers l'Est, de maniére qu'à $9^h \frac{1}{4}$, & au moment où l'Etoile du Bouvier étoit prête à se cacher sous l'horison, l'extrémité occidentale de l'Arc se trouvoit 5 à 6 degrés au de-là de cette Etoile, tandis que l'extrémité orientale tomboit à 2 ou 3 degrés à droite du vertical de l'Etoile de la Chevre; ce qui donne à cet Arc environ

65 degrés d'amplitude occidentale, & 47 d'amplitude orientale, & en tout 112 degrés. Je ne pûs prendre sa hauteur, parce qu'il n'étoit plus assés bien terminé pour cela.

Depuis $9^h\frac{1}{2}$, la lumiére alla toûjours en s'affoiblissant, jusques vers les $10^h\frac{1}{2}$, où on l'appercevoit à peine. Cependant je ne la vis point entiérement disparoître, & j'appris le lendemain que le Phénomene avoit repris une grande partie de son éclat après minuit.

Toute la journée avoit été fort belle, le Ciel fort serein, & le coucher du Soleil dégagé de tout nuage.

Le lendemain qui étoit le 27, l'Aurore Boréale commença à paroître vers les 10^h du soir. Elle fut en général, moins étenduë, moins brillante, & de moindre durée que la précédente; elle eut cependant des colomnes, & des jets de lumiére vers les $10^h\frac{3}{4}$; sa position étoit encore à peu-près pareille, se trouvant des $\frac{3}{4}$ vers l'Occident. Son jet de lumiére le plus élevé ne monta que peu au de-là de la pénultiéme de la queuë de l'Ourse, c'est-à-dire, à environ 20 degrés au dessus de l'horison.

Le 28, le 29 & le 30 Septembre n'ont eu que de petites Aurores Boréales foibles, & tranquilles, mais bien marquées, & d'une assés longue durée, ayant toutes commencé de paroître à 8^h ou $8^h\frac{1}{2}$ du soir, & n'ayant cessé que vers le minuit. Il faut en excepter celle du 28, qui disparut à $10^h\frac{3}{4}$, mais peut-être seulement, à cause d'une espece de broüillard qui s'éleva, & qui couvrit tout le Ciel. Le jour avoit été cependant fort beau & fort serein; mais le 29 & le 30 furent souvent couverts de nuages. Il y eut aussi presque toûjours à ces Aurores Boréales un nuage épais vers l'Occident, qui en cachoit une partie, en prenant successivement différentes figures. Leur position déclinoit encore, comme aux précédentes, d'environ le quart de leur amplitude vers le couchant.

Le 1.er Octobre, il n'y a rien eu. Le Nord, que j'ai souvent regardé, a été toûjours de la même couleur que le reste du Ciel, après le crépuscule.

Mais le 2.me nous a donné une des grandes Aurores Boréales que nous ayons encore vûës, & accompagnée des Phénomenes les plus remarquables. Elle ne commença à se montrer que vers les 10^{h} du soir, & par une très-petite clarté, qui bordoit l'horison au dessous du quarré de la grande Ourse, mais elle croissoit à vûë d'œil. Environ une demi-heure ou trois quarts d'heure après, l'Arc blancheâtre & lumineux, bordant le segment obscur, commençoit à paroître, haut de 7 à 8 degrés, sur une étenduë de 25 à 30. A 11^{h}, il étoit un peu plus grand dans toutes ses parties, & plus grand encore à 11$^{h}\frac{1}{4}$ & à 11$^{h}\frac{1}{2}$ où le Phénomene commença à darder des jets, & des rayons de lumiére vers les Etoiles de la grande Ourse, & du Dragon; jusqu'à ce moment l'Aurore Boréale avoit été tranquille. Mais dès ce moment aussi, les jets de lumiére, de même que son étenduë, ne firent qu'augmenter. Je n'en ai jamais vû aucune croître aussi réguliérement de tous côtés, & en toutes maniéres, que celle-ci, ni s'attirer plus d'attention par ces degrés successifs d'étenduë & de force, avec lesquels elle sembloit naître, & s'élever de dessous le Pole vers le Zénith. Ce changement & ce mouvement furent si continus, que je ne pûs déterminer, avec exactitude, la position de l'arc, ni du segment obscur. Leur amplitude me parut d'environ 120 ou 125 degrés, à 11$^{h}\frac{1}{2}$, avec un peu de déclinaison vers l'Occident. La hauteur du Limbe éclairé, à son milieu, pouvoit être de 20 à 25 degrés.

Outre le segment obscur & fumeux, ordinaire, il en paroissoit un autre intérieurement encore plus obscur, & c'est des bords de celui-ci que s'élevoient la plûpart des jets de lumiére, plus fréquents vers l'Orient, que vers l'Occident, & teints à leur extrémité d'un rouge couleur de feu.

Ici, je veux dire vers les 11$^{h}\frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{4}$, le Phénomene parut devenir stationaire, & peu de temps après diminuer d'amplitude, sans diminuer de hauteur, ni de clarté. A minuit $\frac{1}{4}$, il étoit rétréci d'une trentaine de degrés, & il n'occupoit qu'environ 90 degrés sur l'horison. Le double

ſegment obſcur ſe trouvoit confondu avec le premier & le plus grand, & les jets de lumiére partoient indifféremment de toutes ſes parties, quoique toûjours beaucoup plus vers l'Orient que vers l'Occident.

Mais à minuit & demi, tout le Phénomene reprenant de nouvelles forces, & augmentant avec plus de rapidité qu'il n'avoit fait juſqu'alors, nous fit voir en moins de 5 à 6 min. cet incendie preſque univerſel, qu'on remarqua dans la fameuſe Aurore Boréale du 19 Octobre 1726. Les jets de lumiére ſont redoublés, les vibrations, les éclairs, & les ondulations arrivent, l'Arc, ou la lumiére ſeptentrionale s'étend à plus de 150 degrés ſur l'horiſon, parvient au Zénith, & paſſe bien-tôt au de-là. Ses bords ſe trouvent, par ce moyen, vers le Midi, mais interrompus, mal terminés, & entrelacés de grands flocons de matiére blancheâtre. Je le vis paſſer ainſi ſucceſſivement par l'Etoile du Nord, par la Conſtellation de Caſſiopée, & juſqu'auprès des Etoiles de la tête du Bélier. Il laiſſoit donc le Zénith derriére lui, & il ſe portoit à 20 ou 25 degrés vers le Sud. La partie de l'hémiſphére, du côté du Nord, demeura toûjours plus marquée, par un mêlange de fumée & de lumiére de diverſes couleurs. C'eſt du Nord encore que paroiſſoient toûjours partir, & les jets de lumiére, & les ondulations. Le rouge dominoit vers l'Orient, le jaune, & la fumée vers l'Occident, & le blanc tirant ſur un verd-pâle céladon, étoit la couleur la plus généralement répanduë ſur le reſte du Ciel. On vit toûjours les Etoiles à travers la lumiére, les couleurs, & la fumée apparente. Une des différences des plus marquées que j'obſervai entre le Phénomene du 19me Octobre 1726, & celui que je décris préſentement, c'eſt que ce dernier paroiſſoit composé de plus grandes pieces de matiére lumineuſe ou éclairée.

Enfin après quelques diminutions, & quelques repriſes qui durérent juſqu'à environ 1^h $\frac{1}{4}$, il alla toûjours en s'affoibliſſant, de ſorte qu'à 2^h, ce n'étoit plus qu'une petite clarté du côté du Nord, fort baſſe, & fort ſemblable à celle qu'on y avoit apperçûë d'abord à 10^h.

La journée avoit été assés belle, à quelque vent près qui cessa vers les 11^h du soir.

Le 3 Octobre, l'Aurore Boréale paroissoit déja toute formée dès 6$^h \frac{3}{4}$ & quelques minutes, où j'en fus averti. C'étoit un sentier lumineux, bien circulaire, posé à peu-près sous l'Etoile Polaire, mais déclinant un peu vers l'Occident. Il étoit bas, mais fort étendu, ayant environ 110 ou 112 degrés d'amplitude, & seulement 9 à 10 degrés de hauteur. Le segment obscur étoit au dessous, & des jets de lumiére en rompoient de temps en temps les bords. Dans cette Aurore Boréale, qui ne céde guére à la précédente, en étenduë & en magnificence, je n'ai point remarqué cet accroissement régulier, & par degrés, qui la caractérisoit. Elle a été aussi en général plus paisible, plus stationaire, plus rassemblée, & mieux terminée dans toutes ses parties. Il y a eu cependant quelques moments de confusion, & d'un incendie qui paroissoit vouloir se répandre sur tout l'hémisphere visible du Ciel. Le plus fort a été vers les 10$^h \frac{1}{2}$. Elle a eû aussi ses vibrations de lumiére, & ses ondulations, mais elles ressembloient davantage à des éclairs, par l'inégalité des intervalles de temps qu'elles laissoient entr'elles. Le sentier, ou l'Arc lumineux, & le segment avoient fort changé de figure & de grandeur vers les 7$^h \frac{1}{4}$. A 7$^h \frac{1}{2}$, ils devinrent plus réguliers. L'amplitude de toute cette masse alloit à environ 145 ou 150 degrés, & paroissoit assés juste, d'une 5.me partie plus occidentale, qu'orientale. Un peu avant 8^h, il s'est détaché du total, un Arc lumineux, extérieur au précédent, & parallele à la partie du dedans, qui par-là en formoit un second. La lumiére de l'extérieur étoit un peu plus foible, & il passoit entre l'Etoile Polaire, & les sept Etoiles de la grande Ourse. L'Arc intérieur demeura seul quelques minutes après, & il fut toûjours le plus marqué de tous ceux qui parurent à différentes reprises, où il s'en forma quelques autres, tant intérieurement, qu'extérieurement à celui-ci. Le bord de son limbe passoit un peu au de-là de la queuë de l'Ourse, & pouvoit avoir 24 ou 26 degrés de hauteur, sur

ſur une amplitude de 120 ou 125 degrés. On diſtingua toûjours les Etoiles à travers la lumiére de l'Arc, ou des Arcs, & à travers la fumée apparente du ſegment, & ſur-tout la ſeconde Etoile (β) du Cocher, qui y étoit plongée du côté de l'Eſt, où l'épaiſſeur de cette fumée paroiſſoit très-grande.

Le degré de clarté que ce Phénomene, & celui du jour précédent, répandoient ſur la Terre, dans les moments où ils brilloient davantage, alloit juſqu'à me laiſſer reconnoître la main, ou le caractere de cinq à ſix Lettres que j'avois ſur moi, mais non pas juſqu'à me permettre de les lire ſans peine.

La lumiére & le ſegment diminuérent toûjours de force & d'étenduë, depuis $10^h \frac{1}{2}$, & l'on ne voyoit plus à minuit que cette impreſſion de clarté que l'Aurore Boréale laiſſe preſque toûjours vers le Nord, long-temps après qu'elle s'eſt montrée avec ſes phénomenes ordinaires.

Le 4 & le 5 Octobre n'ont fourni que des Aurores Boréales foibles & tranquilles, & le 6 en a été tout-à-fait exempt.

Mais le 7 & le 8 ont été marqués par deux des plus grandes, & des plus curieuſes, qui ayent encore paru.

Il ſeroit ſans doute ennuyeux pour la plûpart des Lecteurs, après les deſcriptions qu'on vient de voir, quoique fort abrégées d'après mes mémoires, d'en retrouver encore ici d'auſſi détaillées ſur ce qui me reſte à rapporter. Les Aurores Boréales ſont devenuës aujourd'hui ſi communes, qu'il n'y a guéres que ceux qui ont à travailler ſur ce ſujet, qui puiſſent ne ſe pas laſſer d'en voir rechercher ſi curieuſement toutes les circonſtances. Je me contenterai donc, à l'égard des premiers, de rapporter ce qu'il y a de plus ſingulier ou de plus eſſentiel ſur les Aurores Boréales ſuivantes, & j'avertirai ſeulement les ſeconds, que j'ai, à leur diſpoſition, un état de tout ce que j'obſerve ſur cette matiére, depuis cinq à ſix ans, avec des deſcriptions, & des figures, faites preſque toûjours ſur le champ, & ſur les lieux de l'Obſervation. Je ſuis moi-même dans le cas, & le beſoin fréquent que j'aurois de

quantité de particularités qui me manquent ſur les Aurores Boréales qui ont paru ailleurs, ou dans d'autres temps, me fait croire, que ce que j'en ai recüeilli de plus ſuperflu en apparence, & ſeulement pour mon uſage, pourroit bien un jour trouver ſon utilité.

Le coucher du Soleil du 7 Octobre fut accompagné de pluſieurs nuages qui le cachoient, & cependant je ne me ſouviens pas d'en avoir vû de ma vie un plus beau par la variété, la vivacité, & l'arrangement des couleurs qui lui ſuccéderent. Toute la journée avoit été aſſés couverte ; de plus, la Lune, qui avoit 7 jours, étoit ſur l'horiſon, & y devoit être, ſelon la Connoiſſance des Temps, juſqu'à 9^h $25'$. Malgré cela, l'Aurore Boréale parut avant $7^h \frac{1}{2}$, & ne diſcontinua point de toute la nuit. Son plus beau moment fut à $11^h \frac{1}{2}$, où la matiére fumeuſe éclairée & les flocons blancheâtres ſe répandirent par tout le Ciel viſible, excepté une trentaine de degrés en amplitude & en hauteur, vers le midi, préciſément comme à l'Aurore Boréale du 19 Octobre 1726; c'étoit auſſi à peu-près les mêmes jets de lumiére, les mêmes vibrations, & ſeulement moins promptes, & moins réglées; la magnificence des couleurs étoit pour le moins auſſi grande, le couleur de feu ſurtout y dominoit, & tapiſſa alternativement l'Eſt & l'Oüeſt. Les piéces du Phénomene & les flocons lumineux avoient plus d'étenduë, étoient moins entrecoupés, & en général, il n'y avoit pas tant de mouvement qu'en 1726. Il ſembla quelquefois que la Couronne alloit ſe former au Zénit, mais elle n'y fut jamais achevée, ni bien marquée. Il n'y eut qu'un moment vers le minuit, où l'on vit les trois quarts d'une ellipſe aſſés réguliére, d'environ 10 à 12 degrés d'ouverture à ſon grand diametre, & de 8 à 9 ſur le petit, ſon centre déclinant de 10 à 12 degrés vers le Sud-eſt; mais elle fut bientôt effacée ou confonduë avec le reſte des flocons de matiére éclairés. Depuis $12^h \frac{1}{2}$ la lumiére du Phénomene, & tous ces autres accidents diminüerent ſans ceſſer entiérement juſqu'au crépuſcule du matin.

Une choſe peut-être aſſés remarquable, c'eſt qu'il y eut

toûjours deux gros nuages aux côtés de la lumiére ſeptentrionale, qui me parurent quelquefois tenir de la matiére du Phénomene. Ils changerent beaucoup de figure, & de groſſeur, mais peu de lieu, & de conſiſtance. Ils y étoient à 7 heures & demi, c'eſt-à-dire, dès que l'on commença d'appercevoir l'Aurore Boréale, & ils y étoient encore à 3 heures du matin, tout le reſte du Ciel étant alors clair & ſerein. J'ai vû d'autres fois quelque choſe de pareil, mais jamais d'une maniére ſi marquée & ſi durable.

Ni les Arcs lumineux, ni le ſegment obſcur n'ont jamais été aſſés bien terminés, ou aſſés conſtants, pour en déterminer l'étenduë & la hauteur, & les deux gros nuages, dont je viens de parler, m'ont caché la plûpart du temps les deux extrémités de la lumiére & de la fumée ſur l'horiſon, à l'Eſt & à l'Oüeſt.

Imaginés l'Aurore Boréale précédente, avec un Ciel beaucoup plus couvert de nuages, un clair de Lune plus fort d'un jour, & un peu de pluie, qui tombe de temps à autre, & vous aurés une idée aſſés juſte de l'Aurore Boréale du 8me Octobre.

Le Soleil n'avoit paru que des inſtants dans la journée, il étoit tombé quelques gouttes de pluye à diverſes fois dans l'après midi, & pendant le coucher du Soleil, & toûjours par un vent Sud-eſt. La pluie fut aſſés forte à 11^h $\frac{1}{2}$ du ſoir, & pendant l'apparition du Phénomene, que l'on ne laiſſoit pas de diſtinguer encore par la lumiére du Nord. Avec des circonſtances ſi contraires, il y eut des moments favorables, & où l'Aurore Boréale parut dans toute ſa ſplendeur. L'Arc lumineux & le ſegment obſcur furent ſouvent bien marqués de 8 juſqu'à 10 heures, & je jugeai le bord du limbe de 25 ou 26 degrés de hauteur ſur l'horiſon.

Ce que la Lune éclairoit dans ces moments, ſur des nuages parſemés çà & là, on le diſtinguoit fort bien de ce qui étoit éclairé par le Phénomene. Mais il n'étoit pas toûjours auſſi aiſé de diſtinguer entre quelques-uns de ces nuages, ceux qui étoient réellement tels, & ceux qui n'en avoient que

l'apparence, & qui faisoient partie du Phénomene. Leur transparence par rapport aux Etoiles, quand le hazard les faisoit passer au dessous, étoit la seule marque de distinction qui ne fût pas équivoque.

De toutes les nuits qui ont suivi celle du 8me Octobre, il n'y en a point que je croie plus sûrement avoir été sans Aurore Boréale que celle du 22, c'est-à-dire, la veille du jour que l'Aurore Boréale reparut. Car on la vit le 23 à $7^h \frac{1}{2}$, & elle continua de se montrer jusques vers le minuit. Elle n'eut rien de grand, ni de singulier, son amplitude fut d'environ 100 degrés, & sa hauteur de 18 à 20. Elle jetta quelques rayons vers les $8^h \frac{1}{2}$. La journée avoit été froide, souvent obscurcie par des nuages, & avec beaucoup de vent Nord-est.

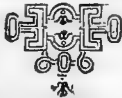
Le 24 fut encore plus couvert, & il y eut de la pluie à plusieurs reprises dans la journée, & surtout à la fin du crépuscule du soir, qui est le temps où l'Aurore Boréale commence ordinairement de paroître. Je remarquai dès $6^h \frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{4}$ que quantité de nuages qui faisoient un Ciel pommelé, étoient éclairés par leur partie opposée à la Terre, comme si la Lune avoit été derriére eux. J'étois assûré cependant que la Lune étoit couchée depuis long-temps, & je ne hésitai point à dire malgré l'obscurité qu'il y avoit vers le Nord, à cause du broüillard & de la pluie, que je voyois une grande disposition à l'Aurore Boréale, ou plûtôt l'Aurore Boréale elle-même, à qui il ne manquoit que des circonstances plus favorables pour se montrer. En effet, la pluie ayant cessé vers les $11^h \frac{1}{4}$, & le temps s'étant un peu éclairci, nous vîmes distinctement la Lumiére Septentrionale par une grande clarté Nord-oüest, le Nord étant toûjours fort chargé, & par quantité de flocons de matiére blancheâtre répandus par tout le Ciel, & à travers lesquels on voyoit paroître les Etoiles, lorsque le broüillard ou les vrais nuages ne s'y mêloient pas.

Le 25 la pluie ne commença que vers les 6 heures du soir, le temps ayant été assés beau, & fort doux dans la journée avec un peu de vent Sud-est. Vers les 9 heures

j'apperçûs la même apparence, & dans les mêmes circonstances que le jour précédent. A 10 heures la pluie ayant presque entiérement cessé, & le Ciel s'étant découvert en quelques endroits, la Lumiére Septentrionale parut. A 11^h elle étoit fort étenduë, de sorte que si le Ciel eût été clair & serein, il y a lieu de croire que cette Aurore Boréale eût été une des plus grandes. A $11^h \frac{1}{2}$ elle étoit fort abbaissée, avec un gros nuage épais vers le Nord-est, qui en couvroit la plus grande partie.

L'Aurore Boréale du 28 Octobre, la derniére que j'ai vû à la campagne, & dont je ferai mention dans cet Extrait, fut petite & de peu de durée; elle mérite cependant quelque attention. Elle commença un peu avant 8 heures, & finit vers les $9^h \frac{1}{2}$. C'étoit une foible clarté répanduë sur l'horison, directement sous l'Etoile polaire, & qui sur une amplitude de 50 ou 60 degrés ne s'élevoit que jusqu'à la moitié de l'intervalle compris entre l'horison & les Etoiles de la grande Ourse. Nulle apparence de segment obscur, & de fumée, excepté à son extrémité occidentale, où il y en avoit un peu. Mais il sortoit d'un centre ou d'un foyer caché sous l'horison, & qui sembloit ne s'éloigner pas beaucoup du Pole de la Terre, des jets & des rayons de lumiére aussi distincts que ceux des Aurores Boréales les plus marquées. Ils s'effacerent néantmoins de temps en temps vers les $8^h \frac{1}{2}$ & 9^h; & ils disparurent enfin, comme il arrive toûjours, avant que la clarté septentrionale s'évanoüît.

J'apprends que quelques-unes de ces Aurores Boréales ont paru en divers endroits de l'Europe, mais je n'ai encore rien d'assés circonstancié là-dessus pour en faire part à la Compagnie.



SUR LE MOUVEMENT CURVILIGNE DES CORPS DANS LES MILIEUX QUI SE MEUVENT.

Par M. BOUGUER.

22 Decemb. 1731.

MALGRÉ le grand nombre de Recherches qu'on a faites ſur les Forces centrales, & ſur le mouvement curviligne des Corps, on n'a point encore, que je ſçache, examiné le cas où les projections ſe font dans un milieu qui ſe meut. On a bien ſuppoſé que les Forces centrales ne tendoient pas à un ſeul point; on ne s'eſt pas contenté de les conſidérer dans le vuide, on les a examinées dans des milieux de différentes denſités, & on a rendu les réſiſtances proportionnelles aux vîteſſes du mobile, élevées à quelque puiſſance que ce ſoit; mais on n'a mis aucune autre condition. Cependant ſi ces ſortes de recherches ne ſont pas ſimplement curieuſes, ſi elles ſont encore de quelque utilité, leur application ſera toûjours renfermée dans des limites extrêmement étroites, tant qu'on ne conſidérera pas le milieu dans le cas du mouvement. Nos projections ſe font ſouvent ici bas, comme on le ſçait, dans des fluides qui ont quelque vîteſſe; & ſi nous levons les yeux pour obſerver le mouvement des Planetes, nous ſommes forcés de reconnoître qu'il ſe fait dans un fluide qui circule avec une extrême rapidité. C'eſt donc là une nouvelle conſidération qu'il eſt à propos d'ajoûter à la Théorie des Forces centrales : car il eſt clair qu'elle doit apporter beaucoup de différence dans la direction & la vîteſſe des mobiles, puiſque l'action de la peſanteur ſe trouve enſuite compliquée avec celle du fluide qui choque le corps, & qui lui communique, peut-être, encore une ſeconde gravité, par l'effort qu'il fait continuellement pour s'éloigner du centre de ſes révolutions. Tout cela rend plus long, ſans

rendre beaucoup plus difficile, le calcul analytique dans lequel nous allons entrer. Nous nous proposons principalement de déterminer par les circonstances du mouvement du projectile, les causes extérieures de ce mouvement : la pesanteur du corps, avec la vîtesse & la densité du milieu. En un mot lorsqu'on voit un mobile décrire une ligne courbe, il y a un certain nombre de choses qu'on touche, pour ainsi dire, & qu'on peut mesurer d'une maniére immédiate; nous entreprenons de passer autant qu'on le peut, de la connoissance de ces choses qui concernent le mobile, à la connoissance de celles qui pour l'ordinaire, ne tombent pas également sous les sens, & qui appartiennent au milieu.

Construction des Formules qui expriment la relation de toutes les Forces qui agissent sur le Mobile.

I. Soit *ABD (Fig. 1. & 2.)* la courbe tracée par le mobile, *C* le point central, vers lequel tend la pesanteur que nous désignerons par *G*, & nous nommerons *y*, les distances comme *AC, BC* à ce point, & *dy* leurs petites parties comme *AE*, qui sont retranchées par les petits arcs *BE*, décrits du point *C* comme centre. Nous nommerons *s*, les parties sensibles de la courbe, & *ds*, les parties infiniment petites, comme *AB*, qui sont parcouruës dans chaque instant, par le mobile avec la vîtesse *v*. *AH* est l'espace infiniment petit, parcouru en même temps par le fluide dans lequel le projectile se meut; c'est-à-dire, que les molecules du fluide qui environnoient le mobile, lorsqu'il étoit en *A*, parviennent en *H*, en même temps que le mobile parvient en *B*. Nous nommerons *z* la vîtesse de ce fluide, & *D* sa densité; & prenant l'unité pour sinus total, *h* marquera le sinus de l'angle *HAB* que fait la direction *AH*, avec celle du projectile, & *k* le sinus de complément; de sorte que si du point *H*, on abbaisse la perpendiculaire *HN* sur la tangente *AF* à la courbe, *k* sera le sinus de l'angle *AHN*.

D'un autre côté, *AH* étant parcouruë par le fluide avec

la vîtesse z, en même temps que AB l'est par le mobile; avec la vîtesse v, noũs pouvons trouver cette petite ligne AH par cette analogie, $v : AB = ds :: z : AH = \frac{zds}{v}$; & nous aurons HN & AN par ces deux autres proportions;

L'unité ou le sinus total est à $AH = \frac{zds}{v}$,

Comme le sinus h de l'angle HAN est à $HN = \frac{hzds}{v}$;

Et comme le sinus k de l'angle AHN est à $AN = \frac{kzds}{v}$.

Ainsi le petit espace Nb qui est égal à $AN - Ab$, ou à $AN - AB$ sera égal à $\frac{kzds}{v} - ds$, ou à $\frac{kzds - vds}{v}$, & Hb $(= \sqrt{\overline{HN}^2 + \overline{Nb}^2})$ sera égal à $\sqrt{\frac{h^2z^2ds^2 + k^2z^2ds^2 - 2kzvds^2 + v^2ds^2}{v^2}}$ qui se réduit à $\frac{ds}{v}\sqrt{h^2z^2 + k^2z^2 - 2kzv + v^2}$, & à $\frac{ds}{v}$ $\sqrt{z^2 - 2kzv + v^2}$, en mettant l'unité, le quarré du sinus total, à la place de la somme $h^2 + k^2$ des quarrés des sinus h & k. Enfin comme il se peut faire que le fluide ne se meuve pas en ligne droite, nous nommerons r le rayon AI de la developpée de la courbe qu'il décrit. Nous abbaisserons aussi du centre C, les perpendiculaires CF & Cf sur les tangentes AF & Bf aux deux extrémités du petit arc AB, parcouru par le projectile, & nous désignerons par p ces perpendiculaires, & par dp leur différentielle GF, ou plûtôt leur petite partie GF interceptée entre les tangentes AF & Bf. Il est clair d'ailleurs que ces mêmes tangentes AF & Bf doivent se couper au point O qui répond au milieu du petit arc AB, à cause de la courbure réguliére qu'a ce petit arc dans un aussi petit espace. Ainsi BO ou bO est égal à $\frac{1}{2}ds$, & nous trouverons la petite ligne Bb qui marque la quantité dont la courbe s'éloigne de sa tangente dans le petit espace AB, en faisant cette proportion, $FO = FA$ $= \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{FC}^2} = \sqrt{y^2 - p^2} : FG = dp :: OB = \frac{1}{2}ds$: $Bb = \frac{dsdp}{2\sqrt{y^2 - p^2}}$.

II.

II. Tout cela ſuppoſé, je conſidére que puiſque les diverſes puiſſances qui agiſſent ſur le mobile lui font décrire la courbe ABD, avec une vîteſſe variable v, il faut qu'elles produiſent en même temps deux effets que nous devons examiner ſéparément; l'un de détourner ſans ceſſe le corps de ſa premiére direction AF, & de l'en écarter de la petite quantité $bB = \frac{ds\,dp}{2\sqrt{y^2 - p^2}}$, pendant qu'il parcourt chaque petit arc AB; l'autre de l'empêcher de ſe mouvoir d'un mouvement uniforme, en faiſant continuellement augmenter ou diminuer ſa vîteſſe, de la petite quantité dv. J'examine d'abord ce ſecond effet, & je fais attention que la peſanteur G, n'y contribuë qu'autant qu'elle agit ſelon la tangente AF qui ſert en A de direction au mobile. Ainſi il faut décompoſer cette peſanteur; & il eſt clair que ſi l'on fait cette analogie, $AC = y : AF (= \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{CF}^2}) = \sqrt{y^2 - p^2} :: G : \frac{G\sqrt{y^2 - p^2}}{y}$, nous aurons $\frac{G\sqrt{y^2 - p^2}}{y}$ pour la partie que nous voulions connoître, qui s'exerce à faire accélérer la vîteſſe du projectile. Mais le projectile doit avoir encore comme une ſeconde peſanteur, cauſée par la force centrifuge du milieu. La peſanteur ou force centrale G eſt, ou inhérente au corps, ou produite par un autre fluide beaucoup plus ſubtil, qui pénétre celui que nous prenons ici pour milieu, à peu-près de la même maniére que l'éther pénétre l'air groſſier dans lequel ſe font nos projections ordinaires. Mais le milieu, en circulant avec la vîteſſe z, & en décrivant une courbe, dont $AI = r$ eſt le rayon de la developpée, doit faire un effort continuël pour s'éloigner du point I, & il doit par conſéquent repouſſer le mobile vers ce même point, ſelon la ligne AI. Or la force centrifuge étant proportionnelle, comme il eſt démontré, au quarré de la vîteſſe, diviſé par le rayon de la circulation, nous aurons $\frac{z^2}{r}$ qu'il faut multiplier par la denſité D du milieu, ou plûtôt par eD,

pour avoir la force centrifuge $\frac{eDz^2}{r}$, qui dépend non-seulement de la vîtesse du fluide & du rayon de sa circulation, mais aussi de sa densité. On remarquera que nous multiplions par *eD*, parce qu'il se peut faire que la densité n'agisse pas précisément de la même maniére dans la force centrifuge, qu'elle le fait dans les impulsions produites par le choc, & l'indéterminée *e* marquera la différence d'action. Enfin le mobile est donc poussé selon *AI* avec la force $\frac{eDz^2}{r}$; mais cette force étant oblique, par rapport à la direction du mobile, elle ne doit aussi contribuer à l'accélération du mouvement, que par sa partie qui agit selon la tangente *AF*. Du point *I*, j'abbaisse la perpendiculaire *IK* sur cette tangente, & il est évident que si *AI* représente la force absoluë $\frac{eDz^2}{r}$, la force relative que nous cherchons sera représentée par *AK*. Ainsi nous pouvons faire cette proportion; l'unité que nous avons prise pour sinus total est à *AI*, ou à la force absoluë $\frac{eDz^2}{r}$, comme *h* sinus de l'angle *I* qui est égal à l'angle *HAB* que fait la direction du fluide avec celle du mobile, est à *AK*, ou à la force relative $\frac{heDz^2}{r}$, qui travaille à faire accélérer la vîtesse v du mobile. Et si l'on ajoûte cette force avec celle $\frac{G\sqrt{y^2-p^2}}{y}$ que nous avons trouvée ci-dessus, nous aurons $\frac{G\sqrt{y^2-p^2}}{y}+\frac{heDz^2}{r}$ pour l'effort accélératif, produit par les deux pesanteurs jointes ensemble; par celle qui est comme inhérente au corps, & qui tend au point *C*, & par celle qui est causée par la force centrifuge du milieu, & qui s'exerce sur *AI*.

Mais le milieu n'agit pas sur le mobile par sa seule force centrifuge, il agit encore par son choc. Pour déterminer la quantité de l'impulsion; je considére que comme le mouvement du milieu, & celui du mobile s'accordent dans un certain sens, & qu'ils différent dans un autre, ce n'est que

ſelon ce dernier que ſe fait le choc. Or on ſe convaincra aiſément que c'eſt bH qui indique ce dernier ſens, & qui repréſente la vîteſſe reſpective, ſi l'on décompoſe le mouvement AB ou Ab du mobile dans les deux mouvements AH & AM, en achevant le parallelogramme $AHbM$. Car comme le mouvement AH ſera commun au fluide & au mobile, & qu'il n'y aura que le mouvement AM ou Hb qui ſera particulier au projectile, on pourra concevoir le mobile comme emporté de A en H par le fluide pendant qu'il ſe meut en particulier de A en M, & par conſéquent il ne frappera les molécules du fluide que par ce dernier mouvement, & qu'avec la vîteſſe repréſentée par AM ou Hb. Nous avons déja trouvé ci-devant l'expreſſion de ce petit eſpace, & puiſqu'il eſt cenſé parcouru en même temps que AB, nous pouvons faire cette analogie;

$AB = ds$ eſt à la vîteſſe abſoluë v

comme $Hb = \frac{ds}{v}\sqrt{z^2 - 2kzv + v^2}$

eſt à la vîteſſe reſpective $\sqrt{z^2 - 2kzv + v^2}$ du mobile par rapport au fluide.

Et ſi nous nous ſouvenons que D déſigne la denſité du milieu, & que nous prenions m pour la puiſſance à laquelle il faut élever ſes vîteſſes, pour avoir ſes impulſions, nous aurons $D \times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m}{2}}$ pour la force avec laquelle il pouſſe le mobile ſelon bH. Après cela il ne reſte plus, pour trouver la partie de cette impulſion qui agit ſelon la tangente AK, qu'à faire cette analogie;

$Hb = \frac{ds}{v}\sqrt{z^2 - 2kzv + v^2}$ eſt à $bN = \frac{kzds - vds}{v}$;

comme l'impulſion abſoluë $D \times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m}{2}}$ ſelon bH

eſt à $kz - v \times D \times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}$.

Enfin, ſi nous ajoûtons cette impulſion relative avec l'effort

$\frac{G\sqrt{y^2-p^2}}{y} + \frac{heDz^2}{r}$ produit auſſi ſelon la tangente par la vertu centrifuge du fluide & par la peſanteur G, nous aurons

$$\overline{kz-v} \times D \times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}} + \frac{G\sqrt{y^2-p^2}}{y}$$

$+ \frac{heDz^2}{r}$ pour toute la force accélératrice : force qui produit cependant encore un plus grand ou un moindre effet, ou qui fait augmenter la vîteſſe v d'une plus grande ou d'une moindre quantité dv, ſelon qu'elle eſt appliquée au mobile plus ou moins long-temps. C'eſt pourquoi il faut la multiplier par $\frac{ds}{v}$ qui déſigne l'inſtant employé à parcourir le petit eſpace AB (ds) ; & on aura $\frac{kz-v}{v} \times Dds$

$$\times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}} + \frac{Gds\sqrt{y^2-p^2}}{yv} + \frac{heDz^2ds}{rv}$$

pour l'expreſſion du petit accroiſſement dv. C'eſt là ſa valeur, lorſque le mobile deſcend, comme dans la premiére Figure ; mais on doit remarquer que ſi le mobile montoit comme dans la ſeconde, la force centrale G & l'effort que feroit le fluide par ſa force centrifuge, travailleroient conjointement à diminüer la vîteſſe v. On auroit donc alors

$$\frac{kz-v}{v} \times Dds \times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}} - \frac{Gds\sqrt{y^2-p^2}}{yv}$$

$- \frac{heDz^2ds}{rv}$ pour la petite augmentation dv de la vîteſſe : & réüniſſant les deux expreſſions enſemble, on aura pour les deux cas, $\frac{kz-v}{v} \times Dds \times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}$

$$\pm \frac{Gds\sqrt{y^2-p^2}}{yv} \pm \frac{heDz^2ds}{rv} = dv.$$

III. Mais cette premiére Equation n'exprime encore qu'une des deux altérations auxquelles le mouvement du projectile eſt ſujet ; ſçavoir, l'altération que ſouffre la vîteſſe : il nous faut maintenant examiner l'autre, celle que ſouffre la

direction. Celle-ci qui est représentée par la petite ligne bB $(= \frac{ds\,dp}{2\sqrt{y^2-p^2}})$ est causée par la force relative qui agit perpendiculairement à la tangente de la courbe. Nous aurons d'abord, par l'analogie suivante, la force relative qui résulte de la pesanteur absoluë G; $AC=y$ est à $CF=p$ comme la pesanteur G est à la partie $\frac{pG}{y}$ qui agit selon la perpendiculaire à la tangente AF. Pour avoir ensuite l'effort que fait la seconde pesanteur qui est produite par la force centrifuge $\frac{eDz^2}{r}$ du fluide, & qui pousse le mobile selon AI, nous ferons cette autre proportion, AI est à KI, ou, ce qui revient au même, le sinus total (l'unité) sinus de l'angle droit K, est au sinus k de l'angle KAI, comme la force absoluë $\frac{eDz^2}{r}$ est à la force relative $\frac{keDz^2}{r}$. Enfin si nous faisons cette proportion, $Hb = \frac{ds}{v}\sqrt{z^2 - \frac{2kzv}{v} + v^2}$ est à $HN = \frac{hzds}{v}$ comme l'impulsion absoluë $D \times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m}{2}}$ du fluide selon bH est à $hzD \times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}$, nous aurons l'effort que fait aussi le fluide par son choc selon la perpendiculaire. Mais comme cet effort ne travaille dans le même sens que les deux autres $\frac{Gp}{y}$ & $\frac{keDz^2}{r}$ que lorsque le mobile monte, & que cet effort tend au contraire à suspendre l'effet des deux autres, lorsque le mobile descend, on aura dans ce dernier cas $\frac{Gp}{y} + \frac{keDz^2}{r} - hDz \times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}$, & dans l'autre $\frac{Gp}{y} + \frac{keDz^2}{r} + hDz \times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}$ pour toute la force qui tend à détourner le projectile de sa direction, pendant qu'il parcourt le petit espace AB. Il faut

maintenant multiplier cette force $\frac{Gp}{y} + \frac{keDz^2}{r} \mp hDz \times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}$ par $\frac{ds}{v}$ qui marque la durée de son exercice, pour avoir la vîtesse $\frac{Gpds}{yv} + \frac{keDz^2ds}{rv} \mp \frac{hDzds}{v} \times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}$ qu'elle communique au mobile, & avec laquelle elle le fait s'éloigner de la tangente Ab: & il est sensible qu'il faudroit encore multiplier cette vîtesse par le petit temps $\frac{ds}{v}$, pour avoir le petit espace parcouru bB, si le mouvement étoit uniforme; puisque les espaces parcourus sont dans ce cas, en même raison que les produits des vîtesses par les temps. Mais comme la vîtesse est communiquée par degrés; qu'au point A, au commencement de l'instant $\frac{ds}{v}$, elle est nulle, & que ce n'est qu'en passant par une infinité de petites grandeurs qui sont en progression arithmétique, qu'elle parvient en B à être $\frac{Gpds}{yv} + \frac{keDz^2ds}{rv} \mp \frac{hDzds}{v} \times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}$ après que le petit espace bB est entiérement parcouru, il ne faut la multiplier que par la moitié de l'instant, ou, ce qui revient au même, il ne faut multiplier que sa moitié, qui est sa grandeur moyenne par l'instant entier, il vient $\frac{Gpds^2}{2yv^2} + \frac{keDz^2ds^2}{2rv^2} \mp \frac{hDzds^2}{2v^2} \times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}$; & c'est donc là l'expression du petit détour que doit souffrir le mobile ou l'expression de la petite ligne bB qui est interceptée entre la courbe & la tangente à laquelle elle est perpendiculaire. Mais la nature de la ligne ABD nous fournissant d'un autre côté $\frac{dsdp}{2\sqrt{y^2 - p^2}}$ pour la valeur de cette même petite ligne bB, comme nous l'avons vû ci-devant, il faut

qu'il y ait une parfaite égalité entre les deux expressions

$$\frac{Gpds^2}{2yv^2} + \frac{keDz^2ds^2}{2rv^2} \mp \frac{hDzds^2}{2v^2} \times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}$$

& $\frac{dsdp}{2\sqrt{y^2-p^2}}$, si nous voulons que les forces qui agissent sur le mobile lui puissent faire tracer exactement la courbe proposée *ABD*; & ainsi nous aurons l'équation $\frac{Gpds^2}{2yv^2} + \frac{keDz^2ds^2}{2rv^2}$

$$\mp \frac{hDzds^2}{2v^2} \times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}} = \frac{dsdp}{2\sqrt{y^2-p^2}}.$$

IV. On voit clairement qu'il ne nous est pas possible d'en trouver d'autre; puisque le mouvement du projectile ne reçoit du changement que dans sa vîtesse & dans sa direction, & que nous ne pouvons avoir de différentes équations, qu'autant que nous avons de diverses conditions à exprimer & à remplir. Il suit de-là que nous ne pouvons pas déterminer toutes nos inconnuës. Mais cependant si nous tirons de $\frac{Gpds^2}{2yv^2} + \frac{keDz^2ds^2}{2rv^2} \mp \frac{hDzds^2}{2v^2} \times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}$ $= \frac{dsdp}{2\sqrt{y^2-p^2}}$, la valeur $\frac{yv^2dp}{pds\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{keDyz^2}{rp} \pm \frac{hDyz}{p}$ $\times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}$ de *G*, & si nous la substitüons dans l'autre équation $\frac{kz-v}{v} \times Dds \times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}$ $\pm \frac{Gds\sqrt{y^2-p^2}}{yv} \pm \frac{heDz^2ds}{rv} = dv$ que nous avons trouvée à la fin de l'Art. II. Il viendra

$$\frac{kz-v}{v} \times Dds \times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}} \pm \frac{vdp}{p} \mp \frac{keDz^2ds\sqrt{y^2-p^2}}{rpv}$$

$$+ \frac{hDzds\sqrt{y^2-p^2}}{pv} \times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}} \pm \frac{heDz^2ds}{rv} = dv,$$

dont on déduira après quelques réductions, la formule

$$D = \frac{pvdv \mp v^2 dp}{\overline{hzds\sqrt{y^2-p^2}+kpzds-pvds} \times \overline{z^2-2kzv+v^2}^{\frac{m-1}{2}} \pm \frac{hepz^2ds}{r} \mp \frac{kezds\sqrt{y^2-p^2}}{r}},$$

& introduisant cette valeur dans celle de $G = \frac{yv^2dp}{pds\sqrt{y^2-p^2}}$

$- \frac{keDyz^2}{rp} \pm \frac{hDyz}{p} \times \overline{z^2-2kzv+v^2}^{\frac{m-1}{2}}$, il vient

$$G = \frac{\overline{\frac{kyzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm hyzvdv} \times \overline{z^2-2kzv+v^2}^{\frac{m-1}{2}} \pm \frac{heyz^2v^2dp}{r\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{keyz^2vdv}{r}}{\overline{hzds\sqrt{y^2-p^2}+kpzds-pvds} \times \overline{z^2-2kzv+v^2}^{\frac{m-1}{2}} \pm \frac{hepz^2ds}{r} \pm \frac{kez^2ds\sqrt{y^2-p^2}}{r}}.$$

V. Ainsi nous avons deux formules

$$D = \frac{pvdv \pm v^2 dp}{\overline{hzds\sqrt{y^2-p^2}+kpzds-pvds} \times \overline{z^2-2kzv+v^2}^{\frac{m-1}{2}} \pm \frac{hepz^2ds}{r} \mp \frac{kez^2ds\sqrt{y^2-p^2}}{r}}$$

&

$$G = \frac{\overline{\frac{kyzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm hyzvdv} \times \overline{z^2-2kzv+v^2}^{\frac{m-1}{2}} \pm \frac{heyz^2v^2dp}{r\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{keyz^2vdv}{r}}{\overline{hzds\sqrt{y^2-p^2}+kpzds-pvds} \times \overline{z^2-2kzv+v^2}^{\frac{m-1}{2}} \pm \frac{hepz^2ds}{r} \mp \frac{kez^2ds\sqrt{y^2-p^2}}{r}}$$

qui expriment d'une maniére générale, les quantités *D* & *G*, & qui renferment pour toutes les lignes courbes que peut tracer le mobile, & pour toutes celles que peut aussi tracer le fluide, la relation qu'il y a entre le mouvement du projectile, & toutes les puissances qui agissent sur ce mouvement.

Le fluide décrit-il des cercles parfaitement concentriques, dont le point *C* soit le centre? le rayon *AI (r)* de la developpée de *AH*, sera égal à l'ordonnée *AC (y)* de la courbe tracée par le mobile : & comme le petit arc *AH* sera perpendiculaire à *AC*, le petit triangle rectangle *ANH* sera semblable au grand *CFA*; & par conséquent les sinus des trois angles du premier, seront proportionnels aux trois côtés du

du second, ce qui donnera ces deux analogies;

$AC = y$ est à l'unité, sinus de l'angle droit N,

Comme $CF = p$ est au sinus $k = \frac{p}{y}$ de l'angle AHN,

Et comme $AF = \sqrt{y^2 - p^2}$

est au sinus $h = \frac{\sqrt{y^2-p^2}}{y}$ de l'angle HAN.

Or toutes ces valeurs étant introduites dans nos formules, les changeront en $D = \frac{pvdv \mp v^2 dp}{\overline{yzds - pvds} \times \overline{z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}}$, & en

$$G = \frac{\overline{\frac{pzv^2 dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3 dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm zvdv\sqrt{y^2-p^2}} \times \overline{z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}} \pm \frac{ez^2v^2dp}{y} - \frac{epz^2vdv}{y}}{\overline{yzds - pvds} \times \overline{z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}}$$

qui sont plus simples que les premiéres; mais dont on peut cependant faire encore une infinité d'applications, puisqu'elles conviennent à tous les cas dans lesquels le fluide se meut circulairement autour du point central C.

Supposé que le fluide, au lieu de former un cercle, se meuve exactement en ligne droite, le rayon AI (r) de la developpée de AH deviendra infini, & les termes qui sont divisés par ce rayon deviendront par conséquent nuls : c'est pourquoi on aura alors

$$D = \frac{pvdv \pm v^2 dp}{\overline{hzds\sqrt{y^2-p^2} + kpzds - pvds} \times \overline{z^2 - 2kzv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}}, \&$$

$G = \frac{\frac{kyzv^2 dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3 dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm hyzvdv}{hzds\sqrt{y^2-p^2} + kpzds - pvds}$. Supposé outre cela que les directions de la pesanteur G soient paralleles entr'elles & perpendiculaires à celles du fluide, le triangle ACF, quoiqu'infiniment grand, sera semblable au petit HNA, & on

aura donc encore comme cy-deſſus $\frac{\sqrt{y^2 - p^2}}{y}$ pour le ſinus h de l'angle HAN, & $\frac{p}{y}$ pour le ſinus k de l'angle AHN de complément; & dans cette circonſtance, on aura

$$D = \frac{pvdv \mp v^2dp}{\overline{yzds - pvds} \times \overline{z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}}, \text{ \&}$$

$$G = \frac{\frac{pzv^2dp}{\sqrt{y^2 - p^2}} - \frac{yv^3dp}{\sqrt{y^2 - p^2}} \pm zvdv\sqrt{y^2 - p^2}}{yzds - pvds}.$$

Enfin ſi le milieu ne ſe meut point, qu'il ſoit dans un parfait repos; il n'y a qu'à effacer tous les termes multipliés par la vîteſſe z devenuë nulle. On trouvera pour ce cas particulier $D = \frac{pvdv \mp v^2dp}{-pv^m ds}$, & $G = \frac{yv^2dp}{pds\sqrt{y^2 - p^2}}$; expreſſions qui ſe rapportent aiſément à celles qu'on trouve des mêmes quantités, dans l'excellent morceau que M. Bernoulli donna au Public dans les Mémoires de 1711.

Uſages & applications des Formules précédentes.

VI. Au ſurplus l'uſage de ces formules ſera toûjours, comme on le voit, tout-à-fait ſimple, lorſqu'il s'agira principalement de découvrir la denſité du fluide, & la force centrale. Mais cependant ce ne ſera pas aſſés pour qu'on puiſſe réüſſir, de connoître le mouvement du mobile; il faudra encore que la direction & la vîteſſe du fluide ſoient données. Après cela la nature de la courbe ABD que trace le mobile, & le rapport que ſuivent ſes vîteſſes v, & celles z du fluide, fourniront l'expreſſion de $y, p, v, z, dy, ds, dp, dv$, en une ſeule variable avec ſa différentielle; & ſi on introduit ces expreſſions dans nos formules, il eſt évident que le numérateur & le dénominateur ſe trouvant affectés de la même différentielle, ſe réduiront à des quantités purement finies, & qu'on aura en grandeurs connuës, les valeurs de D &

de *G*. Il faut ſeulement remarquer que comme nous avons ſuppoſé que la vîteſſe v augmente toûjours, il ſera néceſſaire ſi elle va en diminuant, ſoit lorſque le mobile monte, ſoit lorſqu'il deſcend, de changer les ſignes qui précédent la différentielle dv. Quant à la lettre e qui exprime la part qu'a la denſité du fluide dans ſa force centrifuge, nous pouvons auſſi toûjours la ſuppoſer donnée, puiſqu'on peut la trouver, ou en comparant immédiatement la force centrifuge du fluide avec l'impulſion qu'il produit par ſon choc, ou en comparant ces deux diverſes forces à la peſanteur avec laquelle elles ont un rapport déterminé & connu. Nous n'entrons pas dans cette diſcuſſion qui demanderoit un Mémoire particulier. Nous nous contentons d'avertir que ſi l'on croyoit que la force centrifuge du fluide ne fut pas capable de la même action, lorſque le mobile deſcend avec une vîteſſe ſenſible, il n'y auroit qu'à rendre la quantité e variable, & la faire dépendre du mouvement du projectile.

VII. Ce n'eſt pas là la ſeule utilité de nos formules : car comme nous pouvons traiter quelles quantités nous voulons de connuës ou d'inconnuës, nous pouvons non-ſeulement découvrir la force centrale & la denſité du fluide, lorſque nous connoiſſons ſa vîteſſe ; mais réſoudre auſſi les problemes inverſes ; déterminer, par exemple, la vîteſſe du fluide, lorſque nous connoiſſons, ou ſa denſité, ou la force centrale. Il eſt vrai que l'équation qu'il faudra réſoudre, pourra être d'un degré plus ou moins élevé, ſelon les diverſes hypotheſes qu'on embraſſera touchant le choc des fluides : Mais ſi on ſuppoſe, comme on le fait ordinairement, que les impulſions ſont comme les quarrés des vîteſſes relatives, l'équation ne ſera tout au plus que du quatriéme degré. On n'a pour s'en convaincre, qu'a jetter les yeux ſur celles de nos formules qui conviennent aux tourbillons circulaires : ſoit qu'on ſe ſerve de la premiére $D = \frac{pvdv \mp v^2dp}{\overline{yzds - pvds} \times \overline{z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}}$,

ou de la ſeconde

$$G = \frac{\left(\frac{pzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm zvdv\sqrt{y^2-p^2}\right) \times \left(z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2\right)^{\frac{m-1}{2}} \pm \frac{ez^2v^2dp}{y} - \frac{epz^2vdv}{y}}{(yzds - pvds) \times \left(z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2\right)^{\frac{m-1}{2}}}$$

pour trouver la vîteſſe z du fluide, on voit, avec la moindre attention que m étant égale à 2, il ne faut pour délivrer l'équation de ſignes radicaux, qu'élever le tout au quarré; ce qui ne peut donner que quatre degrés à la plus haute dimenſion de z qu'on regarde alors comme inconnuë; & dans certain cas l'équation ſe réduira au ſecond degré, & même quelquefois au premier.

VIII. Si l'on détruit la peſanteur ou force centrale G, qui eſt comme inhérente au mobile, ou qu'on ſuppoſe qu'il n'y ait de gravité ou de tendance vets le point central, que celle qui eſt cauſée par l'effort centrifuge du fluide, il eſt clair que la formule

$$G = \frac{\left(\frac{pzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm zvdv\sqrt{y^2-p^2}\right) \times \left(z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2\right)^{\frac{m-1}{2}} \pm \frac{ez^2v^2dp}{y} - \frac{epz^2vdv}{y}}{(yzds - pvds) \times \left(z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2\right)^{\frac{m-1}{2}}}$$

ſera également d'uſage, puiſqu'on ne ſera autre choſe que l'appliquer à la circonſtance particuliére dans laquelle G eſt nulle. Alors cette formule ſe réduira à l'équation

$$\left(\frac{pzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm zvdv\sqrt{y^2-p^2}\right) \times \left(z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2\right)^{\frac{m-1}{2}}$$

$= \frac{epz^2vdv}{y} \mp \frac{ez^2v^2dp}{y}$, dans laquelle il n'y aura encore, comme on le voit, qu'à chercher z pour avoir la vîteſſe du fluide; & il n'eſt pas moins évident qu'auſſi-tôt que cette vîteſſe ſera découverte, il ne reſtera plus qu'à l'introduire

dans l'autre formule $D = \frac{pvdv \mp v^2 dp}{\overline{yzds - pvds} \times \overline{z^2 - \frac{2p}{y} zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}}$

pour avoir les densités *D*. Ainsi dans cette circonstance très-limitée, mais qui sera peut-être regardée par plusieurs personnes comme le cas qui mérite le plus d'attention ; dans cette circonstance, dis-je, où le milieu se meut circulairement, & où il est l'unique cause de la pesanteur, le probleme devient *déterminé :* il suffit d'observer avec soin le mouvement du mobile pour pouvoir découvrir tout ce qui concerne le fluide. S'il s'agissoit donc d'Astronomie physique, & qu'il fût certain que les Planetes reçussent toute leur pesanteur de la matiére éthérée qui circule autour du Soleil, & que cette matiére formât un tourbillon exactement circulaire, rien ne seroit plus facile que de découvrir ses vîtesses & ses densités ; il n'y auroit pour cela qu'à appliquer simplement nos formules à ce que nous connoissons déja des mouvements célestes.

IX. Afin de répandre, s'il est possible, une plus grande lumiére sur tout ce que nous venons de dire, nous donnerons un exemple de chaque des usages dont nous venons de parler. Nous supposerons d'abord que le projectile décrit une logarithmique spirale avec des vîtesses qui sont en même raison que les puissances y^n de ses distances y au point central ou au pole de la spirale, & que le mouvement se fait dans un milieu qui circule avec des vîtesses qui sont exprimées par y^q ; & nous chercherons les densités de ce milieu avec la pesanteur *G* que doit avoir le mobile, indépendamment de celle qu'il reçoit de la force centrifuge du fluide. Prenant *a* pour sinus total, & *b* pour sinus de l'angle constant *BAE* que fait la logarithmique avec ses appliquées, on aura $\frac{by}{a}$ pour la valeur de $CF = p$; $\frac{bdy}{a}$ pour celle de $FG = dp$; & $\frac{ady}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ pour celle de $AB = ds$; & si l'on introduit ces valeurs dans nos deux formules $D = \frac{pvdv \pm v^2 dp}{\overline{yzds - pvds} \times \overline{z^2 - \frac{2p}{y} zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}}$ &

$$G = \frac{\overline{\frac{pzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{rv^3dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm zvdv\sqrt{y^2-p^2}} \times \overline{z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}} \pm \frac{ez^2v^2dp}{y} - \frac{epz^2vdv}{y}}{\overline{yzds - pvds} \times \overline{z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}};$$

en mettant aussi y^n à la place de v, & y^q à celle de z, nous aurons

$$D = \frac{\overline{\mp n \mp 1}\sqrt{a^2-b^2} \times ba^{\frac{m-1}{2}}}{\overline{a^2y^{q-2n+1} - aby^{1-n}} \times \overline{ay^{2q} - 2by^{n+q} + ay^{2n}}^{\frac{m-1}{2}}}$$

qui exprime en grandeurs entiérement connües les densités que doit avoir le milieu, &

$$G = \frac{\overline{\overline{b^2 - na^2 + nb^2} \times y^{1-q} - aby^{n-2q+1}} \times \overline{ay^{2q} - 2by^{n+q} + ay^{2n}}^{\frac{m-1}{2}} \pm \overline{n \pm 1} \times bea^{\frac{m-1}{2}}\sqrt{a^2-b^2}}{\overline{a^2y^{q-2n+1} - aby^{1-n}} \times \overline{ay^{2q} - 2by^{n+q} + ay^{2n}}^{\frac{m-1}{2}}}$$

pour la force centrale ou pesanteur néceſſaire au mobile, la pesanteur qui eſt comme inhérente ; de ſorte qu'il ne reſte plus qu'à mettre à la place des expoſants m, n & q dans ces expreſſions générales, les nombres qui leur conviennent dans chaque hypotheſe particuliére. Suppoſé, par exemple, que les vîteſſes du mobile & du fluide ſoient proportionnelles aux diſtances au point central, & que les impulſions que fait le fluide par ſon choc ſoient en même raiſon que ſes vîteſſes relatives ; il faudra mettre l'unité à la place des trois expoſants. Alors on aura

$$D = \frac{\mp 2b\sqrt{a^2-b^2}}{a^2-ab} \quad \& \quad G = \frac{2b^2 - ab - a^2 \pm 2be\sqrt{a^2-b^2}}{a^2-ab} \times y;$$

ce qui montre que pour que le mobile décrive une logarithmique ſpirale, dans les conditions marquées, il faut que la denſité du fluide ſoit par tout la même, & que la peſanteur ou force centrale G ſoit proportionnelle aux diſtances y au centre C. Mais on doit remarquer que ce n'eſt qu'en montant que le mobile peut ainſi tracer la logarithmique, car

l'expreſſion $D = \frac{\mp 2b\sqrt{a^2-b^2}}{a^2-ab}$ nous annonce, lorſqu'il deſcend, une denſité négative qui ne peut pas avoir lieu dans la nature.

X. Nous ſuppoſerons pour ſecond exemple que le fluide ſe meut en ligne droite, & nous chercherons quelle vîteſſe & quelle denſité il faut qu'il ait, pour que le mobile avec une peſanteur donnée, puiſſe tracer en tombant une ligne droite oblique, & avoir en chaque endroit de ſa chûte des vîteſſes qui ſoient en même raiſon que les eſpaces parcourus s, élevés à une puiſſance quelconque n. C'eſt, ſi l'on veut, un corps peſant ou un grave qui décrit en tombant dans l'air groſſier la ligne droite oblique AF (*Fig. 3*), pendant que le vent qui le pouſſe de côté, ſe meut par une infinité de lignes droites paralleles entr'elles & perpendiculaires aux directions de la peſanteur; & il s'agit de déterminer les vîteſſes & les denſités qu'il faudroit qu'eût l'air dans cette rencontre. Puiſque le fluide ſe meut en ligne droite & que les directions de la peſanteur ſont ſuppoſées paralleles entr'elles & perpendiculaires à celles du fluide, nous n'avons qu'à nous ſervir des formules $D = \frac{pv\,dv \mp v^2\,dp}{\overline{yz\,ds - pv\,ds} \times \overline{z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}}$, &

$$G = \frac{\frac{pzv^2\,dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3\,dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm zv\,dv\sqrt{y^2-p^2}}{yz\,ds - pv\,ds},$$

qui appartiennent à ce cas, & nous les réduirons à

$$D = \frac{pv\,dv}{\overline{yz\,ds - pv\,ds} \times \overline{z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}},$$

& à

$$G = \frac{\pm zv\,dv\sqrt{y^2-p^2}}{yz\,ds - pv\,ds},$$

en effaçant tous les termes qui contiennent dp, parce que la petite ligne $GF = dp$, qui eſt interceptée dans la Fig. 1. entre les tangentes AF & Bf, diſparoît entiérement, auſſi-tôt que la courbe ABD décrite

par le mobile, devient droite comme dans la Figure 3. Si nous prenons enſuite a & b pour exprimer le rapport du ſinus total au ſinus de l'angle que fait la direction du mobile avec la ligne verticale, ou pour exprimer le rapport de $AC = y$ à $CF = p$, ce qui nous donnera $p = \frac{by}{a}$, & $\sqrt{y^2 - p^2} = \frac{y}{a}\sqrt{a^2 - b^2}$, & que nous introduiſions ces valeurs dans la ſeconde formule $G = \frac{\pm zv\,dv\sqrt{y^2 - p^2}}{yz\,ds - pv\,ds}$; en mettant auſſi s^n à la place de v, & $ns^{n-1}ds$ à celle de dv, on trouvera $G = \frac{naz s^{2n-1}\sqrt{a^2 - b^2}}{a^2 z - bs^n}$; équation dans laquelle z n'eſt que linéaire, & dont on tire $z = \frac{Gbs^n}{aG - ns^{2n-1}\sqrt{a^2 - b^2}}$; qui fait connoître les différentes vîteſſes que doit avoir le fluide. Il n'y a auſſi qu'à faire les mêmes ſubſtitutions, & à introduire la valeur de z dans l'autre formule

$$D = \frac{pv\,dv}{\overline{yz\,ds - pv\,ds} \times \overline{z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}},$$

ou plûtôt dans celle-ci $D = \frac{pv\,dv}{yz\,ds - pv\,ds\sqrt{z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2}}$; qui eſt moins générale, mais qui a lieu, lorſque les impulſions des fluides ſont comme les quarrés de leurs vîteſſes relatives, & on aura

$$D = \frac{a^2G^2 - 2anGs^{2n-1}\sqrt{a^2 - b^2} + n^2a^2s^{4n-2} - n^2b^2s^{4n-2}}{s^{2n}\sqrt{a^2 - b^2}\sqrt{\overline{a^2 - b^2} \times G^2 + \overline{a^2 - b^2} \times n^2s^{4n-2} - \frac{2nGs^{2n-1}}{a} \times \overline{a^2 - b^2}^{\frac{3}{2}}}},$$

pour l'expreſſion des denſités.

Veut-on maintenant que les vîteſſes $(v = s^n)$ du mobile ſoient comme les racines quarrées $(s^{\frac{1}{2}})$ des eſpaces parcourus, ou que le mobile deſcende avec les mêmes rapports de vîteſſes que s'il tomboit dans le vuide, le long d'un plan incliné? on aura $n = \frac{1}{2}$, & on trouvera $z = \frac{bG\sqrt{s}}{aG - \frac{1}{2}\sqrt{a^2 - b^2}}$, &

$D =$

$$D = \frac{a^2G^2 - aG\sqrt{a^2-b^2} + \frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}b^2}{s\sqrt{\overline{a^2-b^2}^2 \times G^2 - G \times \frac{\overline{a^2-b^2}^{\frac{5}{2}}}{a} + \frac{1}{4} \times \overline{a^2-b^2}^2}}\text{; de sorte}$$

que si la pesanteur étoit constante, il faudroit que les vîtesses du fluide fussent comme les racines quarrées $\sqrt{s}$ des espaces parcourus, & que les densités fussent en raison inverse de ces mêmes espaces. Veut-on que le mobile, au lieu d'accélérer son mouvement, descende toûjours d'une vîtesse égale, malgré l'action continuelle de sa pesanteur, & l'impulsion du fluide? sa vîtesse $v = s^n$ étant constante, on aura $n = 0$, & les expressions générales $z = \frac{Gbs^n}{aG - ns^{2n-1}\sqrt{a^2-b^2}}$, &

$$D = \frac{a^2G^2 - 2naGs^{2n-1}\sqrt{a^2-b^2} + n^2a^2s^{4n-2} - n^2b^2s^{4n-2}}{s^{2n}\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{\overline{a^2-b^2} \times G^2 + \overline{a^2-b^2} \times n^2s^{4n-2} - \frac{2nGs^{2n-1}}{a} \times \overline{a^2-b^2}^{\frac{3}{2}}}}$$

se réduiront à $z = \frac{b}{a}$, & à $D = \frac{a^2G}{a^2-b^2}$. Ainsi nous voyons que pour qu'un grave trace, en tombant, une ligne droite oblique d'un mouvement uniforme, il faut que le fluide qui le pousse de côté, ait par-tout la même vîtesse $\frac{b}{a}$; qu'il ait en même temps ses densités proportionnelles aux pesanteurs du mobile; de sorte que si la pesanteur est constante, il faut que la densité du fluide le soit aussi.

Mais il sera peut-être bon de montrer ici comment cela se peut faire, que le mobile après avoir été jetté obliquement de haut en bas, continüe à se mouvoir en ligne droite & d'un mouvement uniforme, lorsqu'il est poussé de côté par un vent d'une certaine force: Car si le calcul algébrique est extrêmement propre à nous faire découvrir une infinité de choses, nous éprouvons souvent, & c'est ce qui arrive dans cette rencontre, qu'il n'en fournit pas toûjours l'explication ou le *pourquoy*. On n'a heureusement besoin ici que d'une legére attention pour suppléer à ce défaut. Si l'on compare la vîtesse du mobile avec celle du vent, on verra qu'elles sont

dans le rapport de l'unité à la fraction $\frac{b}{a}$, ou de *a* à *b*; de ſorte que pendant que le mobile parcourt l'eſpace *AB* & avance dans la détermination horiſontale de la quantité *EB*, le fluide avance horiſontalement d'une quantité préciſément égale *AH*. Mais après cela il n'eſt plus ſurprenant que le grave ſe meuve d'un mouvement uniforme : car le progrès horiſontal du vent & du mobile étant le même, ils ne ſe meuvent l'un par rapport à l'autre que ſelon *BH*, & que de la quantité conſtante repréſentée par cette ligne, conformément à ce que nous avons vû vers le commencement de ce Mémoire ; & de-là il ſuit que le vent ne pouſſe le mobile que de bas en haut, en ſens directement contraire à la peſanteur. C'eſt pourquoy il n'eſt plus beſoin que d'une ſeule choſe; il ſuffit que la denſité de l'air ſoit telle que l'impulſion ſelon *BH*, ſoit éxactement égale à la peſanteur du mobile : ces deux forces ſuſpendront enſuite mutuellement l'effet l'une de l'autre, & le mobile continüera par conſequent à ſe mouvoir, comme s'il n'avoit point de peſanteur, & qu'il ne fût expoſé en même temps à aucune action de la part du milieu.

XI. Enfin nous ſuppoſerons pour troiſiéme & dernier exemple, qu'un mobile qui n'a aucune force centrale inhérente, & qui n'a de peſanteur que celle que lui communique la force centrifuge du fluide, trace d'un mouvement uniforme un cercle *PAQA* (*Fig. 4.*) pendant que le milieu forme un tourbillon exactement circulaire, dont le centre *C* eſt différent de celui *R* de l'orbite *PAQA*, de la quantité *CR*: il s'agit de trouver les vîteſſes *z* & les diverſes denſités *D* que doit avoir le tourbillon à toutes les diſtances du point *C*. Afin de réſoudre ce probleme avec plus de facilité, nous ſuppoſerons que les impulſions du fluide ſont préciſément comme les vîteſſes : Cette ſuppoſition nous donnera $m = 1$, & l'équation générale

$$\overline{\frac{pzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm zvdv\sqrt{y^2-p^2}} \times \overline{z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}} = \frac{epz^2vdv}{y} \mp \frac{ez^2v^2dp}{y},$$

qui

doit nous fournir la valeur de z, comme nous l'avons vû dans l'Art. VIII. & à laquelle se réduit la formule

$$G = \frac{\overline{\frac{pzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm zvdv\sqrt{y^2-p^2}} \times \overline{z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}} \pm \frac{ez^2v^2dp}{y} - \frac{epz^2vdv}{y}}{\overline{yzds - pvds} \times \overline{z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}}},$$

lorsque la force centrale G est nulle, se convertira en $\frac{pzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm zvdv\sqrt{y^2-p^2} = \frac{epz^2vdv}{y} \mp \frac{ez^2v^2dp}{y}$, dans laquelle l'inconnuë n'a que deux dimensions. Si maintenant nous nommons a la vîtesse constante du mobile, & que nous prenions cette même lettre pour marquer le rayon de l'excentrique $PAQa$, & b pour marquer l'excentricité RC, nous aurons par la propriété du cercle; ds (AB) $= \frac{2aydy}{\sqrt{2a^2b^2 - a^4 - b^4 + \overline{2a^2+2b^2} \times y^2 - y^4}}$; $p\,(FC) = \frac{a^2-b^2+y^2}{2a}$, & $dp = \frac{ydy}{a}$; & si nous introduisons ces valeurs dans l'équation $\frac{pzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm zvdv\sqrt{y^2-p^2}$ $= \frac{epz^2vdv}{y} \mp \frac{ez^2v^2dp}{y}$, nous aurons $\frac{\overline{a^2-b^2+y^2} \times 2a^2zydy - 4a^4y^2dy}{2a^2b^2 - a^4 - b^4 + \overline{2a^2+b^2} \times y^2 - y^4}$ $= \frac{\mp 2a^2ez^2dy}{\sqrt{2a^2b^2 - a^4 - b^4 + \overline{2a^2+2b^2} \times y^2 - y^4}}$ qui se réduit à z^2 $\mp \frac{\pm a^2y \mp b^2y \pm y^3}{e\sqrt{2a^2b^2 - a^4 - b^4 + \overline{2a^2+2b^2} \times y^2 - y^4}} \times z =$ $= \frac{\pm 2a^2y^2}{e\sqrt{2a^2b^2 - a^4 - b^4 + \overline{2a^2+2b^2} \times y^2 - y^4}}$; équation du second degré, qui étant résoluë, nous donne $z =$

$$z = \frac{\mp a^2 y \pm b^2 y \mp y^3 \overset{\pm}{\pm} y \sqrt{a^4 - 2a^2b^2 + b^4 + 2a^2y^2 - 2b^2y^2 + y^4 \pm 8a^2 e\sqrt{2a^2b^2 - a^4 - b^4 + 2a^2y^2 + 2b^2y^2 - y^4}}}{2e\sqrt{2a^2b^2 - a^4 - b^4 + 2a^2y^2 + 2b^2y^2 - y^4}}.$$

Ainſi nous connoiſſons maintenant les diverſes vîteſſes que doit avoir le fluide à toutes les différentes diſtances y du centre C. Il ſuffit auſſi d'introduire cette valeur de z dans la formule $D = \frac{pvdv \mp v^2 dp}{\overline{yzds - pvds} \times \overline{z^2 - \frac{2p}{y} zv + v^2}^{-\frac{m-1}{2}}}$, & de faire les autres ſubſtitutions pour avoir l'expreſſion des denſités D en grandeurs connües. Si pour abréger, on ſuppoſe $c^2 = a^2 - b^2$ & $f^2 = a^2 + b^2$, il viendra

$$D = \frac{\pm ec^4 \mp 2ef^2y^2 \pm ey^4}{\mp c^2y^2 \mp y^4 \overset{\pm}{\pm} \sqrt{c^4y^4 + 2c^2y^6 + y^8 \pm 8a^2ey^4\sqrt{-c^4 + 2f^2y^2 - y^4}} - ec^2 - ey^2\sqrt{-c^4 + 2f^2y^2 - y^4}}$$

pendant que la valeur de z, que nous avons déja trouvée, ſe réduira à

$$z = \frac{\mp c^2 y \mp y^3 \overset{\pm}{\pm} y \sqrt{c^4 + 2c^2y^2 + y^4 \pm 8a^2e\sqrt{-c^4 + 2f^2y^2 - y^4}}}{2e\sqrt{-c^4 + 2f^2y^2 - y^4}}.$$

Il ne reſte donc plus maintenant qu'à attribuer à y quelle grandeur on voudra pour pouvoir découvrir la vîteſſe & la denſité que doit avoir le fluide à chaque diſtance du centre C. Lorſqu'on donne cependant à y l'une ou l'autre de ces deux valeurs $a + b$ ou $a - b$, qui lui appartiennent aux deux extrémités P & Q de la ligne des apſides, la formule

$$z = \frac{\mp c^2 y \mp y^3 \overset{\pm}{\pm} y \sqrt{c^4 + 2c^2y^2 + y^4 \pm 8a^2e\sqrt{-c^4 + 2f^2y^2 - y^4}}}{2e\sqrt{-c^4 + 2f^2y^2 - y^4}}$$

ne fait rien connoître, parce que le numérateur & le dénominateur du ſecond membre ſe réduiſent alors à zero. Mais le calcul différentiel nous fournit un moyen facile & connu de forcer cette formule de nous déceler la vérité dont elle nous fait une eſpece de ſecret, ou, ſi nous le voulons, nous n'avons qu'à recourir à l'équation du ſecond

degré, $z^2 + \frac{\pm a^2 y \mp b^2 y \pm y^3}{e\sqrt{2a^2b^2 - a^4 - b^4 + 2a^2y^2 + 2b^2y^2 - y^4}} \times z$ $= \frac{\pm 2a^2y^2}{e\sqrt{2a^2b^2 - a^4 - b^4 + 2a^2y^2 + 2b^2y^2 - y^4}}$ dont l'expreſſion de z eſt tirée. Dans cette équation le dénominateur du ſecond & du troiſiéme terme devient nul, lorſqu'on fait $y = a + b$ ou $= a - b$; & ſi l'on multiplie donc toute l'équation par ce dénominateur, le premier terme s'évanoüira, & on aura $\overline{\pm a^2 y \mp b^2 y \pm y^3} \times z = \pm 2a^2y^2$, qui ſe change par l'introduction de $a \pm b$ à la place de y, en $\overline{\pm 2a^2 \pm 2b^2} \times z = \pm 2a^3 \pm 2a^2 b$, dont on déduit $z = a$.

Ainſi on voit qu'aux deux extrémités de la ligne des apſides, la vîteſſe du fluide doit être égale à celle du mobile, & nous pouvons ajoûter ſur la foi de l'équation générale

$$\overline{\frac{pzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3dp}{\sqrt{y^2-p^2}} \pm zvdv\sqrt{y^2-p^2}} \times \overline{z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}} = \frac{epz^2vdv}{y} \mp \frac{ez^2v^2dp}{y}$$

que la même choſe doit arriver dans toutes les autres lignes courbes & dans toutes les hypotheſes poſſibles ſur le choc des fluides, non ſeulement lorſque le mobile ſe meut d'un mouvement uniforme, mais auſſi lorſque ſon mouvement eſt variable, pourvû que le *Maximum* & le *Minimum* de ſes vîteſſes ſe trouvent toûjours aux extrémités P & Q de la ligne des apſides. Pour ſe convaincre de cette vérité, on n'a qu'à conſidérer que Q & P étant les points de la plus grande & de la moindre vîteſſe, la différentielle dv doit y être nulle, conformément à la théorie des queſtions de *Maximis*. Cela ſuppoſé, nôtre équation générale ſe réduira à

$$\overline{\frac{pzv^2dp}{\sqrt{y^2-p^2}} - \frac{yv^3dp}{\sqrt{y^2-p^2}}} \times \overline{z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}} = \mp \frac{ez^2v^2dp}{y}$$

ou à $\overline{pz - yv} \times \overline{z^2 - \frac{2p}{y}zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}} = \mp \frac{ez^2\sqrt{y^2-p^2}}{y}$;

& si l'on fait attention que comme la ligne des apsides est perpendiculaire à la courbe, les lignes *CA* (y) & *CF* (p) qui sont très-différentes dans toutes les autres parties de l'orbite, se confondent en *P* & en *Q*, & deviennent égales, nous aurons $\sqrt{y^2 - p^2} = 0$, & nôtre équation se réduira à

$$\overline{yz - yv} \times \overline{z^2 - 2zv + v^2}^{\frac{m-1}{2}} = 0, \text{ \& à } yz = yv;$$

ce qui donne $z = v$, & ce qui nous apprend, comme nous l'avons dit, que la vîtesse du fluide doit être égale à celle du mobile en *Q* & en *P* aussi-tôt que ces deux points servent de termes à la plus grande & à la moindre vélocité du mobile. Le fluide d'ailleurs ne peut point avoir dans ce cas d'autre vîtesse, puisque z n'a que cette unique valeur; & il suit de là qu'aussi-tôt que z & v ne seront pas parfaitement égales dans les deux points dont il s'agit, qu'aussi-tôt, par exemple, que les vîtesses v du mobile seront en raison réciproque des distances *PC* & *QC* au point central *C*, pendant que les vîtesses z du fluide seront dans quelqu'autre rapport, comme, par exemple, en raison réciproque des racines quarrées des mêmes distances, ce sera une marque certaine que le *Maximum* & le *Minimum* de la vîtesse du mobile, au lieu de se trouver précisément en *Q* & en *P* dans les points qui représentent le périhélie & l'aphélie, se trouvent dans deux points un peu différents.

Mais ce qui est encore très-digne d'attention, c'est que si nous examinons les autres parties de la courbe *PAQa*, & que si nous cherchons les vîtesses & les densités qui sont nécessaires au fluide pour faire décrire au mobile cette courbe, nous trouverons qu'elles ne sont pas les mêmes pour la moitié *PAQ*, que pour la moitié *QaP*. Nous avons, par exemple, en particulier pour le cercle de la Figure 4.me

$$z = \frac{\mp c^2 y \mp y^3 \pm y \overset{\pm}{\pm} \sqrt{c^4 + 2c^2y^2 + y^4 + 8a^2 e \sqrt{-c^4 + 2f^2y^2 - y^4}}}{2e\sqrt{-c^4 + 2f^2y^2 - y^4}},$$

expression dans laquelle les signes supérieurs sont toûjours

pour la descente du mobile, & les autres pour la montée; & l'endroit où il y a quatre signes, marque que dans l'une & dans l'autre rencontre, on peut mettre également $+$ ou $-$; parce que dans chaque cas z a deux valeurs. C'est-à-dire donc que lorsque le mobile parcourt le demi-cercle *PAQ*, on a

$$\frac{-c^2y-y^3+y\sqrt{c^4+2c^2y^2+y^4+8a^2e\sqrt{-c^4+2f^2y^2-y^4}}}{2e\sqrt{-c^4+2f^2y^2-y^4}}$$

pour la premiére valeur de z qui est positive, &

$$\frac{-c^2y-y^3-y\sqrt{c^4+2c^2y^2+y^4+8a^2e\sqrt{-c^4+2f^2y^2-y^4}}}{2e\sqrt{-c^4+2f^2y^2-y^4}},$$

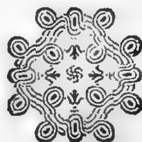
pour la seconde qui est négative. D'où il suit qu'il n'importe en quel sens le tourbillon circule autour du centre *C*, ou de *A* vers *H*, ou de *H* vers *A*, pour que le mobile trace le demi-cercle *PAQ* d'un mouvement uniforme. Quant à l'autre moitié *QaP*, les deux valeurs de z sont

$$\frac{+c^2y+y^3+y\sqrt{c^4+2c^2y^2+y^4-8a^2e\sqrt{-c^4+2f^2y^2-y^4}}}{2e\sqrt{-c^4+2f^2y^2-y^4}}, \&$$

$$\frac{+c^2y+y^3-y\sqrt{c^4+2c^2y^2+y^4-8a^2e\sqrt{-c^4+2f^2y^2-y^4}}}{2e\sqrt{-c^4+2f^2y^2-y^4}},$$ qui

sont toutes deux positives; de sorte que le fluide peut avoir encore deux différentes vîtesses, sans pouvoir circuler en deux divers sens. Mais qu'on l'observe maintenant avec soin, les vîtesses, pour une moitié, ne sont pas les mêmes que pour l'autre, & on trouve également de la différence dans les densités. Il est donc certain que l'excentrique *PAQa* ne peut point être décrit en entier d'un mouvement uniforme dans le même tourbillon circulaire; & ce qui est très-remarquable, c'est que toutes les lignes courbes qui sont coupées en deux également par leur axe *PQ*, sont précisément dans le même cas, puisque leurs deux moitiés exigent toûjours diverses densités dans le fluide. Non-seulement ces courbes

ne peuvent pas être tracées en entier d'un mouvement uniforme; mais même leurs parties correspondantes de part & d'autre de la ligne des apsides, ne peuvent pas être parcouruës avec des vîtesses égales. En effet, si les quantités qui entrent dans nos expressions de la vîtesse & de la densité du fluide sont exactement les mêmes pour un côté que pour l'autre, la diversité des signes dont ces quantités sont affectées, selon que le mobile trace l'une ou l'autre moitié de la courbe, doit seule produire toûjours une grande différence, & la porter même quelquesfois assés loin, pour rendre négatives les grandeurs qui devroient être positives. Il est clair aussi que pour qu'il y eût une parfaite conformité dans le mouvement du mobile de part & d'autre de la ligne *PQ*, il faudroit que l'action fût précisément la même d'un côté que de l'autre, afin de produire les mêmes changements, quoique dans un ordre renversé. Mais dans la moitié *PAQ*, le fluide s'oppose par son impulsion à la pesanteur qu'il produit par sa force centrifuge; au lieu que dans l'autre moitié ces deux puissances agissent de concert. Elles ne forment donc pas la même force totale; & de-là il suit que la vîtesse du mobile ne doit pas diminuer d'un côté par les mêmes degrés qu'elle a augmenté de l'autre, & que la courbure ne doit pas non plus être la même.



TROISIEME

g. 416.

Fig. 3.

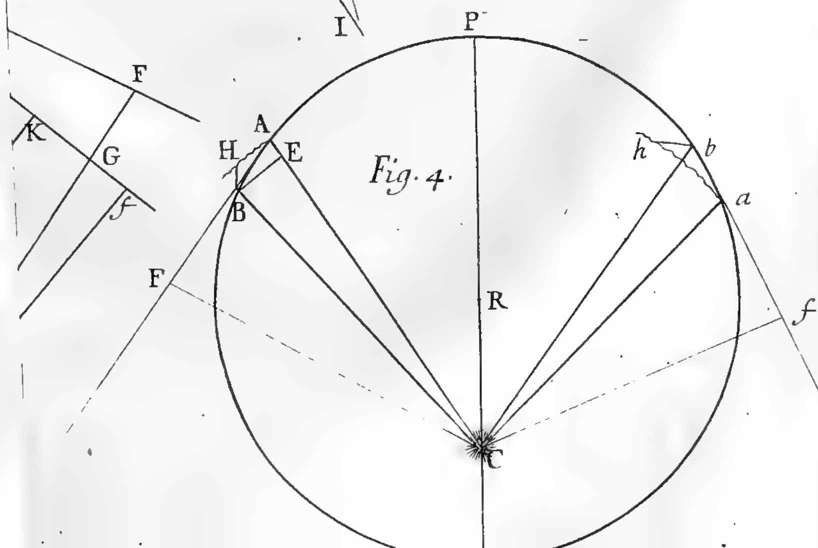


Fig. 4.

Fig. 1

Fig. 3.

Fig. 2.

Fig. 4

TROISIÉME MÉMOIRE SUR L'AIMANT.

Par M. DU FAY.

ON ne sçauroit examiner avec trop d'attention les faits que l'on rapporte sur la foi des Auteurs qui meritent le plus de confiance par l'exactitude qu'ils semblent avoir apportée dans les expériences qu'ils ont faites. Dans le second Mémoire sur l'Aimant que je donnai l'année derniére à l'Académie, je ne hésitai pas à dire après Descartes, Gilbert, & plusieurs autres bons Auteurs, que le pole de l'Aimant qui se dirige vers le Nord leve plus de Fer que l'autre, & j'en apportai pour preuve l'expérience si commune qui se fait en plongeant une Pierre d'Aimant dans la limaille; cependant je ne m'en tins pas à la raison que donne Descartes, & j'attribuai cette superiorité à ce que (dans le systeme d'un seul courant que je tâche d'établir dans ce Mémoire) la matiere sortant de la Pierre par ce pole étoit plus réünie, & par conséquent agissoit avec plus de force qu'autour de l'autre pole, dans lequel elle entroit indifferemment par tous les points voisins, en sorte que la matiere étant plus dispersée, son action se trouvoit necessairement plus foible. Ce raisonnement est plausible, & il est clair qu'à vertu égale le pole de sortie doit aimanter plus vivement que l'autre un morceau d'Acier, & lui communiquer plus de vertu, parce que ce torrent de matiere réünie en sortant, a plus de force pour renverser les poils, ou branches des pores du Fer, qu'elle n'en a au pole d'entrée, comme je l'ai fait voir plus au long dans ce Mémoire. 22 Decemb. 1731.

C'étoit donc là tout ce que je devois naturellement conclurre de mon explication : mais trouvant que les meilleurs Auteurs assûroient que ce même pole qu'ils appellent *Austral*,

& que je nomme *pole de ſortie*, ou qui ſe dirige au Nord, levoit plus de Fer que l'autre; voyant d'ailleurs que ce fait n'étoit conteſté par perſonne, & regardant comme déciſive l'expérience faite avec la limaille, je n'ai pas balancé à regarder cette réünion de la matiére au pole de ſortie comme la raiſon de ce qu'il levoit plus de Fer, croyant la plus grande vertu communicative, neceſſairement liée avec la plus grande vertu attractive.

Le raiſonnement auroit pû me déſabuſer, comme nous le verrons dans la ſuite, mais ç'a été le pur haſard. J'avois avancé dans mon Mémoire de 1730. que la proximité du pole boréal de la Terre n'étoit point (comme le dit Deſcartes) ce qui augmente la force du pole auſtral des Pierres, & j'avois dit que je doutois fort que ce même pole ne conſervât ſa ſupériorité de l'autre côté de l'Equateur; l'envie que j'ai eûë de vérifier cette conjecture m'a fait chercher les moyens de faire cette expérience avec juſteſſe, & de meſurer avec toute l'exactitude poſſible la force de chacun des poles d'un Aimant, ou d'un Acier aimanté.

Cela me parut d'abord la choſe du monde la plus facile, mais lorſque j'ai voulu en venir à un certain degré de préciſion, j'ai trouvé de ſi grandes difficultés dans l'exécution, que j'avoüe que j'ai été pluſieurs fois tenté de l'abandonner.

J'ai d'abord conſtruit une petite balance telle qu'on la voit
Figure 1. dans la Fig. 1.re à l'extrémité de l'un des bras étoit un baſſin pour recevoir les poids, & à l'autre une boule de Fer de 8. lignes de diametre, je ne m'étois pas ſervi d'abord d'une boule de Fer, mais d'un petit cylindre qui me fit faire un grand nombre d'expériences inutiles, car le bout inférieur de ce Cylindre s'aimantoit en touchant la lame d'Acier, & cela cauſoit des variétés infinies; enfin la boule ſuſpendüe remedia parfaitement à cet inconvénient, & je me ſuis aſſûré par des expériences inconteſtables, qu'elle n'acquiert aucune vertu magnétique. Le long de la tige qui ſoûtenoit le fleau de la balance couloit une pince que je fixois par le moyen d'une vis à la hauteur que je voulois, & j'aſſujettiſſois dans cette

pince une lame d'Acier que j'aimantois de différentes maniéres. Il n'entroit dans la construction de cette balance aucun morceau de Fer, de crainte que cela n'apportât du dérangement dans les expériences.

La forme qu'il m'a fallu donner à ces lames d'Acier n'étoit pas aussi indifférente qu'elle paroît devoir l'être, j'ai essayé de plusieurs, & la seule qui m'ait paru n'avoir pas d'inconvénients considérables, est celle qu'on voit Figure 2. les deux bouts étant parfaitement bien arrondis sur tous les sens, aussibien que la partie inférieure de la boule, afin que le contact fut plus exact, & plus uniforme. Figure 2.

Dans chaque expérience je plaçois la pince en sorte que le fleau de la balance fût bien horisontal lorsque la boule appuyoit sur l'extrémité de la lame, & la boule étoit à la distance du centre du fleau telle, qu'elle répondoit precisément sur le bout de la lame posée bien perpendiculairement. Toutes ces attentions paroîtront peut-être superfluës à ceux qui ne sont pas accoûtumés à la pratique des expériences de Physique, mais j'ose dire qu'elles sont si nécessaires dans le cas présent, que ma patience a été mise aux plus rudes épreuves pour ne les avoir pas toutes imaginées d'abord.

Lorsque j'ai voulu me servir de la même machine pour mesurer la force des poles de différents Aimants, on conçoit aisément qu'il m'a fallu recourir à différents expédients, suivant la forme, ou le volume de ces Aimants; mais quelques précautions que j'aye prises, j'ai trouvé des variétés infinies lorsque je voulois m'assûrer des expériences en les répétant plusieurs fois; la boule d'Acier glissoit sur les armures de l'Aimant, & selon le plus ou moins de force du point de l'armure qu'elle touchoit, elle s'y attachoit plus ou moins fortement, enfin je n'ai rien pû déterminer exactement par cette voye sur la force des poles des Aimants, si ce n'est de quelques-uns dont un pole étoit tellement supérieur à l'autre, que malgré ces variétés la différence en étoit sensible, mais il s'est trouvé très-peu d'Aimants dans ce cas, & cette machine qui paroissoit promettre tant de justesse, ne m'a pû servir qu'avec

les lames d'Acier aimantées, encore falloit-il pour qu'il y eût de l'uniformité dans les expériences, qu'elles fussent telles qu'on les voit Fig. 2. ainsi que je l'ai déja dit. J'eus donc recours à une autre voye, & je crûs que je connoîtrois plus précisement la force de chaque pole d'un Aimant par la distance de laquelle il feroit impression sur une Aiguille aimantée : voici les mesures que je pris pour faire ces expériences avec la plus grande exactitude.

Je fis faire plusieurs Aiguilles de différentes formes, les unes de six pouces, & les autres de quatre pouces de long; je disposai sur une grande table très solide, très unie, & dans le voisinage de laquelle il n'y avoit aucun morceau de fer, deux demi-cercles; l'un de quatre pouces de diametre étoit divisé en degrés, & l'autre de six pouces l'étoit en demi-degrés; chacun de ces demi-cercles avoit à son centre un pivot très delié: Je les plaçai ensorte qu'une Aiguille aimantée s'arretât sur le diametre; il est aisé de voir que pour cela je n'avois qu'à tourner le demi-cercle, en sorte que son diametre se trouvât dans la ligne de déclinaison; mais je ne fus pas peu surpris de voir qu'elles ne s'arrétoient pas toutes exactement dans la même direction, c'est-à-dire, qu'elles n'avoient pas toutes la même déclinaison; c'étoit leurs différentes formes qui faisoient cette différence, enfin sans donner ici le détail de celles qui m'ont fait faire des expériences équivoques, je dirai seulement que celles qui m'ont le mieux réüssi, dont la déclinaison a toûjours été la même, & auxquelles je me suis par conséquent arrêté, avoient les deux bouts droits, tout unis & semblables; j'ai aimanté à l'ordinaire deux Aiguilles de cette sorte, l'une de six pouces & l'autre de quatre, je les ai placées sur les pivots des demi-cercles, & j'ai posé par dessus une glace supportée par un cercle de bois afin de garantir les Aiguilles de l'agitation de l'air.

J'avois pris encore une précaution afin de connoître dans la derniere justesse la distance à laquelle j'approcherois les Aimants; j'avois tiré sur la table une ligne qui passoit par le centre du demi-cercle, & qui coupoit à angles droits la ligne

de déclinaiſon, cette ligne étoit diviſée en pieds, en pouces & même en lignes dans les endroits où je pouvois en avoir beſoin : Il y avoit une pareille ligne tracée à chacune des deux eſpeces de Bouſſoles que je viens de décrire, & c'eſt ſur ces lignes que je poſois les Pierres d'Aimant, ou les lames aimantées, ſoit en les approchant, ſoit en les éloignant des Aiguilles.

On verra dans la Table ſuivante le détail des expériences que j'ai faites ſur ce principe, & avec différents Aimants; & on ſe ſouviendra que je nomme toûjours *pole d'entrée* celui qui ſe dirige au Sud; & *pole de ſortie* celui qui ſe dirige au Nord.

TABLE DES DISTANCES auxquelles différents Aimants ont attiré les Aiguilles.

Expériences faites avec une petite Pierre de forme aſſés irrégulière, mais de bonne qualité, & qui leve environ deux livres.

Sur l'Aiguille de ſix pouces de long.

A 10 pouces de diſtance ſon pole d'entrée attiroit l'Aiguille de . . . . 4ᵈ 30′.
Celui de ſortie l'attiroit de 2 30.

A 8 pouc. le pole d'entrée de . . . . 8ᵈ 30′.
L'autre de . . . . 5 20.

A 6 pouc. le pole d'entrée de . . . . 17ᵈ 30′.
L'autre de . . . 12 40.

A 5 pouc. le pole d'entrée de. . . . . 80ᵈ 30′.
L'autre de . . . 22 40.

A 4 pouc. le pole d'entrée de. . . . . 88ᵈ 0′.
L'autre de . . . 86 50.

Sur l'Aiguille de quatre pouces.

A 10 pouces de diſtance ſon pole d'entrée attiroit l'Aiguille de . . . . 2ᵈ 0′.
Celui de ſortie l'attiroit de 9 20.

A 8 pouc. le pole d'entrée de. . . . . 5ᵈ 30′.
L'autre de . . . 14 0.

A 6 pouc. le pole d'entrée de . . . . 14ᵈ 40′.
L'autre de . . . 26 30.

A 5 pouc. le pole d'entrée de . . . . 26ᵈ 10′.
L'autre de . . . 54 30.

A 4 pouc. le pole d'entrée de . . . . 62ᵈ 50′.
L'autre de . . . 85 20.

Expériences faites avec un Aimant veiné de rouge, de forme régulière, mais foible.

Sur l'Aiguille de six pouces.

A 12 pouces le pole d'entrée l'attiroit de .... 2^d 0'.
L'autre de .... 1 10.

A 8 pouc. le pole d'entrée de .... 7^d 0'.
L'autre de .... 4 10.

A 6 pouc. le pole d'entrée de.... .... 14^d 10'.
L'autre de... 9 50.

A 5 pouc. le pole d'entrée de.............. 28^d 10'.
L'autre de... 16 0.

A 4 pouces & demi le pole d'entrée de....... 84^d 20'.
L'autre de... 21 30.

Sur l'Aiguille de quatre pouces.

A 12 pouces le pole d'entrée l'attiroit de......... 1^d 0'.
L'autre de.... 2 40.

A 8 pouc. le pole d'entrée de .... 4^d 40'.
L'autre de... 12 10.

A 6 pouc. le pole d'entrée de .... 13^d 40'.
L'autre de... 18 10.

A 5 pouc. le pole d'entrée de.............. 18^d 20'.
L'autre de... 34 30.

A 4 pouces & demi le pole d'entrée de .... 51^d 50'.
L'autre de ... 76 30.

Expériences faites avec un bon Aimant artificiel.

Sur l'Aiguille de six pouces.

A 4 pieds de distance le pole d'entrée l'attiroit de.... 0^d 30'.
L'autre de .... 0 30.

A 3 pieds le pole d'entrée de .... 2^d 0'.
L'autre de .... 1 30.

A 2 pieds le pole d'entrée de .... 7^d 20'.
L'autre de .... 4 20.

A 18 pouc. le pole d'entrée de.............. 14^d 0'.
L'autre de... 39 40.

A 11 pouc. le pole d'entrée de.............. 48^d 30'.
L'autre de ... 39 40.

A 8 pouc. le pole d'entrée de .... 75^d 30'.
L'autre de ... 67 40.

Sur l'Aiguille de quatre pouces.

A 2 pieds le pole d'entrée l'attiroit de........ 3^d 10'.
L'autre de .... 9 40.

A 18 pouc. le pole d'entrée de.............. 10^d 40'.
L'autre de... 16 20.

A 8 pouc. le pole d'entrée de.............. 60^d 10'.
L'autre de... 71 20.

A 4 pouc. le pole d'entrée de .... 83^d 40'.
L'autre de... 89 20.

Expériences faites avec une Pierre qui leve 77 liv. & demie.

Sur l'Aiguille de six pouces.	*Sur l'Aiguille de quatre pouces.*
A 5 pieds le pole d'entrée l'attiroit de .... $4^{d}\ 30'$.	A 5 pieds le pole d'entrée l'attiroit de .... $1^{d}\ 30'$.
L'autre de .... 2 40.	L'autre de .... 7 30.
A 4 pieds le pole d'entrée de .... $9^{d}\ 10'$.	A 4 pieds le pole d'entrée de .... $6^{d}\ 0'$.
L'autre de .... 6 10.	L'autre de... 12 40.
A 3 pieds le pole d'entrée de .... $20^{d}\ 10'$.	A 3 pieds le pole d'entrée de .... $15^{d}\ 20'$.
L'autre de... 17 50.	L'autre de... 23 20.
A 2 pieds le pole d'entrée de .... $71^{d}\ 10'$.	A 2 pieds le pole d'entrée de............... $44^{d}\ 20'$.
L'autre de... 45 40.	L'autre de... 54 30.
A un pied le pole d'entrée de.............. $83^{d}\ 10'$.	A un pied le pole d'entrée de .... $77^{d}\ 20'$.
L'autre de... 82 0.	L'autre de... 86 40.

Chacune de ces expériences a été répétée cinq fois, & lorſqu'il s'eſt trouvé quelque différence, j'ai pris le terme moyen de celles qui approchoient le plus les unes des autres.

J'avouë que je croyois cette méthode ſûre pour connoître lequel des deux poles d'un Aimant avoit plus de vertu que l'autre, & que je n'imaginois pas que le différent degré de vertu des deux bouts de l'Aiguille fût capable d'y apporter un dérangement ſenſible, mais il eſt arrivé tout le contraire, & ces expériences prouvent inconteſtablement que la ſupériorité de l'un des poles de chaque Aimant n'a fait aucun effet ſenſible, & que ç'a été uniquement celle de l'un des bouts de l'Aiguille ſur l'autre qui l'a fait approcher de l'Aimant plus près que l'autre. La preuve en eſt que dans toutes les expériences, & avec toutes les Pierres d'Aimant dont je me ſuis ſervi, le pole d'entrée a paru avoir plus de force que l'autre quand l'expérience s'eſt faite avec la grande Aiguille; & que lorſque j'ai fait les mêmes expériences avec l'Aiguille de quatre pouces, ç'a toûjours été le pole de ſortie qui a paru le plus fort, quoique dans l'un & dans l'autre cas, je me ſois ſervi des

mêmes Aimants; ainsi il demeure pour constant que la grande Aiguille avoit plus de vertu dans le bout qui se dirigeoit au Nord, & que la petite au contraire en avoit plus dans l'autre: j'avois cependant touché ces Aiguilles le plus également qu'il m'étoit possible; & depuis j'ai encore fait de mon mieux pour aimanter d'autres Aiguilles, ou les mêmes, en sorte que la vertu des deux bouts fût égale; mais tant de causes différentes concourrent à cette inégalité, qu'il m'a paru impossible d'y remédier. J'ai donc renoncé à connoître par cette voye quel pole d'un Aimant a plus de force que l'autre; mais avant que d'en venir aux autres moyens dont je me suis servi, il est bon de faire une remarque sur la Table précédente.

On sera étonné sans doute de voir qu'avec l'Aiguille de six pouces, la différence du chemin qu'elle fait est médiocre, à mesure qu'on en approche les poles de la Pierre; & que dès qu'elle s'est éloignée d'environ 26, ou 27 degrés de la ligne de direction, elle fait un saut considérable venant tout d'un coup vers 70, ou 75 degrés, après quoi elle revient à ne faire que très-peu de chemin; cette observation m'a donné beaucoup de peine, mais l'ayant examinée avec toute la précision possible, & ayant remarqué que la même chose n'arrivoit pas si subitement avec l'Aiguille de 4 pouces; j'ai reconnu que c'étoit une cause purement méchanique qui opéroit cette espéce d'irrégularité. La Pierre ne fait faire à l'Aiguille qu'un petit nombre de degrés à chaque fois qu'on l'approche, jusqu'à ce qu'étant parvenüe à une certaine inclinaison, le bout de l'Aiguille se trouve plus enfoncé dans le tourbillon de la Pierre, que le milieu du bras sur lequel ce tourbillon avoit agi jusqu'alors, la même force se trouve donc appliquée à un bras de levier beaucoup plus long, elle agit par conséquent avec plus d'avantage, & le bout de l'Aiguille s'avançant toûjours vers le centre du tourbillon où son action est la plus forte, l'Aiguille est attirée jusqu'à ce que la résistance causée par sa direction naturelle devienne insurmontable. Lorsqu'elle est parvenüe-là, c'est-à-dire, vers 70 ou 75 degrés, on a beau approcher la Pierre, l'Aiguille ne peut

peut plus faire que très-peu de chemin vers le centre du tourbillon, par conſéquent elle recommence à marcher lentement comme elle avoit fait d'abord. Cette inégalité eſt bien moins ſenſible lorſqu'on ſe ſert de la petite Aiguille, parce que le bras de levier eſt moins long, & avec une Aiguille d'un pouce, ou un pouce & demi de long, on ne s'en apperçoit point du tout, ce qui eſt ſi naturel que cela n'a pas beſoin d'une plus longue explication.

Voulant abſolument connoître par une expérience déciſive la force des deux poles d'un Aimant, je fis faire une Aiguille de cuivre longue de 6 pouces & toute unie; elle avoit à l'une de ſes extrémités une boule d'acier de 2 lignes de diametre, & à l'autre une boule de cuivre de pareille peſanteur. Cette Aiguille, comme on le juge bien, n'affectoit aucune direction; je voulus m'aſſûrer ſi elle étoit entiérement incapable d'acquérir aucune vertu magnétique, & pour cela je la ſuſpendis par la boule d'acier à chacune des deux armures d'une très-bonne pierre, elle demeura pluſieurs heures ſucceſſivement à l'une, & à l'autre, & l'ayant miſe à chaque fois ſur ſon pivot ſur lequel elle étoit très-libre, elle me parut demeurer indifféremment dans tous les points de l'horiſon où elle s'arrêtoit, après avoir été miſe en mouvement.

J'étois donc ſûr d'avoir une Aiguille ſur laquelle il n'y avoit que la différente force des poles de l'Aimant qui pouvoit opérer différemment, puiſqu'elle étoit dénuée de toute vertu, & qu'elle n'étoit pas ſuſceptible d'en acquérir par l'approche de l'Aimant; mais j'y trouvois encore un inconvénient, c'eſt que j'avois beaucoup de peine à l'arrêter dans la direction où je voulois, à cauſe de ſon extrême mobilité, & que la moindre agitation de l'air l'en faiſoit écarter.

J'imaginai, pour y remédier, d'y ajuſter un reſſort ſpiral de montre qui la contenoit avec une force modérée dans la direction que je voulois. Pour rendre cette direction encore plus préciſe, j'avois attaché au pied du pivot une eſpéce de petite équerre de cuivre contre laquelle s'arrêtoit l'Aiguille, lorſque je n'en approchois point d'Aimant; & lorſque je l'en

approchois, la boule d'acier étant attirée, l'Aiguille bandoit le ressort spiral à proportion de sa proximité, ou de sa force; & dès que je retirois la Pierre, le ressort spiral ramenoit l'Aiguille, & la petite équerre la retenoit dans sa direction ordinaire.

Pour ajuster ce ressort spiral à l'Aiguille, j'avois fixé son bout intérieur au pivot, de la même maniére qu'il l'est au balancier des montres ordinaires, & j'avois contourné son bout extérieur en forme d'un petit anneau d'environ demi-ligne de diamétre. L'Aiguille portoit à une distance convenable de la chappe une petite cheville de cuivre qui se plaçoit librement dans cet anneau, & alors le ressort spiral menoit l'Aiguille. On peut voir la machine ajustée dans la Fig. 3.e Lorsque je voulois me servir de la même Aiguille sans ressort spiral, je l'enlevois simplement, & la mettois sur un autre pivot, ou je la laissois sur le même, mais sans engager la petite cheville dans l'anneau du ressort spiral.

Figure 3.

J'ai été obligé de donner la description de cette méchanique quoique fort simple, parce que je n'y suis parvenu qu'après bien des tentatives dont je supprime ici le détail, & que d'ailleurs elle est nécessaire pour bien entendre les expériences que je rapporterai dans la suite.

Je fus obligé encore pour plus de précision d'ajoûter au-delà de chacune des petites boules une pointe de cire, afin que ces pointes marquassent exactement les degrés & les portions de degrés; ayant donc disposé l'Aiguille, le ressort spiral, le pivot, & la cheville de cuivre contre laquelle le ressort s'appuyoit, en sorte qu'elle étoit fixée sur la premiére division du demi-cercle, je tirai sur la table une ligne qui tomboit à angle droit sur l'extrémité de l'Aiguille, & qui répondoit au centre de la boule d'acier; je divisai cette ligne en pouces, en lignes, & en parties de lignes, & ces divisions me marquoient au juste la distance à laquelle j'approchois de la boule d'acier les poles des différents Aimants.

Les premiéres expériences que j'ai faites, l'ont été avec un gros Aimant dont j'ai parlé plus d'une fois, & qu'il est bon de décrire; il pese neuf livres, désarmé, sa forme est réguliére,

les poles sont très-bien disposés, & il est armé avec deux fortes coquilles creusées, & bien exactement appliquées sur les poles; je lui ai vû lever jusqu'à 77 livres & demie, & je ne m'apperçois pas qu'il ait rien perdu de sa force. On a pû voir dans la Table précédente qu'à 5 pieds de distance son pole d'entrée attire la grande Aiguille d'environ 4 degrés & demi. Mais son action est bien moindre dans l'expérience présente, car la petite boule d'acier donne bien peu de prise à la matiére magnétique, & la résistance du ressort spiral ne laisse pas de faire un objet assez considérable, ainsi son action ne faisoit d'effet sensible sur l'Aiguille qu'à 3 pouces de distance.

A 3 pouces le pole d'entrée l'attiroit de.... 0^{d} 20'.
L'autre, a la même distance de 0^{d} 5'.
A 2 pouces 6 lignes le pole d'entrée...... 2^{d} 50'.
L'autre .... 2^{d} 20'.
A 2 pouces le pole d'entrée .... 14^{d} 50'.
L'autre .... 12^{d} 20'.

A un pouce onze lignes & un quart le pole d'entrée l'attiroit jusqu'à ce que la pointe de cire de la boule touchât l'armure, au lieu qu'à la même distance le pole de sortie ne l'attiroit que de 17 degrés, & qu'il falloit l'approcher jusqu'à un pouce 10 lignes $\frac{1}{2}$ pour qu'il attirât l'Aiguille jusqu'au même point : j'ai fait cinq fois les mêmes expériences, & en différents temps, sans avoir trouvé que quelques minutes de variation; ainsi il demeure pour constant que dans cet Aimant le pole qui se dirige au Sud, c'est-à-dire, le pole d'entrée, ou le pole boréale, a plus de vertu attractive que l'autre.

Lorsque j'avois tenté de reconnoître avec la balance lequel des deux poles de ce même Aimant avoit le plus de force, il m'avoit paru de même, que ce même pole levoit plus pesant que l'autre; mais il y avoit eû tant de variétés dans les expériences, que je ne pouvois pas regarder comme une chose entiérement assûrée, que dans tout Aimant le pole qui attiroit la boule de plus loin, soûtînt aussi le plus grand poids; il semble néantmoins que l'un soit une conséquence de l'autre si nécessaire, qu'à peine croit-on devoir s'en assûrer par

l'expérience, cependant je voulus l'eſſayer avec les lames d'acier dont j'ai parlé; j'étois en état de m'aſſûrer par la balance du poids que pouvoit ſoûtenir chacun de leurs poles bien plus exactement qu'avec les pierres d'Aimant, & en approchant enſuite leurs poles ſucceſſivement de l'Aiguille à boule d'acier, je voyois facilement lequel l'attiroit de plus loin.

Je pris donc une lame de la figure 2, je l'aimantai en la poſant ſimplement ſur les armures de la groſſe pierre, & la détachant le plus parallelement qu'il me fut poſſible, le bout *A* qui étoit ſon pole d'entrée, ou qui ſe dirigeoit au Sud, attiroit la boule de plus loin que l'autre, & levoit 9 gros $\frac{1}{2}$, au lieu que l'autre ne levoit que 5 gros 12 grains.

J'ai retouché la lame du même ſens, *A* levoit une once 5 gros, & *B* une once un gros & demi.

J'ai laiſſé la lame ſur les armures de la Pierre pendant huit heures, en ſorte que *A* fut toûjours le pole d'entrée, il levoit une once 6 gros 6 grains, & *B* une once un gros 34 grains; on voit que le bout *A* levoit toûjours un poids plus conſidérable que l'autre.

J'ai retouché la lame en ſens contraire, en ſorte que le bout *B* étoit le pole d'entrée, il ne leva que 6 gros 62 grains, & *A* une once 3 gros 54 grains; ainſi le bout *A* quoique d'une vertu contraire à celle qu'il avoit dans les trois expériences précédentes, levoit encore plus peſant que l'autre, je refis cette expérience trois fois comme j'avois fait l'autre, & le bout *A* conſerva toûjours la même ſupériorité, & à peu près dans la même proportion.

Je rechangeai les poles de la lame en la touchant en ſens contraire, *A* redevint celui d'entrée, il leva une once 5 gros 12. grains, & *B* 7 gros 60 grains, l'expérience fut refaite encore trois fois, & toûjours avec le même ſuccès, c'eſt-à-dire, que le bout *A* leva toûjours plus peſant que l'autre. Je changeai à cinq repriſes différentes les poles de la lame, & il n'y eut que quelque variété dans la force des poles, mais la proportion fut toûjours à peu-près la même, & le bout *A* acquit toûjours plus de vertu, ſoit qu'il ſe dirigeât au

Nord, ou au Sud; d'où il résulte que ce ne fut, ni la proximité du pole boréal de la Terre, ni l'entrée ou la sortie de la matiére magnétique qui furent cause de la supériorité de vertu d'un des bouts de la lame; cette différence ne peut donc venir que de la disposition des parties internes de la lame, dont un bout s'est trouvé plus de disposition que l'autre à acquérir la vertu magnétique.

Comme le but que j'avois dans cette expérience, étoit de comparer la force qu'avoient les poles de la lame pour soûtenir un poids, à celles qu'ils avoient pour attirer de loin la boule d'acier de l'Aiguille dont j'ai parlé, chaque fois que j'avois changé les poles de la lame, ou que je l'avois retouchée en même sens, j'allois présenter successivement ses deux poles à la boule d'acier, & je ne fus pas peu surpris lorsque je reconnus, à n'en pouvoir douter, que le bout *A* qui avoit toûjours levé le poids le plus considérable, n'attiroit pas toûjours la boule de plus loin; cela changea au contraire toutes les fois que je changeai les poles de la lame, & ce fut toûjours constamment le pole de sortie, c'est-à-dire, celui qui se dirige au Nord, qui attira la boule de plus loin.

Si la même chose fût arrivée en me servant d'autres lames d'acier, on auroit pû en tirer quelques conjectures rélatives à la direction du courrant de la matiére magnétique, mais une seconde lame que j'essayai, & dont la forme étoit semblable à celle de la premiére, se trouva soûtenir, à très-peu de chose près, le même poids par chacun de ses bouts, quelque direction que je leur eusse donnée, & quelque changement que j'y eusse fait à diverses reprises; & lorsque je présentai successivement les deux bouts de cette lame à la boule d'acier de l'Aiguille à ressort spiral, il se trouva que celui des deux bouts qui se dirigeoit au Sud, où le pole d'entrée, l'attiroit toûjours de plus loin que l'autre, ce qui est précisément le contraire de ce qui étoit arrivé avec la premiére lame. Les mêmes expériences faites avec d'autres lames, m'ont fourni de pareilles variétés, en sorte qu'il demeure pour constant que la faculté de soûtenir un plus grand poids, n'a aucune liaison avec celle

d'attirer le fer de plus loin, & que l'une & l'autre ne dépendent nullement de la direction de l'acier aimanté, mais seulement du plus ou moins de disposition à acquérir l'une de ces deux vertus magnétiques, qui se trouve dans l'arrangement intérieur de ses parties.

Il est facile de concevoir que le pole d'une lame ou d'un Aimant qui soûtient le moins de fer, peut cependant l'attirer de plus loin : car c'est la réünion ou la dispersion du torrent de la matiére à l'entrée ou à la sortie de l'Aimant, qui détermine la distance à laquelle il fait impression sur le fer; mais c'est la plus grande ou la moindre quantité de matiére qui le pénétre, qui cause sa force pour soûtenir le poids du fer, & l'on voit aisément que ces deux causes peuvent très-souvent être séparées l'une de l'autre.

On ne peut donc point dire que la proximité du pole boréal de la Terre augmente dans les Pays Septentrionaux, la force du pole austral de l'Aimant, puisque nous voyons, par tous les faits que je viens de rapporter, que ce pole austral que j'appelle *pole de sortie,* se trouve souvent plus foible que l'autre.

Je dois cependant avoüer ici que l'expérience que j'avois apportée dans mon second Mémoire, comme une preuve contre l'explication de Descartes n'étoit pas assés concluante: car je m'étois contenté de plonger un Aimant dans la limaille, & j'avois vû que l'approche d'un autre Aimant ne lui en avoit point fait porter davantage, & ne lui en avoit point fait lâcher de celle qui y étoit attachée; mais j'ai refait depuis cette expérience avec bien plus d'exactitude à l'aide de ma petite balance, & j'ai reconnu qu'en approchant du pole d'une lame aimantée chargée de tout ce qu'elle peut porter le pole de même nom d'une autre lame, elle laisse tomber son poids, au lieu que sa vertu augmente, & qu'on la peut charger davantage si l'on en approche le pole de différent nom; ainsi le raisonnement de Descartes seroit juste, si le fait dont il veut rendre raison par-là se trouvoit vrai, & qu'il fût possible que la vertu du pole boréal de la Terre pût faire un effet assés sensible; mais nous avons vû par les expériences rapportées

dans ce Mémoire, que le pole auſtral des lames aimantées n'a aucun avantage ſur l'autre. Je me ſuis principalement arrêté aux lames aimantées, parce que l'acier paroît formé de parties plus homogénes que l'Aimant, & que la facilité que l'on a de changer ſes poles, fait qu'il eſt aiſé de s'aſſûrer ſi la ſupériorité de l'un des deux vient de ſa direction, ou de la diſpoſition particuliére des parties du fer, comme nous l'avons reconnu à n'en pouvoir douter.

Je n'ai pas négligé cependant de comparer enſemble la force des poles de pluſieurs Aimants, & j'ai trouvé que dans le plus grand nombre la différence étoit ſi petite, qu'on avoit peine à s'en aſſûrer avec la balance, qui, comme je l'ai déja remarqué, ne peut pas être regardée comme un moyen bien exact pour connoître la force des poles d'un Aimant. Lorſque les poles ſe ſont trouvés d'une force ſenſiblement inégale, j'ai le plus ſouvent trouvé le pole d'entrée, c'eſt-à-dire, le pole boréal ſupérieur à l'autre, ce qui eſt contraire à l'opinion commune; cependant je ne prétends point encore décider ſi l'on doit le regarder comme plus fort que l'autre, lorſque toutes choſes ſont égales d'ailleurs, & qu'il ne ſe trouve point dans l'Aimant des terreſtréités, ou des parties foibles qui cauſent des irrégularités, & je me borne à conclurre ſeulement que le pole auſtral des Aimants ou des fers aimantés n'a aucun avantage ſur l'autre.

Il n'y a perſonne qui n'ait remarqué de grandes inégalités dans la force d'un même Aimant, ces variétés m'ont donné beaucoup de peine dans la ſuite de mes expériences; il me ſemble qu'on ignore encore la cauſe de cette irrégularité; pluſieurs Phyſiciens ont ſoupçonné qu'elle pouvoit avoir quelque liaiſon avec la température ou les qualités de l'air; j'ai pris le parti qui me paroît le plus ſûr pour m'en aſſûrer exactement, & lorſqu'une ſuite d'Obſervations m'aura mis en eſtat de pouvoir avancer quelque choſe de poſitif, j'en rendrai compte à l'Académie; voici le moyen dont je me ſers, & que je donne maintenant, afin que ſi quelqu'un vouloit prendre la peine de faire les mêmes Obſervations, on les pût comparer avec les miennes. Je place le plus à l'abri de

l'air & du mouvement qu'il eſt poſſible, l'Aiguille à reſſort ſpiral dont j'ay parlé, & je diſpoſe une bonne pierre d'Aimant, en ſorte que la boule d'acier réponde à peu près au milieu des deux armures, & à telle diſtance que, ſurmontant à un certain point la force du reſſort, elle amene l'Aiguille vers elle de douze ou quinze degrés; je fixe la Pierre en cet état, & j'obſerve de temps en temps à quel degré répond la pointe de l'Aiguille, ce qui me dénote très-exactement s'il arrive quelque changement dans la vertu de l'Aimant.

Pour une plus grande préciſion, je fais le bout de l'Aiguille qui porte la boule de moitié plus court que l'autre, & l'extrémité oppoſée ſe termine en pointe, de ſorte qu'elle marque très-exactement les parties de degré, & qu'elle fait un chemin double de celui que fait la boule, ce qui rend le moindre changement fort ſenſible.

On m'objectera que la température de l'air peut apporter autant de changement à l'élaſticité de mon reſſort qu'à la force de l'Aimant, & qu'ainſi il me ſera impoſſible de connoître la cauſe du mouvement de mon Aiguille; mais je remédie à cet inconvénient en ajuſtant au pivot de mon Aiguille deux reſſorts l'un au deſſus de l'autre, dont les ſpires vont à contre-ſens, en ſorte que ſi l'humidité de l'air tend à relâcher l'un des reſſorts, elle relâchera de même ſon antagoniſte, & l'Aiguille ſera toûjours un effort uniforme pour réſiſter à l'action de l'Aimant, ainſi le changement qui arrivera, ne pourra être attribué qu'à l'inégalité de la force de l'Aimant : le S.r du Tertre fit voir à l'Académie, il y a quelques années, une Montre, au balancier de laquelle il avoit ajuſté deux reſſorts dans la même vûë, & l'on jugea que cette invention avoit ſon utilité. Je crois que l'application que j'en fais ici leve la ſeule difficulté que l'on me pouvoit faire, & cette machine ayant toutes les commodités & la ſimplicité qu'on peut eſpérer, je rendrai compte à la Compagnie des Obſervations que je ferai par ce moyen, ſi je trouve qu'elles méritent quelque attention.



SUR

Fig. 1.

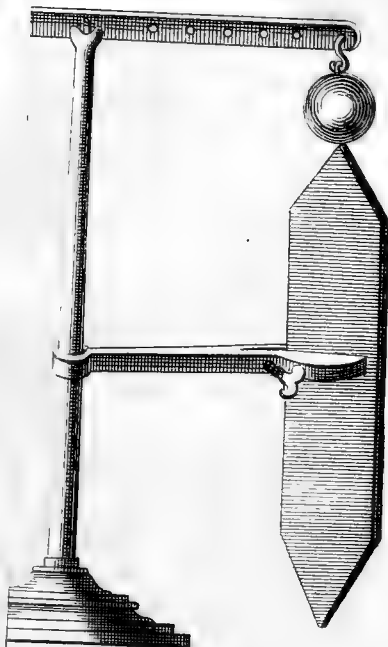


Fig. 2.



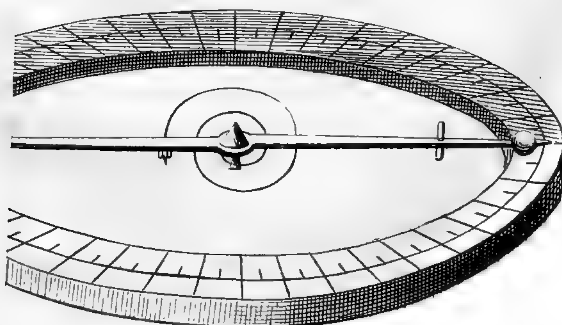


Fig. 3.

Fig. 1

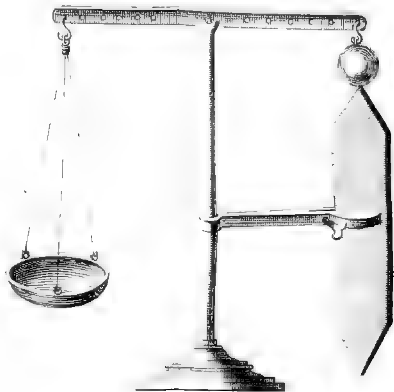


Fig. 2



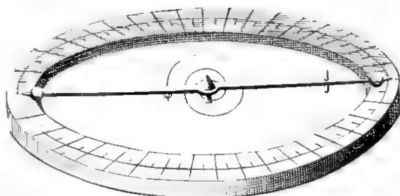


Fig. 3.

Ph. Simonneau Sculp.

SUR LA FORME
LA PLUS AVANTAGEUSE QU'ON PUISSE DONNER AUX TABLES ASTRONOMIQUES.

Par M. GRANDJEAN.

LES Tables Aſtronomiques ſont des ſuites de nombres qui expriment le rapport du mouvement des Aſtres avec les parties du temps, & qui ſervent à trouver le lieu de ces mêmes Aſtres dans le Ciel, pour un temps donné.

Deux choſes peuvent concourir à la perfection des Tables, les éléments & la forme, c'eſt-à-dire, les nombres mêmes, & la maniére de les arranger.

Je n'entreprendrai point dans ce Mémoire, de détailler la maniére de trouver les élements des Tables, ce ſeroit un Traité complet d'Aſtronomie; je me contenterai de faire ſur leur forme ou leur arrangement, quelques réflexions que je crois y pouvoir répandre un nouveau jour, & en faciliter conſidérablement la conſtruction & l'uſage.

Il y a trois formes de Tables en uſage dans l'Aſtronomie, ſçavoir la Vulgaire, l'Alphonſine, & celle que M. de Louville donna en 1720 dans les Mémoires de l'Académie.

La Vulgaire a été miſe en uſage par Ptolomée, & ſuivie après lui par preſque tous les Aſtronomes, on y compte le mouvement des Planetes & de leurs apſides pour des années, des mois, des jours, des heures, minutes & ſecondes, en ſuppoſant ce mouvement égal & uniforme. On donne enſuite une Table qui, pour chaque degré de diſtance de la Planete à ſon aphélie, indique ce qu'il faut ôter ou ajoûter à ce mouvement égal ou moyen que l'on a ſuppoſé, pour avoir le vrai, & cette Table s'appelle *Table d'équation* ou de *proſthapherese*. Les Tables de M. de la Hire ſont conſtruites ſuivant cette forme.

La forme Alphonſine a été miſe en uſage par Alphonſe X. Roi de Caſtille, on y ſuppoſe les jours diviſés en $\frac{1}{60}$ parties, & le temps partagé, non en années, mais en ſoixantaines de jours, dont 60 ſont une ſoixantaine ſeconde, &c. Il n'eſt pas difficile de s'appercevoir que le temps étant partagé dans la même progreſſion que les degrés du cercle, une Table calculée pour des jours ſervira, en avançant d'un chiffre, pour des $\frac{1}{60}$ de jour, & en reculant pareillement d'un chiffre, pour des ſoixantaines de jours, & c'eſt en cela que conſiſte le principal mérite de ces Tables qui deviennent par-là d'un fort médiocre volume. Je ne parle point des Tables d'équation dans cette forme, elles y ſont faites comme les autres, excepté qu'au lieu de compter par Signes, on y compte par ſoixantaines de degrés ou deux Signes. Les Tables d'Alphonſe même, & celles de Lanſberge peuvent en fournir un exemple.

M. le Chevalier de Louville donna en 1720, dans les Mémoires de l'Académie, des Tables du Soleil, rangées ſuivant une forme nouvelle, & tout-à-fait ingénieuſe, au lieu de prendre pour terme de la numération de ſes mouvements, le premier point d'*Aries*, il les compte depuis l'aphélie, & par-là il a, ſans autre calcul, l'anomalie moyenne; de plus ayant remarqué pluſieurs inconvénients dans la maniére de conſtruire les Tables d'équation, il conſtruit les ſiennes d'une façon ſinguliére qui rend toutes les parties proportionnelles additives. Enfin à l'anomalie vraye, il joint la longitude de l'aphélie, ce qui lui donne la longitude vraye du Soleil.

Toutes ces Tables, comme on voit, conviennent entre elles, en ce qu'elles donnent d'abord un mouvement moyen proportionnel au temps, & enſuite en appliquant l'équation, le mouvement vrai de la Planete. Voyons préſentement ce qui peut avoir obligé les Aſtronomes à ce double calcul.

Puiſque les Tables n'expriment autre choſe que le rapport des parties du temps aux mouvements de la Planete, il ſemble que la maniére la plus ſimple de les conſtruire, ſeroit de diviſer le temps périodique en parties égales, & de voir quelles

parties du mouvement de la Planete y répondroient, ce qui déterminé une seule fois, formeroit une Table perpétuelle du mouvement de la Planete, sans avoir besoin de mouvement moyen, ni d'autres élements; & il y a apparence qu'on auroit suivi cette méthode, si l'aphélie des Planetes qui, comme on sçait, est le terme de leur inégalité, eût été immobile à l'égard du premier point d'*Aries*, duquel on a coûtume de compter les mouvements dans l'Astronomie.

Mais ce terme de leur inégalité étant mobile à cet égard, il faut, pour assigner quelle partie du mouvement de la Planete convient à chaque partie de temps, connoître à quelle distance elle est de son aphélie, & pour connoître cette distance, il faut ôter le lieu de l'aphélie de celui de la Planete. Mais le lieu de la Planete est précisément ce que l'on cherche, & la seule chose connuë qui y ait rapport, est la partie du temps périodique écoulée depuis le retour au point de l'époque jusqu'au temps proposé, il faudroit donc ôter le lieu de l'aphélie de ce temps, pour avoir l'anomalie de la Planete, & c'est-là justement le nœud de la difficulté.

Les Tables n'exprimant autre chose que le rapport des parties du temps au mouvement de la Planete, tous leurs nombres doivent être regardés comme les numérateurs de véritables fractions, dont le dénominateur est pour le temps, le temps périodique même*, comme pour le Soleil $365 \frac{97}{400}$, & pour les mouvements, le nombre des degrés du cercle ou 360.

*V. les Mem. de 1703. p. 43.

Tant qu'il ne s'agira que de comparer ces fractions les unes aux autres, on le pourra faire aisément, mais si, comme dans le cas présent, on veut ôter des mouvements d'un temps donné, on en sentira la difficulté, & on verra qu'il faut réduire les fractions au même dénominateur.

Pour cela, on a imaginé de prendre une quantité exprimée en degrés qui fût au cercle entier, comme le temps proposé est au temps périodique, & cette quantité *graduelle* est ce que l'on appelle *mouvement moyen*.

Par cette méthode on est parvenu à exprimer la fraction

proposée, de maniére qu'elle eut pour dénominateur le même nombre que celle qui exprime le mouvement de l'aphélie, & par conséquent rien n'embarrassant plus, on a construit les Tables astronomiques, telles que nous les voyons aujourd'hui, & le calcul consiste,

1.° A trouver *le moyen mouvement* de la Planete, c'est-à-dire, le numérateur d'une fraction dont le dénominateur soit 360 égale à celle qui exprime le rapport de la partie du temps écoulé jusqu'au moment proposé avec le temps périodique de la Planete.

2.° A ôter de cette fraction celle qui exprime le rapport du mouvement de l'aphélie avec le cercle entier, ce qui donne la distance moyenne de la Planete à ce point que l'on nomme *son anomalie moyenne.*

3.° A trouver la différence entre le mouvement vrai de la Planete à ce degré d'anomalie, & le mouvement moyen ou égal que l'on a supposé, & cette différence se nomme *E'quation.*

4.° Enfin à ajoûter ou soustraire cette équation, selon que le mouvement vrai est plus lent, ou plus prompt que le moyen.

Mais n'y a-t-il point d'autre maniére de construire ces Tables, & la nécessité de réduire le temps en $\frac{1}{360}$ est-elle bien établie ? C'est ce qu'il est question d'examiner, & pour cela reprenons les choses d'un peu plus haut.

Nous avons vû que ce qui avoit obligé de se servir du mouvement moyen, étoit qu'il falloit soustraire le lieu de l'aphélie du temps proposé, & réduire par conséquent les fractions qui expriment les rapports de ces deux quantités avec leur tout au même dénominateur. Mais si l'on examine la chose de plus près, on verra qu'il étoit égal ou de prendre une quantité exprimée en degrés, proportionelle au temps, de laquelle on ôtât le mouvement de l'aphélie, ou de prendre une quantité exprimée en parties de temps, proportionelle au mouvement de l'aphélie que l'on ôtât du temps proposé, & il ne peut y avoir dans la construction des Tables que ces

deux ſeuls partis à prendre : examinons lequel eſt le meilleur.

Le premier que l'on a ſuivi juſqu'ici, oblige de convertir en degrés le temps écoulé depuis l'époque. Le ſecond au contraire oblige de convertir en temps le mouvement de l'aphélie; mais cette converſion eſt bien facile, car le mouvement de l'aphélie étant proportionnel au temps, le temps donné eſt lui-même la fraction cherchée, au lieu que dans la premiére méthode il faut un calcul aſſés long, & une Table exprès pour en venir à bout. Voyons donc préſentement ſi en ſe ſervant de cette méthode, le reſte des Tables en deviendra plus ſimple, & le calcul plus facile; & voici la ſeule forme qui me paroiſſe imaginable dans cette méthode, & qui eſt auſſi ſimple & auſſi facile qu'on le puiſſe ſouhaiter.

On commence par dreſſer une *Table des mouvements diurnes vrais de la Planete*, à compter depuis ſon paſſage par ſon aphélie, & cette Table eſt compoſée de trois colomnes. La premiére contient les jours écoulés depuis l'aphélie. La ſeconde, les mouvements vrais de la Planete qui y répondent. *Tabula* B. La troiſiéme enfin, les différences entre ces nombres qui expriment les mouvements diurnes de la Planete; on ajoûtera à la Table du Soleil dans une quatriéme colomne, l'équation du temps pour y avoir égard dans le calcul des autres Planetes. Je dis dans le calcul des autres Planetes, parce qu'en conſtruiſant les Tables du Soleil, on peut & on doit avoir égard à l'équation du temps, ce qui exemptera les Calculateurs d'en tenir compte.

On fait enſuite une *Table du paſſage de la Planete par ſon aphélie, & de la longitude de ce même aphélie*, & cette Table *Tabula* A. eſt compoſée de deux colomnes. La premiére marque les années, jours, heures, minutes & ſecondes, auſquelles la Planete paſſe par ſon aphélie; & la ſeconde, la longitude de ce même aphélie, lors du paſſage de la Planete.

Il eſt inutile de dire qu'on peut aiſément rendre cette Table perpétuelle ſçachant le mouvement de l'aphélie, & combien la Planete eſt à faire ce même mouvement.

Pour éviter le calcul des parties proportionnelles, on peut *Tabula* C. dreſſer des Tables proportionnelles du mouvement des Planetes à peu-près de la même maniére que M. Manfredi a fait dans ſes Ephémérides. On trouvera à la fin de ce Mémoire des exemples de toutes les Tables que je propoſe: examinons-en préſentement le calcul.

On ôte du temps propoſé le paſſage de la Planete par ſon aphélie qui le précéde immédiatement. Le reſte après cette ſouſtraction, eſt le temps écoulé depuis le paſſage de la Planete par ſon aphélie.

Avec le nombre des jours écoulés depuis ce paſſage, on trouve dans la premiére Table le mouvement vrai que la Planete a fait depuis ce temps; & parce qu'avec les jours on a ordinairement des heures, min. & ſec. on prendra la partie proportionnelle du mouvement diurne qui leur convient, que l'on ajoûtera au mouvement trouvé pour les jours, & l'on aura le mouvement vrai de la Planete depuis ſon paſſage par ſon aphélie, auquel ajoûtant le lieu de l'aphélie marqué par la Table, on aura ſon véritable lieu.

E X E M P L E.

On propoſe de trouver le lieu du Soleil le 12 Juillet 1732 à Midi.

11^j	10°	$29'$	$21''$	
2^h		4	46	
$46'$		1	49	
$6''$			0	
Long. d'apog.	3^s 8	39	37	
	3 19	15	33	Lieu vrai du Soleil.

1732.	194^j	0^h	$0'$	$0''$
Paſſ. par l'apogée.	182	21	13	54
Temps depuis l'ap.	11	2	46	6

Pour faire voir préſentement combien ce calcul eſt plus court que celui de la méthode ordinaire, nous allons donner le même exemple par les Tables de M. de la Hire.

	Solis			
Epoch. 1700	9ˢ	10°	52′	27″
20			9	10
11	11	29	20	41
Junius	5	28	24	8
Dies 11		10	50	32
Loc. med. Sol.	3	19	36	58
Apog. subtr.	3	8	39	49
Anom. med.	0	10	57	9

Ut 3600″			
Ad 3430″	57′	9″	3.53529
Ità 116″	1	56	2.06445
			5.59974
			3.55630
Ad 111″	1	51	204344.

	Apog. Solis.			
	3ˢ	8°	7′	30″
			20	30
			11	17
				30
				2
	3ˢ	8°	39′	49″
Æqu. pro		10°	19′	36
Æqu. pro		11	21	32
Diff.			1′	56″
			19	36
			1	51
			21	27
Loc. med.	3ˢ	19°	36′	58″
Loc. ver.	3	19	15	31.

Les nombres de ces exemples, aussi-bien que ceux des Tables sont tirés de celles de M. de la Hire.

Il est aisé de voir combien le nouveau calcul que je propose a d'avantage sur celui qui est en usage; mais la facilité avec laquelle on peut s'en servir pour trouver un lieu déterminé d'une Planete, n'approche pas encore de celle qu'il procure dans la construction des Ephemerides. Un seul lieu de la Planete étant donné comme celui que nous avons proposé, il n'y a qu'à y ajoûter la difference entre le mouvement trouvé pour 11 jours & le suivant, pour avoir le mouvement vrai de la Planete pour le jour suivant, & ainsi de suite; au lieu que dans la méthode ordinaire il n'y a d'autre parti à prendre que de calculer immédiatement le lieu du Soleil, pour tous les jours ausquels on veut l'avoir.

3ˢ	19°	15′	32″
		57	14
3	20	12	46

Cet avantage même peut être compté pour plus encore qu'il ne paroît, en ce qu'il donneroit aux Pilotes le moyen de se fournir eux-mêmes d'Ephemérides tous les ans, sans être obligés de se servir des anciennes, qui ne peuvent que les jetter en erreur; on pourroit même à la place de la table *A*, leur donner le lieu du Soleil au 1.er de Janvier pour un nombre d'années considérable, ce qui faciliteroit encore le calcul.

Outre cet avantage que la marine pourroit retirer de la forme proposée, l'Astronomie en recevroit aussi de très-considérables.

1.° La méthode ordinaire de conſtruire les tables employe cinq élements, les deux époques, le mouvement moyen, le mouvement de l'aphélie, & les équations, au lieu que la forme propoſée n'en employe que trois; ſçavoir, le lieu de l'aphélie, ſon mouvement *ab Ariete,* & le mouvement vrai anomaliſtique.

2.° Le mouvement anomaliſtique ſe trouve immédiatement par obſervation, & ſans employer aucune hypothéſe; de plus, comme il ne s'ajoûte point à lui-même, il ne peut jamais errer de plus que l'obſervation qui l'a donné, c'eſt-à-dire d'environ 5″, ſans que cette erreur coure riſque de s'augmenter; bien différent en cela du mouvement moyen dans lequel une ſeconde d'erreur, produiroit une minute au bout de ſoixante ans.

3.° L'erreur ſera toûjours dans ces ſortes de Tables infiniment plus aiſée à découvrir que dans les autres, parce que le mouvement anomaliſtique n'étant point ſujet à erreur, elle ne pourra s'y gliſſer que dans le Lieu, ou le mouvement de l'aphélie, & par conſéquent l'Aſtronome n'ayant que ce ſeul objet à enviſager, ſera en état d'y faire plus d'attention, & d'en venir à bout plus aiſément que dans la forme ordinaire, où il eſt ſouvent très-difficile de déterminer duquel des cinq élements vient l'erreur des Tables.

4.° Le calcul de cette eſpece de Table, eſt, comme on a vû, incomparablement plus court & plus facile que celui des Tables ordinaires.

Enfin, pour dire plus encore à l'avantage de la méthode que je propoſe, mes recherches m'ont conduit à peu près à la même idée qu'avoit eu autrefois le fameux Képler, & qu'il avoit même commencé d'exécuter pour le Soleil dans ſes Tables Rudolphines.

On voit aiſément que cette méthode peut s'appliquer à la premiére inégalité des Planetes ſecondaires; mais comme la plûpart ſubiſſent des inégalités différentes de leur premiére, il faudroit pour tirer de cette méthode tout le parti que l'on en peut tirer, ranger les Tables d'une maniére un peu différente

de

de celle que nous venons de proposer, & dont l'examen nous meneroit trop loin pour oser l'entreprendre dans ce Mémoire, qui peut-être n'a déja que trop long-temps occupé le Lecteur.

TABULA *A.*

Transitus ⊙ per apogæum & Longitudinis apogæi.

Anni.	Transit. ⊙ per Apog.				Long. Apog.			
	D.	*H.*	*M.*	*S.*	*S.*	*G.*	*M.*	*S.*
1730	182	15	6	22	3	8	38	39
31	182	21	13	54	3	8	39	37
32	183	3	28	26	3	8	40	35
33	182	9	43	4	3	8	41	33
34	182	15	57	36	3	8	42	31

TABULA *B.*

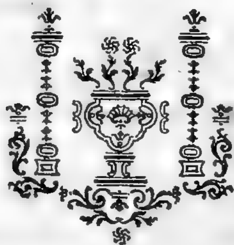
Veri Motus anomalistici Solis in singulis anni diebus.

Dies ab Apog.	Motus.				Differ.		Æquatio Temporis.	
	S.	*G.*	*M.*	*S.*	*M.*	*S.*	*M.*	*S.*
1	0	0	57	12	57	13	3	1
2	0	1	54	25	57	13	3	13
3	0	2	51	38	57	13	3	25
4	0	3	48	51	57	13	3	36
5	0	4	46	4	57	13	3	47
6	0	5	43	16	57	13	3	57
7	0	6	40	28	57	13	4	8
8	0	7	37	41	57	13	4	18
9	0	8	34	54	57	13	4	27
10	0	9	32	7	57	13	4	36
11	0	10	29	21	57	13	4	45
12	0	11	26	35	57	14	4	54
13	0	12	23	50	57	14	5	2
14	0	13	21	5	57	15	5	9
15	0	14	18	21	57	16	5	16

TABULA *C.*

Proportionalis Motus diurni Solis.

Motus diurni.		1	2.	3.	4.	5.	
	S.	*T.* *Q.*	*T.* *Q.*	*T.* *Q.*	*T.* *Q.*		&c.
	M.	*S.* *T.*	*S.* *T.*	*S.* *T.*	*S.* *T.*		
M. *S.*	*H.*	*M.* *S.*	*M.* *S.*	*M.* *S.*	*M.* *S.*		
57 0		2 22	4 45	7 7	9 30		
57 6		2 22	4 45	7 7	9 31		
57 12		2 23	4 46	7 8	9 32		&c.
57 18		2 23	4 46	7 9	9 33		
57 24		2 23	4 47	7 10	9 34		
57 30		2 23	4 47	7 11	9 35		
57 36		2 24	4 48	7 12	9 36		
57 42		2 24	4 48	7 12	9 37		&c.
57 48		2 24	4 49	7 13	9 38		
57 54		2 24	4 49	7 14	9 39		
&c.		&c.	&c.	&c.	&c.		



DESCRIPTION ANATOMIQUE D'UN ANIMAL CONNU SOUS LE NOM DE MUSC.

Par M. DE LA PEYRONNIE.

L'ANIMAL dont je vais parler a été donné ſous le nom de *Muſc:* Il a un organe particulier qui fournit une liqueur épaiſſe & graſſe très-odorante, qui a la conſiſtance d'une pommade ordinaire, & qui répand un parfum très-fort, connu ſous le nom de *Muſc;* parfum différent de celui de la Civette. 5 Decemb. 1731.

L'anatomie de cet organe ſera le principal objet de ce Mémoire, n'ayant rien trouvé d'extraordinaire dans les autres parties de l'animal.

Il fut donné au Roi, il y a près de ſix ans, par M. le Comte de Maurepas. Toutes les recherches que j'ai faites pour ſçavoir poſitivement d'où il étoit venu, ne m'ont fourni que des ſoupçons qu'il pouvoit venir du Sénégal: Il s'en trouve à la coſte d'Or, au Royaume de Juda, & dans une grande étenduë de cette partie de l'Afrique. Un Officier de Marine m'a aſſûré en avoir trouvé un à la coſte d'Angole, par le 9.e degré Sud de la ligne; il vouloit l'apporter en France, mais l'animal jeune & délicat mourut au bout de ſix ſemaines.

Le Muſc dont il s'agit, fut envoyé par ordre du Roi à la Ménagerie, où il a été nourri avec de la viande cruë, qu'il mangeoit avec voracité. Il y a environ trente ans qu'on en préſenta un au feu Roi, qui fut porté de même que celui-ci à la Ménagerie, il y a vécu pluſieurs années; il fut donné ſous le même nom, il avoit la même figure extérieure, répandoit la même odeur, mais on négligea d'en faire l'ouverture. On ignore la conformation de l'organe de ſon parfum, on

n'a pas même ſçû s'il étoit mâle ou femelle; c'eſt une perte pour l'Académie. Je ſouhaiterois que mes recherches ſur le ſecond puſſent la réparer. Malgré toute l'attention qu'on a depuis long-temps de raſſembler à la Ménagerie différents animaux étrangers, ce ſont les deux ſeuls de cette eſpece qui y ayent paru, & les ſeuls dans le nombre des animaux muſqués qu'on y a vû, qui ayent donné un auſſi grand parfum.

Je ne ferai point ici l'hiſtoire du parfum du Muſc; je ne parlerai point des mauvais effets qu'il produit, ni de l'utilité dont il eſt, tant dans la compoſition des remedes, que dans les autres uſages qu'on en peut faire. On ſçait qu'il n'a pas également réuſſi dans tous les ſiécles, ni chés toutes les Nations; il y a eu des Peuples qui l'ont mis au rang de ce qu'ils ont eu de plus précieux, il y a eu des temps où il a fourni la matiére du luxe le plus recherché; dans d'autres temps on l'a mépriſé, & il y a des Contrées où l'on appelle encore *puants*, les animaux qui répandent cette odeur. Nous pouvons dire qu'on eſt encore aujourd'hui partagé entre le goût & l'averſion qu'on a pour ce parfum; & ce qui eſt bien ſurprenant, c'eſt que malgré ſa violence, qui ſembleroit devoir décider, c'eſt ſouvent la mode qui en décide.

Je ne chercherai point à concilier la diverſité des opinions ſur l'origine du nom de Muſc qu'on a donné à ce parfum & à l'animal qui le fournit, ni à fixer d'entre les animaux muſqués, celui à qui on doit donner par préférence le nom de Muſc, en latin *Moſchus* ou animal *Moſchiferum.* On ſçait que les Arabes nous ont donné ſous ce nom, une eſpece de Gazelle ou de Chevre ſauvage, décrite par pluſieurs Auteurs, & particuliérement par Lucas Schrockius de l'Académie des curieux de la Nature en Allemagne, dans un long traité qu'il a donné ſur cette matiére*.

L'animal que nous décrivons n'a aucun rapport avec ces Chevres & ces Gazelles, ni avec les Rats muſqués de Canada dont nous avons une très-exacte deſcription [a]: Il approche davantage d'une eſpece de Foüine qu'on appelle *Genette.* On en voit une dans les Obſervations de Belon [b], dont la figure a

* *Hiſtoria Moſchi ad Normam Academiæ Naturæ curioſorum.*

[a] *Voyés les Mem. de l'Ac. Royale des Sc. année 1725. page 323.*

[b] *Liv. II. ch. 76.*

quelque ressemblance avec nôtre animal. Il y a aussi dans l'histoire naturelle de la nouvelle Espagne, par François Hermandes*, la figure d'une Civette Amériquaine, qui paroît y avoir encore plus de rapport; cependant elles différent, comme on peut le voir, en conférant les deux figures avec celle que l'on trouvera ici. On trouvera aussi de la différence entre la figure extérieure du Musc, & celle des deux Civettes de M. Perrault, dans ses Mémoires pour servir à l'histoire des Animaux. Le corps du Musc est plus délié & plus lévreté; sa queuë est plûtôt blanche que grise, coupée par huit anneaux noirs, posés en maniére de cercles paralleles, larges chacun d'environ trois lignes, ce que n'a point la queuë de la Civette. Il est couvert d'un poil doux & à demi-ras, par tout d'égale longueur; l'on voit tout au contraire dans la Civette de M. Perrault, tout le long du dos jusqu'à la naissance de la queuë, le poil plus long & plus hérissé qu'à tous les autres endroits. Le Musc étoit tigré de noir & de gris, la Civette étoit tigrée de couleurs différentes; les taches de celle-ci formoient des bandes circulaires autour du corps, les taches du Musc en formoient de paralleles selon sa longueur, depuis les épaules jusqu'au bas du corps; il avoit un pied huit pouces de long depuis le bout du museau jusqu'à la naissance de la queuë, qui étoit longue d'environ quinze pouces.

* Page 535.

Le museau étoit pointu, garni de moustaches, il étoit couvert d'une peau grise, ses oreilles étoient plus plattes que celles d'un Chat; il avoit au-dessous des oreilles un double collier noir & deux bandes noires de chaque côté qui naissoient du second collier, & finissoient aux épaules; il avoit les pattes noires, celles de devant n'avoient que quatre doigts, armés chacun d'un ongle court, moins fort & moins pointu que ceux des Chats, le 5.e doigt étoit sans ongle, & ne portoit pas à terre; le dedans des deux pattes étoit plus maigre, & aussi doux que dans les Chats; les pattes de derriére avoient cinq ongles portant tous à terre, conformés à peu-près de même; les papilles de la langue étoient tournées comme celles du Chat, sans être ni si dures, ni si âpres.

Je ne m'arrêterai pas davantage à parcourir le dehors du Musc, ni à faire remarquer toutes les différences extérieures du Musc & de la Civette; il sera aisé de les appercevoir pour peu qu'on considére les figures. Ce détail est d'autant moins néceſſaire, que la plus grande différence qu'il y a entre le Musc & la Civette, se tire moins de leurs parties extérieures, que de la structure particuliére de l'organe, qui fournit à chacun de ces animaux son parfum.

La structure de l'organe du parfum des deux Civettes de M. Perrault, est fort différente de celle de l'organe d'une Civette dont M. Morand a donné depuis peu un Mémoire à l'Académie. Nous allons voir dans la suite de celui-ci, que cet organe dans le Musc, est très-différent de celui des trois Civettes.

En ouvrant les cuiſſes de nôtre Musc qui étoit femelle, on découvre l'ouverture de la vulve *A, (Planche II. Fig. 1.)* que je n'apperçûs qu'après l'avoir dilatée, tant elle m'avoit d'abord paru reſſerrée. Immédiatement au-deſſus on voit un Clitoris *a,* qui reſſemble à une verge par sa groſſeur, la figure du gland & celle de son prépuce, j'eus même quelque soupçon que c'étoit un mâle, j'en fus désabusé par la suite de mes Observations.

Au-deſſous de la vulve, on voit une fente *B, B,* à chaque côté de laquelle il y a une élevation formée par deux corps glanduleux *C, C,* qui avant que les cuiſſes fuſſent ouvertes reſſembloient à deux testicules par leur groſſeur, leur figure, leur situation & leurs enveloppes. Au-deſſous de la fente on voit le fondement *D,* à côté duquel il y a deux petits trous noirâtres *E, E,* qui sont les ouvertures de deux sacs longs d'environ quatre lignes, dans chacun desquels j'introduisis aisément un stilet d'une groſſeur ordinaire. En preſſant les deux sacs, qui me parurent situés chacun de son côté dans l'épaiſſeur des membranes extérieures du rectum, j'en ai fait sortir cinq ou six gouttes d'une liqueur noirâtre, épaiſſe & extrémement puante, d'une odeur différente & beaucoup plus désagréable que celle des matiéres fécales de l'animal,

qui puoient auſſi beaucoup; l'une & l'autre de ces odeurs n'avoient rien qui reſſemblât au parfum du Muſc.

En écartant les deux lévres *b, b,* de la fente *B, B,* qui étoient fort ſouples, & qui prêtoient aiſément, on découvroit une cavité dans laquelle ſe trouva une pâte viſqueuſe d'une couleur ambrée, qui en enduiſoit toute la ſurface; c'eſt la liqueur, l'huile, ou plûtôt la pommade odorante, le parfum ou le vrai Muſc, qui, comme nous l'avons dit, avoit la conſiſtance d'une pommade ordinaire. Nous l'appellerons dans la ſuite de ce Mémoire, *pommade odorante* ou *parfum.* A l'ouverture de la cavité, l'odeur de ce parfum ſe trouva ſi forte, que je ne pûs l'obſerver ſans en être incommodé; cette cavité eſt tapiſſée d'une membrane tendineuſe, qui a du reſſort, qui eſt fort pliſſée, & par conſéquent capable de beaucoup d'extenſion. Dans ſa ſituation naturelle & ordinaire, on peut ſe la repréſenter comme un Porte-feüille fermé, & dont les deux côtés ſeroient un peu pliſſés.

En tirant les deux levres *b, b,* également chacune de ſon côté, ainſi qu'on ouvriroit entiérement un carton plié en forme de Porte-feüille ſur une table, on découvre l'intérieur de la cavité, formant un plan horizontal & circulaire *F,* *(Fig. 2)* La ligne *G, G, G,* qui va de la commiſſure inférieure des levres du vagin au fondement, & qui coupe le plan en deux parties égales, repréſente la charniere du Porte-feüille: Cette ligne marque l'endroit de la ſéparation des deux glandes qui s'ouvrent chacune de ſon côté dans le ſac par un grand nombre d'ouvertures dont nous parlerons plus bas. Cette ligne trace un diametre qui partage en deux demi-cercles la membrane qui forme le ſac; ſi l'on tire la levre du côté droit horizontalement, & qu'on renverſe la levre gauche au-deſſous du plan horiſontal, le demi-cercle droit *F,* *(Fig. 4)* de la poche paroît en entier & avec un peu de ſaillie, ſéparé du gauche par le diametre *G, G, G,* tandis que le demi-cercle gauche ne paroît qu'en partie, le reſte étant caché par la glande ſous laquelle la levre gauche a été renverſée.

Si on renverſe les levres ſupérieures de la poche, *(Fig. 5)* & qu'on les enfonce beaucoup ſous les glandes, on voit toute la ſurface inférieure de la poche avec une bordure liſſe *2, 2, 2,* qui eſt entre la peau intérieure du ſac & le poil extérieur; cet eſpace liſſe ne paroît qu'au bas de cette Figure 5. Il exiſte pourtant dans toute la circonférence de la poche. Il ne paroît pas dans la Figure 2, ni dans la Figure 3, qui eſt la répétition de la même Figure 2, détachée du ſujet, parce que les levres ne ſont pas renverſées au-deſſous de la ſurface horiſontale, ni dans la Figure 4, parce que le demi-cercle droit n'eſt pas aſſés renverſé, & le demi-cercle gauche l'étant trop, la bordure liſſe & celle du poil, ſont cachées ſous les deux glandes. J'ai crû donner une idée plus claire du ſac, en faiſant voir ſa ſurface & ſa circonférence dans toutes ces différentes poſitions.

La ſurface du ſac eſt percée comme un crible, ainſi qu'on le voit dans les quatre derniéres Figures qu'on vient d'examiner; c'eſt par ce crible que le parfum paſſe des deux glandes *C, C, (Fig. 1)* dans la poche commune qui eſt unique, & que nous avons preſque toûjours appellée *Sac.* J'ai compté juſqu'à ſoixante trous ou environ ſur chaque moitié du crible: une partie de ces trous qui ſont preſque au centre de chaque moitié de ce crible, ſont plus grands que ceux de la circonférence qui tiennent à la bordure liſſe *2, 2, 2,* & à la ligne *G, G, G,* qui forme le diametre du crible. C'eſt par ces grands trous que les follicules qui compoſent le centre de la glande, vuident leur pommade dans le ſac; il y a dans cette partie du ſac un enfoncement d'environ cinq lignes de long, ſur deux de large, & une demi-ligne de profondeur, c'eſt par le reſte des trous qui ſont plus petits que les précédents, que les petits follicules qui compoſent la circonférence de chaque glande, vuident leur parfum dans le ſac, il y a un enfoncement à la ſurface de chaque glande; ſi on obſervoit de près ces enfoncements, on les prendroit pour de vrais trous.

Chacun de ces trous avoit une bordure noire auſſi déliée qu'un trait de plume fort fin; le milieu des trous paroiſſoit noir, lorſqu'il n'y avoit point de pommade dans ſon ouverture,

ouverture, lorſqu'il y en avoit, on voyoit la couleur ambrée du parfum, comme un point jaune au milieu de la bordure noire du trou. La partie de la membrane de la poche qui étoit entre les bordures noires de chaque trou, étoit blanche & extenſible comme un réſeau; elle avoit auſſi un reſſort qui rapprochoit ſi fort les trous l'un de l'autre, que ſi l'on preſſoit les glandes ſans étendre la membrane qui ſoûtenoit les trous, le parfum ſortoit par un gros jet, formé par la réünion d'un grand nombre de jets, qui étoient tellement confondus, qu'on auroit crû que ce n'étoit qu'un ſeul jet ſortant d'un ſeul trou; tels ſont les jets d'eau qui ſortent par un tuyau qui a dans ſon extrémité pluſieurs trous ſéparés par de très-petits intervalles.

La premiére fois que j'apperçûs ce gros jet en preſſant les deux glandes, je crûs que chacune n'avoit qu'un trou dans ſon milieu à l'endroit des enfoncements que j'ai obſervés, & je crûs ces deux trous tels qu'ils ſont repréſentés dans le ſac de la Civette de M. Perrault, *1, 1*. Je jugeai ces trous ſi grands par le diametre du jet, que je crûs pouvoir facilement y introduire un gros ſtilet d'argent, mais l'ayant eſſaïé inutilement, j'étendis la peau, je la ratiſſai pour enlever la pommade exprimée qui la couvroit, & je vis les trous tels qu'ils ſont repréſentés dans les Figures 2, 3, 4 & 5. Je ne pus y introduire que des ſoyes de cochon; j'eus beau vouloir pouſſer de l'air dans ces trous, au moyen d'un tuyau délié, l'air ne les pénetra point. Je l'attribuai à la plénitude des veſicules, & à la qualité du parfum qui les bouchoit & en colloit les parois. Il y avoit ſur la ſurface de cette membrane à peu-près autant de poils noirs qu'il y avoit de trous, & de la même nuance de leurs bordures; ils étoient longs d'environ une ligne & demie, gros & forts dans leur baſe, plus pointus dans leurs extrémités que des poils ordinaires, plus aiſés à arracher, & étant arrachés, on voyoit un trait griſâtre dans leur racine, qui paroiſſoit ſortir d'un Oignon, tels qu'ils ſont repréſentés dans la Figure 7. Il n'en étoit pas de même d'une autre eſpece de poil qu'on voyoit dans la cavité; ils étoient blonds, de la

couleur du parfum, plus longs que les noirs, quoiqu'il y en eût de différente grandeur, plus cilindriques, faits à peu-près comme ils ſont repréſentés dans la Figure 9.e Je crus auſſi en voir, qui déliés comme les précédents, étoient faits en maniére de fuſeau, plus gros dans leur milieu que dans leurs extrémités, tels qu'on les voit dans la Figure 8. On tiroit tous les poils blonds avec des pincettes, ſans la moindre réſiſtance, on en trouvoit qui paroiſſoient être ſans racines, & couchés dans les intervalles blancs de la membrane, il y en avoit d'autres qui paroiſſoient en ſortir. M. Morand a vû dans la Civette ſortir des mêmes trous & en même temps le parfum & les poils, mais je n'ai pû voir la même choſe dans le Muſc; le parfum eſt toûjours ſorti ſeul en maniére de pommade moulée, ſous la forme des vermicelli, ainſi qu'il eſt repréſenté dans la Figure 6.e

Je n'ai pas vû reparoître des poils noirs dans les endroits du ſac d'où je les avois arrachés, il n'en a pas été de même des poils blonds, après avoir ôté tout ce que j'en ai vû dans un coin du ſac, j'en ai trouvé deux jours après un aſſés grand nombre ſur le même coin du ſac, d'où j'avois crû les avoir ôtés. Ces nouveaux poils me parurent enfoncés & ſortir d'entre les eſpaces des bordures noires, & non des trous du parfum, comme il a été dit.

Je n'ai pas crû que tous ces nouveaux poils euſſent été arrachés de la peau de l'animal, & qu'ils euſſent gliſſé dans le ſac, parce que j'en ai trouvé pluſieurs enfoncés aſſés avant dans le corps réticulaire qui eſt entre les trous du parfum, & qu'ils n'avoient pas l'organiſation des poils, ce qui me fait ſoupçonner qu'une partie de la matiére du parfum contenuë dans les veſicules, ſe gliſſe dans des routes qui ſont vrai-ſemblablement pratiquées dans l'eſpace réticulaire fort poreux, qui ſe trouve entre les trous du parfum, & que nous avons dit être très-extenſible, que cette matiére plus propre à ſe durcir que le reſte du parfum, & à prendre la conſiſtance de poil, y acquiert cette conſiſtance & s'y moulle ſuivant la forme du tuyau; Or, ce tuyau ſuſceptible de différentes contractions,

peut mouller & fournir des filets ſemblables à des poils diverſement moullés, & en fournir autant que les tuyaux pourront en contenir: Ces poils, ou plûtôt ces filets, n'ont pas, comme a-il été dit, la vraye organiſation des poils ordinaires; c'eſt une liqueur détachée & moullée en filets. Les nouveaux qui ont paru deux jours après que j'eus ôté tous ceux qui étoient dans un coin du ſac ont apparemment été exprimés de leurs conduits à force de manier l'organe, qu'on ne ſçauroit trop retourner de tous les côtés & en tous ſens, pour le bien obſerver. Tout ce qui vient d'être décrit a été obſervé ſans aucune diſſection.

Si l'on ouvre la peau du ventre, du côté gauche, depuis le haut de la région ombilicale juſqu'à l'anus, & qu'on la renverſe ſur le côté droit, on découvre une de ces glandes *C*, que nous avons dit reſſembler à des teſticules, c'eſt la glande du côté gauche qui eſt renverſée ſur le côté droit, ſous laquelle la glande droite eſt cachée. Outre la peau qui lui ſert d'enveloppe ou de bourſe, elle eſt couverte de ſon muſcle qui eſt bien différent de celui des Civettes de M. Perrault. Ici il eſt unique dans ſon origine & dans ſon corps, il eſt double dans ſes extrémités, dont l'une enveloppe la glande droite, & l'autre la gauche, comme on va le faire voir.

Il eſt formé par un grand nombre de filets tendineux *AAAAA, (Planche III. Fig. 1.)* qui ſortent comme autant de rayons de l'eſpace de la partie inférieure & antérieure des muſcles de l'abdomen qui eſt compriſe depuis la crête de l'os des iles du côté droit, juſqu'à la crête de l'os des iles du côté gauche. Ces filets tendineux qui paroiſſent naître & s'échapper en partie de la propre ſubſtance des grands obliques, & en partie de la membrane qui leur eſt intimement collée, prennent du corps, rougiſſent à meſure qu'ils s'éloignent de leur naiſſance, & s'étant réünis vers la partie ſupérieure de l'union des os pubis, ſur leſquels ils ſont ſimplement couchés, ſans y être en nulle façon attachés, forment un muſcle *B*, aſſés conſidérable. On voit à la partie inférieure des os pubis, le point *D* de la diviſion en deux portions égales. L'une de

ces portions *E* deſcend ſur la glande du côté gauche, & l'enveloppe exactement dans toute ſa circonférence, & l'autre va envelopper de même la glande droite.

L'extrémité des filets charnus qui excedent toute la circonférence des glandes, après les avoir exactement embraſſées, va ſe terminer à la peau qui forme les deux levres du ſac du parfum. Ce muſcle ſoûtient les glandes, les exprime & reſſerre le vagin. On ne voit dans cette poſition qu'une portion du muſcle, j'ai crû que pour en donner une idée claire, il falloit le repréſenter dans ſa partie antérieure & poſtérieure.

On voit la face antérieure du muſcle dans la même Planche III. Fig. 2, on y voit l'entrée de la vulve *F*, les deux levres *HH* de la fente du ſac du parfum, couvertes d'un peu de peau, l'anus *I*, la naiſſance du muſcle *AAAAA*, ſon corps arrondi *B*, les deux portions *EE* de ſon corps, l'une à droite, & l'autre à gauche, enveloppant chacune de ſon côté ſa glande : la peau qui eſt entre la vulve & la fente du parfum étant ôtée, on voit deux détachements de fibres charnuës *GG*, celui qui part du muſcle qui couvre la glande droite, va confondre ſes fibres avec celles du muſcle gauche, & les détachements des fibres ſe croiſant ſous la vulve *F*, doivent la ſerrer, ſur-tout dans la contraction du muſcle.

On voit la face poſtérieure du muſcle dans la même Planche, Fig. 3. Elle repréſente la naiſſance du muſcle *AAAAA*, ſon corps *B*, ſa diviſion *D* en deux portions *E*, qui embraſſent chacune de ſon côté ſa glande, & les détachements *G, G* des fibres de chaque muſcle, qui embraſſent le vagin *F*, collé au clitoris *X*, coupé tranſverſalement.

Nous n'avons parlé que du muſcle & des glandes du parfum, on aura une idée plus claire de la vraye poſition de cet organe, en examinant les parties extérieures du ſexe de l'animal, repréſentées dans la Planche III. Fig. 1.ere.

On y voit la route *FF* du vagin, paſſant entre les deux glandes, & ponctuée juſqu'à ſon orifice extérieur, dans lequel on a mis un ſtilet *G*; le corps du clitoris *H* paroît au deſſus du vagin, on voit auſſi ſon corps caverneux gauche *I*,

qui prend ici ſon origine comme à l'ordinaire, & s'unit avec le droit, qui dans cette poſition eſt caché ſous le gauche, & étant réünis, ils vont former le corps du clitoris *H* qui eſt beaucoup plus gros qu'on n'auroit dû l'attendre dans un auſſi petit animal. Le clitoris eſt ſoûtenu & rapproché de la partie inférieure de la commiſſure des os pubis, par un fort ligament *N*, le muſcle érecteur *L*, naît à l'ordinaire de l'éminence de l'iſchium. On voit auſſi au deſſous du clitoris ſon muſcle accélérateur gauche *M*, qui prenant ſon origine de la partie latérale gauche du ſphincter de l'anus *O* va ſe terminer vers le milieu du clitoris *H*; l'anus *O* a ſon ſphincter *QQ*, composé de fibres circulaires, dont le trouſſeau eſt très-fort, on voit auſſi la direction des figures longitudinales *K*.

Pour reconnoître la ſtructure de la glande, il a fallu détacher le muſcle qui l'enveloppe, je l'ai trouvé lié avec elle par des filets tendineux qui formoient une membrane ferme, quoique très-mince, dont tout le corps de la glande m'a paru être couvert. Pour l'en ſéparer, il a fallu rompre pluſieurs filets tendineux qui plongeoient dans les intervalles des follicules, dont j'ai vû que la glande étoit composée. Les follicules étoient étroitement liés par ces filets, & par des branches d'artéres & des veines très-fines, dont le tronc qui étoit auſſi plus délié que je ne l'aurois crû, paroiſſoit venir des branches honteuſes internes qui naiſſent des hypogaſtriques. Le reſte des fibres charnuës qui excédoient la circonférence de la glande, alloit ſe perdre par des filets tendineux dans le tiſſu de la peau, & particuliérement à la circonférence des levres du ſac du parfum, comme il a été dit, cette portion de muſcle peut ſervir à écarter les levres du ſac, à l'ouvrir & à faciliter par conſéquent, dans le beſoin, la ſortie du parfum. Quelques filets doivent auſſi, par leur direction oblique & diverſement entrecroiſée, ſuivant la longueur des deux levres de la fente, les rapprocher, & leur ſervir de ſphincter.

La portion du muſcle qui couvroit la glande gauche *E*, (*Planche III. Fig. 1.*) ayant été entiérement détachée du

corps de la glande, & renversée sur le côté droit, le corps de la glande gauche s'est montré, par sa partie postérieure, de la couleur de la pommade qui s'y filtre *(Planche IV. Fig. 1)*.

Si on examine la surface de la glande *M,* on ne voit que le fond des différentes poches, sacs ou follicules *aaaa,* dont elle est composée. A côté du globe de la glande, & sur les bordures, on voit plusieurs vésicules *NNNN* de la même couleur, & de la même nature que celles dont le corps de la glande est composé, mais plus petites & plus plattes. Leur issuë, dans la circonférence des membranes qui forment la poche du parfum, est plus petite que l'issuë des vrais follicules dans le sac. Elles vuident, comme nous l'avons dit, leur pommade par les petits trous que nous avons observés, tant sur le diametre de la surface du sac, qu'aux environs de la bordure lisse, & sur toute la circonférence de chaque glande. Les follicules se séparent aisément les uns des autres, pourvû qu'on ait rompu les filets qui les lient. Cette structure singuliére est clairement représentée dans la Planche IV. Fig. 2, où la glande détachée du corps de l'animal est vûë de côté; on y voit aussi la membrane propre *B* renversée, qui couvroit divers follicules *eeeeee* que l'on voit en entier, attachés par leur côté à la membrane qui forme le sac du parfum. C'est par l'ouverture de ce côté qu'elles vuident leur pommade dans le sac.

Pour donner une idée plus claire du follicule, j'en ai détaché un du corps de la glande, *(Planche IV. Fig. 3.)* le fond du follicule *D,* est beaucoup plus large que son cou *E,* par où le parfum se vuide; on voit l'aboutissement de ce trou du follicule *(Planche IV. Fig. 4.)* aussi bien que sa membrane propre *B, (Fig. 2.)* ouverte, & qui laisse voir les ouvertures *GGGGGG,* des follicules *ffffff,* qui aboutissent dans le sac du parfum. Ce sont les mêmes trous que nous avons dit estre au nombre d'environ 60, sur chaque demi-diametre du sac *(Fig. 2, 3, 4 & 5, Planche II.)*.

Lorsque les follicules sont pleins de pommade, les glandes sont grosses & dures, elles ont diminué aussi bien que les

follicules, à mesure que j'en ai exprimé la pommade.

Si on ouvre le fond d'un follicule, avant que d'en avoir détaché aucun autre de la glande, & qu'on y pousse de l'air au moyen d'un tuyau, il se gonfle; l'air sort par la même ouverture que le parfum; plusieurs autres follicules de son voisinage se gonflent en même temps, & de proche en proche, presque tous les follicules sont remplis d'air, mais principalement les grands follicules du milieu, ce qui prouve que les follicules s'ouvrent les uns dans les autres; la glande devient par cette opération presque aussi grosse & aussi ferme qu'elle l'étoit avant qu'on en eût vuidé la pommade.

Si après avoir séparé un follicule de ceux de son voisinage, on y pousse de l'air avec un tuyau, l'air le gonfle & sort par plusieurs ouvertures latérales, par lesquelles il communiquoit sans doute avec les follicules voisins.

Si on ouvre un follicule selon sa longueur, on découvre avec la loupe de très-petites ouvertures, qui pourroient bien être la communication d'un follicule à l'autre. La vîtesse avec laquelle l'air poussé par le fond d'un follicule, passe dans les follicules voisins, fait juger qu'ils doivent communiquer par plusieurs ouvertures; précaution utile pour favoriser le cours & l'évacuation d'une liqueur, qui par sa consistence, auroit pû être retenuë trop long-temps dans son réservoir, si elle n'avoit eu que la ressource d'une seule sortie.

Ce même follicule ouvert selon sa longueur, (*Planche IV. Fig. 5 & 6,*) montre dans sa cavité sept ou huit cellules, irrégulieres de différentes grandeurs, séparées par des membranes fortes & tendineuses; chacune de ces cellules en contient plusieurs autres petites, au fond desquelles on découvre des grains glanduleux rougeâtres, qui ressemblent en petit au papilles des reins, & qui s'ouvrent dans leurs petites cellules, ainsi que les papilles des reins dans leurs entonnoirs: Ces grains glanduleux sont de différente grandeur; c'est apparemment à travers leur substance que la pommade ou le parfum est filtré. La premiére cellule à laquelle le mamelon est adapté, lui sert d'entonnoir; de-là il passe de cellule en

La Figure 5 represente les follicules au naturel, & la Figure 6 les represente grossis par la Loupe.

cellule, des petites dans les grandes, jusqu'à ce que le follicule soit rempli; alors la contraction du muscle qui enveloppe la glande, & d'autres causes que je ne parcours point, expriment dans le sac le parfum qui étoit renfermé dans les follicules, & dans le besoin font sortir le parfum du sac.

Cette organisation singuliére qui découvre de nouveaux moyens pour retenir & conduire les recrements selon leur nature & leur destination, ne nous apprend rien de ce qui se passe dans le principe des sécretions qui se font dans l'homme & dans les animaux. Il y a lieu de croire que les artéres portent dans les papilles du sac, qui sont ses vrayes glandes, ou ses vrais couloirs, un sang qui y dépose la matiére du parfum qui fait partie de sa masse, le résidu rentre par le moyen des veines & apparemment des vaisseaux de limphe, que je n'ai point vû ici, dans le commerce de la circulation. Mais comment le parfum s'est-il séparé de la masse du sang? Quelle a été cette manipulation? C'est-là ce principe des sécretions, ce point d'Anatomie que les plus grands Anatomistes n'ont encore pû mettre en évidence. Ils ne retireront de cette nouvelle organisation aucune nouvelle lumiére pour développer cet ancien mistére. Tout se réduit ici à la seule différence de la conformation extérieure de la glande, de la forme de son récipient, & du reste de la conduite du recrément d'avec les glandes ordinaires. Différences dignes d'être observées, d'être comparées avec ce qu'on trouve dans l'homme & dans les animaux, pour connoître les divers moyens employés pour les mêmes opérations. Nous devons nous en tenir là, jusqu'à ce que ces variétés mieux connuës, nous fassent voir les autres avantages qu'on en peut retirer.

Le rein du Dauphin dépoüillé de sa membrane extérieure se divise aisément en un très-grand nombre de lobules ou follicules, qui imitent une grappe de raisin dont les grains sont allongés. C'est de tous les organes glanduleux que je connois dans les animaux, celui que j'ai trouvé qui approchoit le plus de l'organe du Musc. Les grains glanduleux qui sont dans l'intérieur des follicules sont petits, mais leur structure

ſtructure reſſemble aſſés à celle des mamelons ou des papilles des reins, & ſont embraſſés par leurs véſicules; ainſi qu'ils le ſont dans les reins par leurs entonnoirs; les grains glanduleux & les premiéres véſicules du Muſc ſont de vrais mamelons & de vrais entonnoirs; la pommade & l'urine dans ces deux organes ſont ramaſſés à peu-près de même, mais le reſte de leur conduite ne ſe reſſemble plus.

La pommade dans les follicules & dans le ſac s'eſt trouvée d'une force extraordinaire deux jours après la mort de nôtre Muſc. Obſervation contraire à ce qu'en ont publié pluſieurs Auteurs, ſur la foi des Marchands & des voyageurs qui aſſûrent que la pommade eſt fort puante lorſqu'on la retire de l'animal, & qu'en vieilliſſant dans ſes bourſes, elle prend peu à peu le parfum & la qualité de Muſc, toûjours plus fort à meſure qu'il eſt gardé plus long-temps.

Cette erreur doit être imputée à la façon dont on détache les bourſes. Les Chaſſeurs & les Marchands qui ne ſont pas Anatomiſtes, ouvrent en faiſant cette opération, le gros boyau & les deux poches qu'il a à ſes côtés, qui donnent une liqueur d'une odeur extrémement puante; ils ouvrent & enlevent le boyau & ces deux poches, ils les renverſent pour enfermer le parfum, ils les lient & les ſerrent, comme une bourſe de payſan, pour l'empêcher de s'échapper; ſon odeur, quoique forte, ne perce point à travers la poche qui eſt fort épaiſſe, & enduite extérieurement des matiéres fécales & de la liqueur puante que j'ai obſervée; la mauvaiſe odeur qui eſt au dehors ſe diſſipe avec le temps, au lieu que le Muſc bien enfermé ne perd rien, & ſe fait ſentir fortement à la premiére ouverture du ſac.

Il eſt conſtant que le parfum durant la vie du Muſc, & d'abord après ſa mort, eſt d'une violence extréme.

Pluſieurs perſonnes ont crû que toutes les parties de l'animal fourniſſoient une odeur de la même nature. J'ai lieu de croire qu'il réſide uniquement dans la pommade & dans l'organe qui la filtre & la contient; ſi les autres parties en ont quelque impreſſion, elle leur eſt étrangére, c'eſt la

pommade qui la leur a donnée. Voici les expériences qui m'authorisent à le croire.

J'ai coupé une portion du poumon, du foye, de la ratte, des muscles pectoraux, de ceux des épaules & du dos. J'ai imbibé une petite éponge fine de tout le sang & de toute l'humidité que j'ai trouvé dans la poitrine & dans le bas-ventre; j'ai renfermé toutes ces parties dans différentes armoires d'une autre chambre que celle où je travaillois, je les ai visitées tous les jours jusqu'à ce qu'elles ayent été pourries ou desséchées; elles n'ont jamais donné d'autre odeur que celle du sang, ou d'une chair ordinaire pourrie ou desséchée, sans aucune odeur de Musc; je les ai fait sentir à diverses personnes qui ne sçavoient ce que c'étoit, & qui n'y ont pas trouvé la moindre odeur de Musc.

La qualité des aliments peut augmenter la production de la pommade, elle peut même fortifier ou affoiblir l'odeur du parfum. Il y a pourtant apparence que les diverses préparations qu'ils reçoivent dans le corps de l'animal, ou plûtôt la structure singuliére du couloir à travers lequel la sécretion se fait, y contribuë davantage; celui-ci ne vivoit que de viande cruë, & le parfum qu'il fournissoit avec abondance, étoit excessivement fort.

Je connois un homme de condition qui ne voudroit pas être nommé, dont le dessous de l'aisselle gauche fournit, sur-tout durant les chaleurs de l'Eté, une odeur de Musc surprenante, qui seroit même très-incommode dans la société, s'il ne prenoit des précautions pour l'affoiblir. L'aisselle droite est presque sans odeur.

Il s'est trouvé dans chacune des grandes vésicules dont les glandes étoient composées, le poids d'environ trois grains de pommade, & dans les médiocres ou les petites, environ la moitié ou le tiers de moins que dans les grandes, ce qui fait en tout environ une demi-once de vraye pommade, sans mêlange d'aucune autre substance; c'est à peu-près la quantité de vrai Musc que l'organe de nôtre animal pouvoit contenir.

EXPLICATION DES FIGURES.

PLANCHE I.

Où l'on voit la Figure extérieure du Musc.

PLANCHE II.

Les Figures de cette Planche font voir les parties extérieures de l'organe qui fournit le parfum, & celles des environs.

La *Figure 1*, montre l'animal dont on a écarté les cuisses.

A. L'ouverture de la vulve.

a. Le clitoris.

B B. Fente ou ouverture du sac qui contient le parfum.

b b. Les deux levres de ladite fente.

c c. Les deux glandes qui fournissent le musc ou le parfum couvertes de leurs enveloppes extérieures.

D. L'ouverture du fondement.

E E. Ouvertures de deux poches situées à droit & à gauche de l'anus.

La *Figure 2*, fait voir l'animal dans la même situation que dans la figure précédente, mais les deux levres *b b*, de la fente *B B*, sont tirées horisontalement dans cette figure; par cette opération la surface du sac qui contient le parfum est découverte, tandis que le fondement, aussi-bien que les parties extérieures de la génération sont cachées. On a crû, pour donner une idée plus claire de cet organe, ne pouvoir éviter les répétitions qu'on verra.

F F. Surface du sac telle qu'on la voit lorsque les deux levres *b b*, de la fente sont tirées également chacune de son côté, formant un plan horisontal & circulaire divisé en deux demi-cercles.

G G G. Diametre du plan circulaire qui fait voir le fond du sac, & qui est tracé par la jonction des deux membranes qui formoient le sac; c'est à travers ces deux membranes, percées de plusieurs trous, & collées chacune sur une portion

de la ſurface de chaque glande que le parfum diſtille des glandes dans le ſac; chaque membrane forme un demi-cercle.

La *Figure 3*, eſt la même que la précédente, & dans la même ſituation, mais détachée du ſujet.

La *Figure 4*, repréſente la même partie que la Figure précédente, & détachée de même du ſujet, mais dans une ſituation différente.

F. Demi-cercle droit.

GGG. Diametre qui ſépare le droit qui eſt entier, d'avec le gauche qui eſt renverſé en partie ſous la glande.

La *Figure 5*, repréſente la même partie, mais dans une poſition différente des deux précédentes.

FF. Surface du ſac repréſenté dans les Figures précédentes.

GGG. Diametre de la ſurface du ſac.

222. Bordure lice qui ne paroît que dans la partie inférieure de la ſurface du ſac, quoiqu'elle regne dans toute ſa circonférence, & qui eſt ſituée entre la peau intérieure du ſac & le poil extérieur; c'eſt à raiſon de la poſition du ſac qu'on ne la voit que dans la partie inférieure.

La *Figure 6*, fait voir la maniére dont la pommade, lorſqu'on preſſe le ſac, ſort des trous de ce même ſac repréſentés dans les Figures précédentes.

La *Figure 7*, montre les poils noirs ſitués à côté de chaque trou du ſac.

La *Figure 8*, montre les poils blonds en maniére de fuſeaux.

La *Figure 9*, fait voir des poils blonds comme les précédents, mais cilindriques.

PLANCHE III.

La *Figure 1*, *C.* La glande gauche du parfum renverſée ſur le côté droit, couverte de ſon muſcle, & cachant la glande droite du parfum.

AAAAA. Naiſſance du muſcle qui eſt tendineux, & qui part des muſcles du bas-ventre au-deſſous de l'ombilic, de

l'eſpace qui eſt entre la crête de l'os des iles du côté gauche, & la crête de l'os des iles du côté droit.

B. Réunion des filets tendineux de ce muſcle à la hauteur de la partie ſupérieure des os pubis où il forme un corps conſidérable.

D. Diviſion de ces muſcles en deux portions.

E. Portion gauche qui enveloppe la glande gauche.

C. Détachement des fibres du muſcle gauche qui vont ſous le vagin.

FF. Route du vagin ponctuée juſqu'à ſon ouverture extérieure, indiquée par le ſtilet *G* qu'on y a introduit, & qui eſt caché ſous la peau renverſée.

H. Corps du clitoris.

I. Corps caverneux gauche du clitoris.

L. Muſcle érecteur du clitoris.

M. Muſcle accélérateur du clitoris.

N. Ligament du clitoris.

O. L'anus.

PP. Les ouvertures des deux poches qui ſont couchées extérieurement ſur les deux côtés du rectum.

QQ. Trouſſeau des fibres charnuës circulaires, formant le ſphincter de l'anus.

K. Direction des fibres longitudinales qui coupent les circulaires à angles droits.

La *Figure 2.* repréſente le muſcle dans ſa face antérieure.

AAAAA. Naiſſance du muſcle.

B. Corps du muſcle.

D. Diviſion du muſcle.

EE. Les deux portions du muſcle diviſé, dont l'une embraſſe la glande droite, & l'autre embraſſe la glande gauche.

F. Ouverture extérieure & antérieure du vagin.

GG. Détachement des fibres charnuës qui ſe croiſent ſous le vagin dans ſa face antérieure, celles du côté droit vont ſe perdre dans le côté gauche, & celles du côté gauche vont ſe perdre dans le côté droit.

HH. Les deux levres de la fente du ſac du parfum couvertes d'un peu de peau & de poil.

I. L'ouverture du fondement.

La *Figure 3,* repréſente le muſcle de la Figure précédente; vû dans ſa face poſtérieure.

AAAAA. Naiſſance du muſcle.

B. Corps du muſcle.

D. Diviſion du muſcle.

EE. Les deux portions du muſcle qui couvrent la face poſtérieure des glandes.

F. Ouverture du vagin qui a été coupé tranſverſalement à la partie poſtérieure des glandes.

GG. Détachement des fibres de la partie poſtérieure du muſcle embraſſant poſtérieurement le vagin, ainſi qu'il eſt embraſſé en devant par le détachement des fibres antérieures.

X. Le corps du clitoris coupé en travers, & vû par derriére.

PLANCHE IV.

Figure 1. Les parties de l'animal dans cette Figure ſont renverſées ſur le côté droit, ainſi que dans la Planche III. Figure premiére.

AAAAA. Naiſſance ou tête du muſcle.

B. Corps du muſcle.

D. Diviſion du muſcle.

E. Muſcle qui couvroit la glande gauche, qui en a été détaché & jetté ſur le côté droit.

FF. Le vagin.

G. Le corps du clitoris.

H. Ligament du clitoris.

I. Corps caverneux gauche couvert du muſcle érecteur gauche du clitoris.

L. Fibres circulaires de l'anus formant le ſphincter.

M. Glande gauche dépouillée de ſon muſcle, vûë par ſa partie poſtérieure & couverte de ſa membrane propre.

aaaa. Fond d'une partie des ſacs dont la glande eſt compoſée.

NNNN. Pluſieurs petites véſicules de la couleur & de

la nature de celles dont le corps de la glande est composé, mais plus plattes & plus petites, & situées dans la circonférence de la glande.

Figure 2. A. Corps de la glande gauche détachée du sujet.

B. Membrane propre de la glande renversée.

eeeeee. Divers follicules dont le corps de la glande est composé.

La *Figure 3,* représente l'un des follicules dont la glande est composée, détaché de la glande.

D. Fond du follicule.

E. Ouverture du follicule.

Figure 4. ffffff Divers follicules.

GGGGGG. Les ouvertures des follicules dans le sac du parfum.

La *Figure 5,* représente un follicule ouvert, dans lequel on découvre plusieurs cellules irréguliéres de différente grandeur.

Figure 6. Le même follicule ouvert, & vû grossi par une loupe.



PROBLEME ASTRONOMIQUE.

Par M. DE MAUPERTUIS.

M. MAYER, placé dans un des Pays du Monde les plus propres à obſerver l'Aurore Boréale, a donné ſur cette matiére, une belle Diſſertation qu'on trouve dans les Mémoires de l'Académie Impériale de Ruſſie pour l'année 1726, il établit ſur des raiſons tirées de l'Optique, que les Aurores Boréales ſont formées d'une matiére lumineuſe, diſpoſée autour de la Terre, ſelon quelque cercle parallele à l'Equateur. Cela poſé, M. Mayer donne une regle, ſans figure ni démonſtration, pour connoître par une ſeule obſervation la diſtance de l'Aurore Boréale; & ſe réſerve à donner la démonſtration dans un autre temps.

Comme dans les Memoires de 1727, qui ſont les derniers qui ſoient parvenus en France, l'on ne trouve point encore la démonſtration de la regle, l'utilité dont elle peut être m'a fait la chercher, & me fait la donner ici.

PROBLEME.

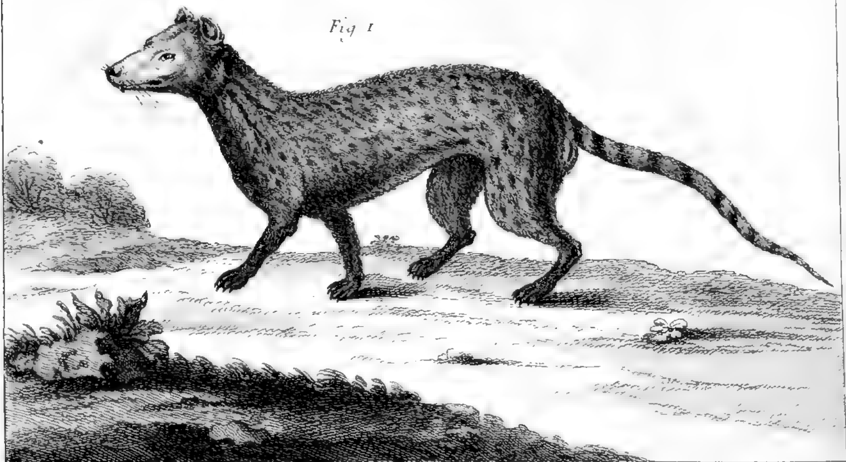
Trouver par une ſeule obſervation, la diſtance de l'Aurore Boréale, en ſuppoſant qu'elle eſt produite par une matiére lumineuſe qui forme un cercle parallele à l'Equateur.

Solut. Soit $CPcp$ le globe de la Terre, P le Pole, $EDed$ le cercle de matiére lumineuſe, C, le lieu de l'Obſervateur, $CDKd$ le plan de l'horiſon, VD la droite tirée du centre de la Terre au point de l'horiſon où ſe perd l'arc ED.

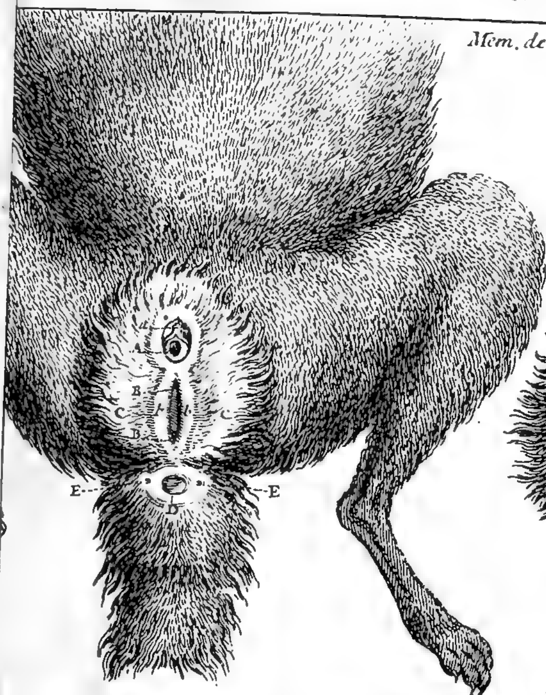
Soit $VC = a$; $BD = c$; le ſinus de CKE, élevation de l'Equateur ſur l'horiſon, $= q$; le ſinus de KCE, élevation du ſommet de l'arc lumineux, $= m$; le ſinus de l'angle CDK, complément de la moitié de l'angle compris entre les deux arcs de l'Aurore dans l'horiſon, $= g$; le ſinus de KEG, ſomme



Ph. Simonneau del. et Sculp.



Ph. Simonneau del. et Sculp.



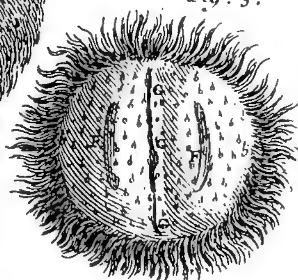


Fig. 3.

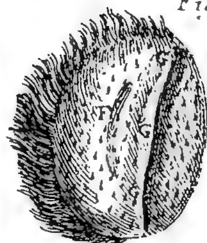


Fig. 4.

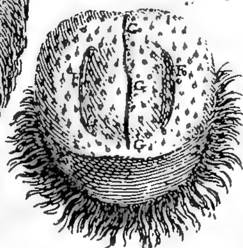


Fig. 5.





Fig. 6.

Fig. 8.

Fig. 9

Fig. 1.

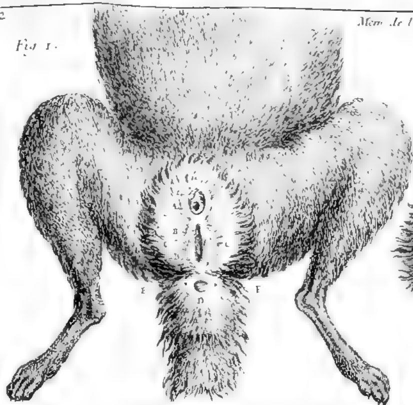


Fig. 3

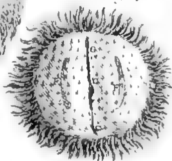


Fig. 4

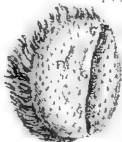


Fig. 2

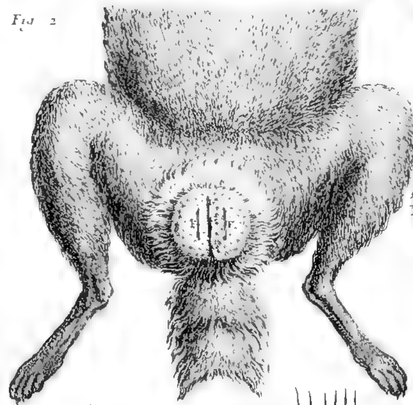


Fig. 5

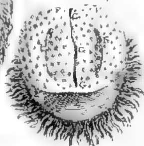


Fig. 6





Fig. 7



Fig. 8



Fig. 9

Ph. Simonneau sc.

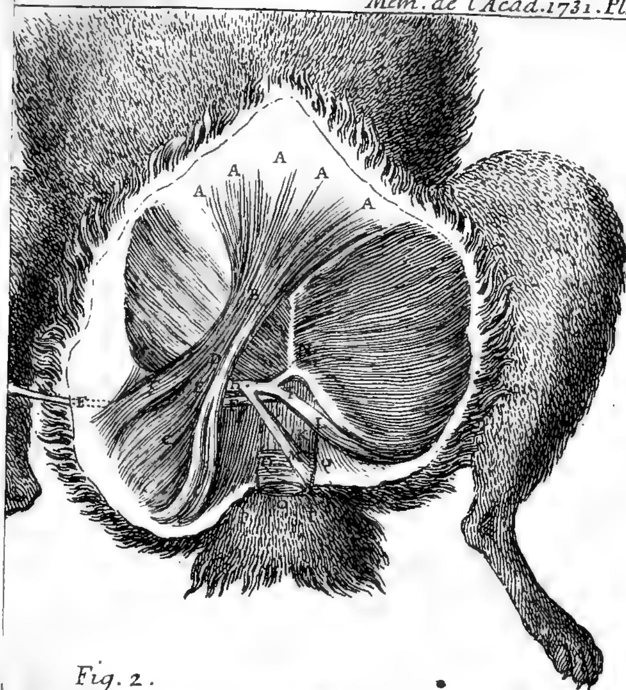
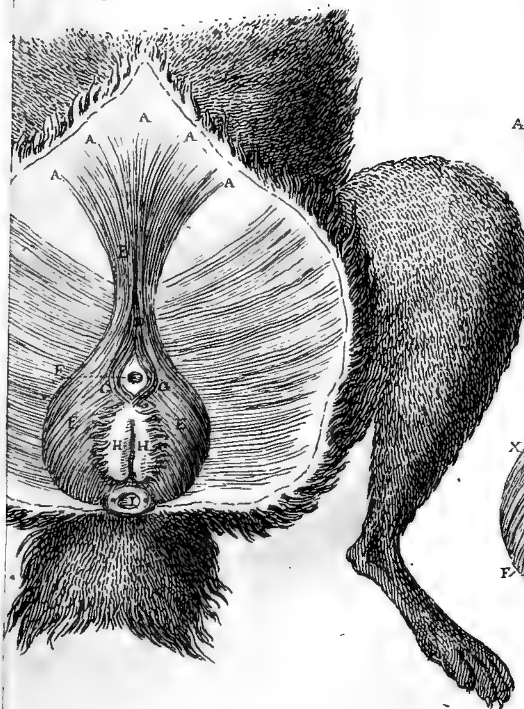


Fig. 2.



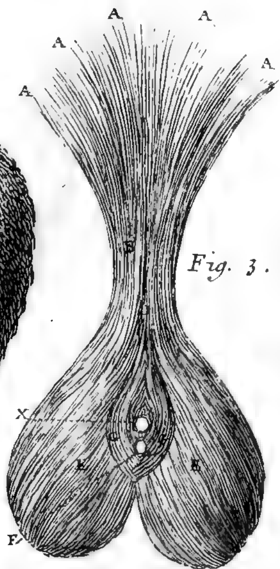


Fig. 3.

Pl. 3

Fig. 1

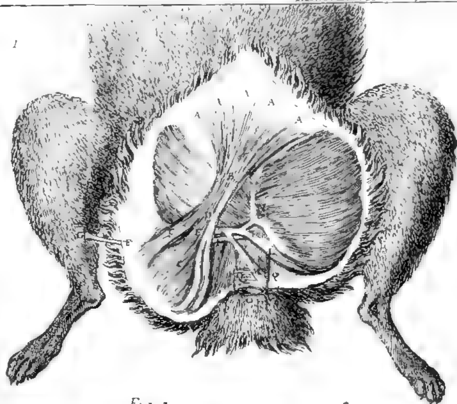


Fig. 2

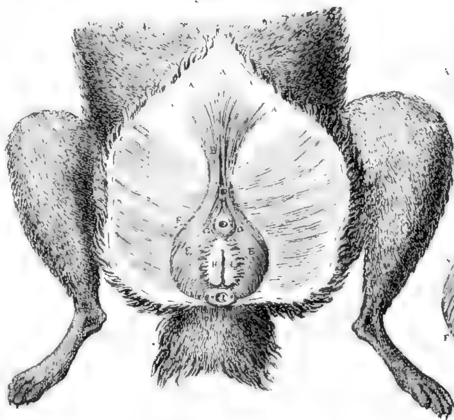


Fig. 3

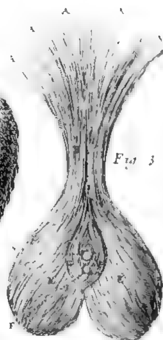


Fig. 1.

A A A A A A B D K H G F F M N N N N

Fig. 6.

G G f f f

[Fig]. 2.

c e e e e c A

Fig. 5.

Fig. 3.

E D

Fig. 1

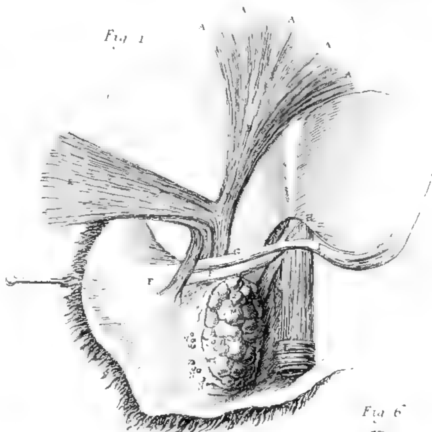


Fig. 6

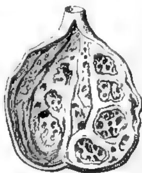


Fig. 4



Fig. 2

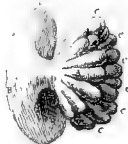


Fig. 5



Fig. 3



somme des angles de l'élevation de l'Equateur, & de l'élevation du sommet de l'arc, $=b$. Tout cela pour le rayon r.

Soit $CE=z$, l'on a $CD=\sqrt{(2ac+cc)}$, $CK=\frac{g}{r}\sqrt{(2ac+cc)}$ $CF=\frac{mz}{r}$. $CK . CE$; ou $\frac{g}{r}\sqrt{(2ac+cc)} . z :: b . q$, ou $2ac+cc=\frac{rrbbzz}{ggqq}$. Et $VE^2=VC^2+CE^2+2CV.CF$; ou $aa+2ac+cc=aa+zz+\frac{2maz}{r}$, ou $2ac+cc=\frac{rzz+2maz}{r}$.

Donc $\frac{rzz+2maz}{r}=\frac{rrbbzz}{ggqq}$; d'où l'on tire z, ou $CE=\frac{2maggqq}{r(rrbb-ggqq)}$.

C'est la regle de M. Mayer, à une faute d'impression près qui se trouve dans ses dénominations, il dit $q=$ *sin. elevat. Poli*, au lieu de dire $q=$ *cosin. elevat. Poli*.

Il faut faire attention aussi, que s'il entend par *dimidia amplitudo crurum*, la moitié de la largeur de l'Aurore, ou l'angle compris entre le rayon CK, intersection du plan du Méridien du lieu & de l'horison, & le rayon CD, (ce qui paroît plus naturel que de prendre *dimidia amplitudo crurum* pour la distance du point D à l'Est) il faut lire *cosinus* pour *sinus* dans ses dénominations.



SUR UNE NOUVELLE ESPECE DE VEGETATION METALLIQUE.

Par M. DE LA CONDAMINE.

FEU M. Homberg donna en 1710 une Théorie générale des Végétations Chimiques, qu'il diſtribua en trois claſſes : *J'ai mis dans la premiére, dit le ſçavant Chimiſte, toutes celles qui conſiſtent dans un métal pur & maſſif, ſans le mêlange d'aucune autre choſe. J'ai mis dans la ſeconde claſſe, toutes celles dont la compoſition conſiſte en un métal diſſous, le diſſolvant reſtant mêlé avec le métal, & faiſant partie de l'arbriſſeau qui en eſt produit; la troiſiéme claſſe eſt de celles qui ne contiennent rien de métallique, mais ſimplement des matiéres ſalines, terreſtres & huileuſes.*

Mem. de l'Ac. 1710. p. 426.

M. Petit de Namur, en 1722, fit de nouvelles recherches ſur cette matiére, & examina en particulier, dans deux différents Mémoires, un grand nombre de Végétations ſalines, où il n'entre rien de métallique, & qui appartiennent à la troiſiéme claſſe de M. Homberg.

Mem. de l'Ac. 1722. pp. 95. & 331.

La nouvelle eſpece de Végétation qu'on ſe propoſe d'examiner dans ce Mémoire, paroît tenir à la ſeconde claſſe, étant produite par des métaux diſſous; mais comme cette ſorte de Végétation a un caractére particulier qui la diſtingue, non-ſeulement des autres de la ſeconde claſſe, mais auſſi de toutes les Végétations connuës, dont elle différe par ce qui leur eſt commun à toutes, peut-être ſeroit-il plus à propos d'en faire une claſſe à part. En effet, quelque différents que ſoient les trois ordres diſtingués par M. Homberg, les Végétations qui les compoſent conviennent toutes en un point, qui eſt, qu'elles ont toutes quelque épaiſſeur & quelque ſolidité; les arbriſſeaux qui les compoſent ſont iſolés pour l'ordinaire, ou du moins ont beaucoup de relief, & leurs

branches sont étenduës en tous sens, suivant les trois dimensions; tels sont l'arbre de Diane de M. Homberg, & l'arbre de Mars de M. Lémery : au lieu que la nouvelle espece dont il est ici question, est, pour ainsi dire, la projection des premiéres; cette sorte de Végétation s'étendant à plat sur une surface, sans aucun relief ni aucune épaisseur sensible. Si on en fait une quatriéme classe, on pourroit la distinguer sous le nom de *Végétations planes*.

J'employe le terme de Végétation dans le même sens que tous les Chimistes, qui se sont accordés à donner ce nom à différentes productions de l'Art, seulement à cause de leur ressemblance extérieure avec les Arbres & les Plantes; quoiqu'il n'y ait aucun rapport entre la façon dont les premiéres se forment, & celle dont les Plantes végétent.

On pourroit m'objecter que les anciennes Végétations Chimiques méritent mieux ce nom, en ce qu'elles s'élevent perpendiculairement à l'horison, comme les Végétaux ordinaires; mais comme les Plantes rampantes sont également comprises sous le nom de Végétaux, & que nos Végétations planes prennent leur accroissement en s'étendant horisontalement comme elles; dans la nécessité de leur donner un nom, j'ai crû qu'il étoit plus à propos de me servir d'un terme déja reçû en ce sens que d'en chercher un nouveau. D'ailleurs on verra dans la suite de ce Mémoire, que cette espece de Végétation n'est pas toûjours horisontale, & qu'elle peut même devenir tout-à-fait perpendiculaire à l'horison.

Si l'on verse sur une Agathe polie ou sur un morceau de glace ou de verre plat, quelques gouttes de dissolution d'Argent, qu'on les étende sur la surface du verre, & qu'après l'avoir posé horisontalement, on place au milieu de la liqueur épanchée un petit morceau de Fer, par exemple, un clou posé sur sa tête; à l'instant il se fera une petite fermentation très-sensible autour du clou; d'où partiront en tous sens, comme les rayons d'un cercle, de petits filets argentés très-déliés qui croîtront à vûë d'œil, & quelque temps après on verra plusieurs figures d'arbrisseaux avec des branchages très-

diſtincts, dont les tiges partant toutes de la tête du clou, comme d'un centre commun, s'étendront de tous côtés ſur la ſurface du verre, à pluſieurs pouces de diſtance, en ſe ſubdiviſant en plus petits rameaux dans tout l'eſpace occupé par la diſſolution. Ces rameaux auront la couleur & le brillant de l'Argent dans toute leur étenduë, ſi ce n'eſt aux environs du centre, où la couleur ſera rougeâtre & ternie par un amas de rouille qui ſe fera autour de la tête du clou. Cette rouille occupera plus ou moins d'eſpace, ſelon que l'on aura mis plus ou moins de diſſolution, & qu'on laiſſera ſéjourner le clou plus ou moins long-temps. La couleur de rouille ſe communiqueroit même de proche en proche à toutes les branches, ſi on laiſſoit le clou pluſieurs jours, & qu'il y eût aſſés de diſſolution pour ne pas ſe ſécher en peu de temps.

Les figures de branchages ſont d'ordinaire auſſi parfaites que ſi elles avoient été deſſinées avec ſoin; avec cette différence, que les ramifications les plus déliées échappent à la meilleure vûë, & que ſi on les examine avec une loupe, on en découvrira un grand nombre de plus petites au de-là de celles que l'on pouvoit à peine diſtinguer à la vûë ſimple.

J'ai réïtéré l'expérience pluſieurs fois, non-ſeulement avec le clou de Fer, mais avec d'autres matiéres. Par différents eſſais, je me ſuis aſſûré qu'elle réüſſiſſoit toûjours quand la matiére poſée ſur la goutte étenduë étoit telle, que le diſſolvant de l'Argent y pût mordre avec plus de facilité que ſur l'Argent même; & comme le même procédé ſe peut obſerver à l'égard des différents métaux & minéraux, j'ai penſé que je pouvois en attendre à peu-près le même ſuccès dans de pareilles circonſtances. Cette réflexion m'a déterminé à tenter la même expérience ſur les diſſolutions d'Or, de Cuivre, d'Etain, de Plomb, de Fer, &c. avec les matiéres les plus convenables. J'ai commencé par rendre compte de l'effet de la diſſolution d'Argent employée avec le Fer, non-ſeulement parce que ç'a été ma premiére expérience, & celle qui a donné lieu aux autres, mais auſſi parce que la Végétation produite par la diſſolution d'Argent & le Fer, m'a parû l'une des plus étenduës

& des plus distinctes que j'aye rencontré dans mes différentes tentatives; comme aussi l'une de celles qui réüssissent le plus sûrement, le plus vîte, & qui demandent le moins d'appareil.

Voici par ordre, en commençant par l'Or, le résultat de mes divers essais.

Les Figures gravées d'après les Végétations même, ne donneront qu'une idée imparfaite de la netteté & de la délicatesse des ramifications qui se forment naturellement, & que l'Art ne peut imiter. Dans les Figures, les titres de *Végétations d'Or* & *Végétations d'Argent,* annoncent le métal dont la dissolution a formé les rameaux des Végétations rangées sous chacun de ces titres. Le caractére marqué dans le centre de chaque Végétation en particulier, désigne le métal ou le minéral qui y a été employé en masse, & qu'on a posé sur la goutte de dissolution. Par exemple, le caractére ♂, dans le centre de la 5.me Figure, sous le titre de *Végétations d'Argent,* signifie que c'est le Fer qui a été employé dans l'expérience avec la dissolution d'Argent. Cette 5.me Figure est celle de la Végétation produite par l'expérience qu'on vient de rapporter, de la dissolution d'Argent & du clou de Fer.

On s'est servi dans les Figures, des caractéres ordinaires que les Chimistes employent pour exprimer les métaux, Or ☼, Argent ☾, Cuivre ♀, Etain ♃, Plomb ♄, Fer ♂; on y a désigné le Léton ou Cuivre jaune par ceux-ci ♀ *J;* le Régule d'Antimoine ordinaire par *R A,* le Régule d'Antimoine martial par *R♂,* le Bismuth par *B,* & le Zinck par *Z.*

Végétations d'Or.

La dissolution d'Or étenduë sur une glace végétera comme celle d'Argent, si l'on met au milieu de cette dissolution un petit morceau de Cuivre, de Léton, d'Etain, de Plomb, de Zinck ou de Bismuth; avec cette différence, que les Végétations d'Or en général, seront beaucoup moins étenduës que celles d'Argent, quoiqu'on ait mis une égale quantité de dissolution; les Végétations d'Or ne s'étendent d'ordinaire guéres plus loin que trois à quatre lignes à la ronde.

Il ſe forme auſſi quelquefois une Végétation autour du Régule d'Antimoine martial, & autour du Régule ordinaire, poſés ſur une goutte de diſſolution d'Or; mais ces Végétations ſont, de toutes, les moins étenduës & les moins diſtinctes.

Celles qui ſe forment autour du Cuivre, & autour du Léton commencent plus vîte, & s'étendent d'ordinaire plus loin que toutes les autres, mais il reſte à l'entour une humidité abondante, qui ternit quelquefois la Végétation, & rend les rameaux, déja formés, adhérents aux bords du petit morceau de Cuivre; en ſorte que, quand on veut l'ôter, pour empêcher le Verd-de-gris qui ſe forme de s'étendre, on ne peut quelquefois enlever le Cuivre ſans emporter une partie de la Végétation d'Or. On remédie à cet inconvénient en laiſſant une ouverture au milieu du petit morceau de Cuivre ou de Léton, & en y plaçant un peu de coton humecté, qui s'imbibe de la liqueur qui s'y amaſſe; par ce moyen la Végétation reſte ſéche, & n'eſt nullement ternie.

L'Etain, le Plomb, le Zinck & le Biſmuth ſe collent à la ſurface du verre, & dépoſent, ſur-tout les deux derniers, une eſpece de cendre ſans aucune humidité.

Le Fer avec la diſſolution d'Or, commence auſſi une eſpece de Végétation, du moins on voit quelques particules d'Or ſe raſſembler autour du clou, mais cet aſſemblage eſt confus, & ne forme qu'un amas irrégulier qui n'a preſque aucune apparence de ramification.

La diſſolution d'Or ne fait autour de l'Argent de coupelle, qu'un amas de pouſſiére noire en forme de réſeau. Elle ne m'a pas réüſſi non plus avec le Mercure.

Végétations d'Argent.

La diſſolution d'Argent végéte non-ſeulement avec le Fer, comme nous l'avons déja remarqué, mais avec le Cuivre, le Léton, l'Etain, le Plomb, les Régules d'Antimoine, le Zinck & le Biſmuth.

De toutes ces Végétations, celles qui ſe font par le moyen de l'Etain & des Régules d'Antimoine, ſur-tout du Régule

martial, ſont les moins étenduës, & les moins fournies. Les autres ſont toutes fort belles, ſur-tout celles qui ſe forment autour du Zinck, & autour du Biſmuth. Elles ne cédent en rien à celle que le Fer produit, dont nous avons parlé d'abord.

La diſſolution d'Argent ne végéte point avec l'Or. Avec le Mercure, j'ai remarqué une fois un ou deux petits rameaux ſans avoir pû depuis y parvenir. La mobilité du Mercure & la rondeur de ſes gouttes rendent cette expérience délicate, & mettent peut-être obſtacle à une parfaite Végétation.

La diſſolution d'Argent n'a eu aucun effet non plus avec l'Antimoine. Je ne prétends pas que les expériences qui ne m'ont pas réüſſi ne puiſſent ſe faire, quoique je les aye tentées plus d'une fois. On ſçait qu'en fait d'expériences, la plus légére circonſtance, & même du nombre de celles qui paroiſſent indifférentes, peut quelquefois décider de leur ſuccès en bien ou en mal.

En général, les Végétations d'Argent ſont preſque toutes belles, & diſtinctes. Elles ſont beaucoup plus étenduës que les Végétations d'Or, & la plûpart ſe forment plus promptement.

Végétations de Cuivre, de Léton, de Plomb, &c.

La diſſolution de Cuivre employée comme celles d'Or & d'Argent, m'a donné auſſi quelques Végétations, mais en plus petit nombre.

J'ai continué les mêmes eſſais ſur les autres diſſolutions de métaux & de matiéres métalliques, pluſieurs m'ont réüſſi. Chaque eſpece de Végétation ſemble avoir un caractére particulier, & des différences remarquables, ſoit dans la configuration de ſes rameaux, ſoit dans le temps qu'elle met à ſe former, ou dans d'autres circonſtances qui accompagnent ſa formation. Peut-être ne ſeroit-il pas impoſſible d'en tirer quelques conjectures ſur la diverſité des parties primordiales des métaux; mais ce détail nous meneroit trop loin, & pourra faire le ſujet d'un ſecond Mémoire.

On n'a connu juſqu'à préſent, du moins je n'ai vû nulle part qu'il ſoit fait mention d'autres Végétations métalliques

que de celles d'Argent, de Mercure amalgamé & de Fer; en effet ce ſont les ſeules auxquelles on puiſſe réüſſir par les procedés ordinaires.

Mem. de l'Ac. 1710. p. 328. M. Lémery dit poſitivement, qu'*après un grand nombre d'expériences rêïterées ſur le Cuivre, il n'a pû réüſſir à en faire de Végétations.* Dans un des Mémoires de M. Petit, on lit ces paroles : *Les diſſolutions d'Argent, de Cuivre, d'Etain, de Biſmuth, de Zinck, de Mercure, &c. n'ont formé qu'une croute ſur le bord de la taſſe;* & cette croute, ainſi qu'il l'obſerve dans le même Mémoire, n'avoit aucune apparence de ramification. Cependant, en s'y prenant de la maniére que nous avons expoſée, on parviendra à faire avec la plûpart des métaux différentes Végétations très-belles & très-diſtinctes.

Mem. de l'Ac. 1722. p. 101. & 102.

Quant à l'arrangement en forme de branches & de rameaux qu'affectent, dans tous les cas précédents, les parties des métaux diſſous, cette figure eſt devenuë familiére aux Chimiſtes à qui elle ſe préſente ſouvent & en différentes rencontres. Mais quoique la plûpart des Végétations Chimiques paroiſſent ſous la forme de ramification, il s'en faut bien que la cauſe qui les produit ſoit toûjours la même; ſouvent celles de la même claſſe ont des cauſes tout-à-fait différentes. On peut voir ce qu'en ont dit M.rs Homberg, Lémery & Petit, dans les Mémoires de l'Académie déja cités.

Dans la premiére claſſe où il n'entre que de purs métaux, tantôt c'eſt la compreſſion de l'air qui agit ſur la ſurface d'un métal en fuſion, & qui fait ſortir, par différents endroits de la croute qui s'y forme, des eſpeces de jets du métal encore liquide ſous cette croute, leſquels ſe durciſſent à l'air, & ont la figure de branches de Corail : tantôt dans un mêlange de métaux tenu en digeſtion, c'eſt le Mercure ou quelquefois l'air même, qui en ſe dégageant des pores du métal fondu, ſoûleve & entraîne à ſa ſuite quelques parties du métal dans leſquelles il étoit embarraſſé, ce qui fait que les filets ou branches de métal qui s'élevent de la maſſe, ſont quelquefois ſurmontées de bulles d'air. Une cauſe à peu-près ſemblable donnoit auſſi naiſſance à la Végétation ſinguliére de M. Homberg,

où

où il n'entroit rien de métallique, qui pendant tout un Eté renaissoit toutes les après-midi dans la chaleur du jour, & disparoissoit tous les soirs.

Les Végétations de métaux dissous qui composent la seconde classe, ont pour cause principale le dépôt des parties métalliques, qui cessant de flotter dans le dissolvant, se rassemblent au fond de la liqueur; & quelquefois, comme dans l'arbre de Mars de M. Lémery, qui s'éleve au dessus de la liqueur, de nouvelles causes plus circonstanciées se joignent à la précédente.

Enfin dans les Végétations de la troisiéme classe où il n'entre rien de métallique, c'est sur-tout dans les figures élementaires & primordiales des Sels, ainsi que le remarque M. Petit, qu'il faut chercher la cause des différentes figures qu'affectent les diverses especes de Végétations salines; quelquefois aussi dans la nature des dissolvants, dans la forme des vases que l'on employe, & dans l'assemblage de diverses circonstances qui toutes opérent des variétés dans les mêmes expériences.

De toutes ces explications on peut conclurre que les causes des diverses Végétations sont souvent encore plus différentes que leurs effets.

Je viens à nôtre nouvelle espece, & je vais essayer de rendre raison de toutes les circonstances qui l'accompagnent.

Il est bon de se rappeller ici l'explication ordinaire de la précipitation des métaux, communément reçûë par les Chimistes. Un métal tenu en dissolution ne manque pas de se précipiter, dès que l'on plonge dans son dissolvant un autre corps, sur lequel ce même dissolvant a plus de prise que sur le métal dissous. Dans ce cas, il paroît qu'on peut supposer avec vrai-semblance, que les corpuscules acides de la liqueur qui rencontrent le nouveau corps exposé à leur action, trouvant une grande facilité à s'insinuer dans ses pores & à diviser ses parties, le pénétrent de toutes parts, & qu'en s'engageant de plus en plus dans ses pores, ils ne peuvent manquer d'abandonner les parties du métal ausquelles ils étoient d'abord unis; on conçoit aussi qu'alors les parties métalliques n'étant plus soûtenuës par les acides de la liqueur s'affaisseront par

leur propre poids, & se déposeront au fond du vase.

C'est ainsi que l'Argent dissous dans l'Esprit de Nitre tombe sensiblement en Poudre ou en Chaux au fond du vaisseau, à mesure que l'Esprit de Nitre agit sur le Cuivre qu'on y a plongé; c'est ainsi que le Cuivre qui vient de prendre la place de l'Argent, se précipite à son tour, par le moyen du Fer, qui lui-meme pourra être précipité par la Pierre calaminaire encore plus aisée à dissoudre que le Fer.

Dans tous ces cas, le métal précipité tombe par son propre poids en petites parties au fond de la liqueur, & s'y amoncéle : la profondeur du vaisseau, & l'amas de liqueur qui surnage, ne permettent pas ordinairement aux parties métalliques de prendre un autre arrangement en se précipitant.

Il n'en est pas de même, lorsqu'il n'y a qu'une goutte de dissolution, & qu'au lieu d'un vaisseau creux, cette goutte est étenduë horisontalement sur une surface platte & unie.

Il est clair qu'alors, si quelque cause que ce soit, oblige le métal à se précipiter, les parties métalliques répanduës à peu-près également dans la petite couche de liqueur, ne s'amasseront point en un monceau; il faudroit pour cela qu'elles s'élevassent les unes sur les autres, & il n'y a aucune raison qui les y contraigne. Si donc, étant dispersées dans tout l'espace occupé par la dissolution qui n'a presque aucune épaisseur sensible, elles viennent à être abandonnées par leur dissolvant, il est évident qu'elles doivent se précipiter chacune à part, chacune à plomb au dessous de l'endroit où elle flottoit quand le dissolvant l'a quittée.

Tout ce qui peut arriver de plus aux particules de métal, c'est d'être emportées par le courant de la liqueur, supposé qu'elle-même soit entraînée vers quelque endroit du plan, ou par sa pente, ou par quelqu'autre cause que ce puisse être.

En ce cas, il est tout naturel que les parties métalliques que le courant entraîne, & que le dissolvant cesse de soûtenir, s'amassent en plus grand nombre vers le terme où le torrent les conduit; & que celles qui n'y sont point encore arrivées, quand l'évaporation de la liqueur les empêche de couler plus

loin, demeurent semées sur la route qu'elles ont suivie. Nous n'avons rien supposé qui ne doive arriver nécessairement. Faisons l'application de cette méchanique à nôtre expérience.

Quand on a mis un petit morceau de Fer, une tête de clou, par exemple, au milieu d'une goutte de dissolution d'Argent étenduë sur une glace, se forme-t-il des courants dans la liqueur, qui tendent au clou comme à leur centre? Supposé que ces courants se forment, pourquoi les parties du métal précipité qui doivent marquer la trace de ces courants, sont-elles disposées en forme de rameaux? il faut éclaircir l'un & l'autre de ces deux points.

Les parties de la liqueur, par quelque cause que ce puisse être, qui ne fait point ici mon objet, ont une adhésion mutuelle les unes aux autres. Le fait est certain, vérifié par quantité d'expériences, & n'est contesté de personne. Il suit de cette adhésion mutuelle que si quelques parties de la liqueur sont puissamment poussées ou attirées vers quelque endroit, elles entraîneront nécessairement à leur suite les parties voisines qui les touchent, & celles-ci les suivantes, avec plus ou moins de vivacité, selon que l'action sera plus ou moins forte; comme on ne peut tirer le bout d'une chaîne que l'impression ne passe successivement du premier chaînon à tous ceux qui la composent, qui suivront tous avec la même vîtesse qui aura été imprimée au premier.

Ceci posé : aussi-tôt qu'on a placé le clou de maniére qu'il touche la dissolution d'argent étenduë sur la glace, les parties acides de la liqueur qui touchent le Fer, & qui pénétrent dans ses pores avec une grande facilité, en y entrant, quitteront les particules d'Argent qu'elles tenoient divisées & suspenduës; celles-ci se trouveront donc rassemblées en grande quantité autour du clou, où les acides absorbés les ont abandonnées. Les parties du dissolvant les plus voisines de celles qui ont touché le Fer les premiéres, leur succéderont, & les rempla-ceront à mesure que les premiéres s'engageront plus avant dans les pores du Fer; celles qui suivent prendront la place des secondes, & attireront les suivantes; & ainsi de l'une à

l'autre juſqu'aux bords de la liqueur. Il ſe formera donc de tous les côtés autour du clou de petits courants de liqueur qui auront le clou pour centre; & comme les liquides agiſſent en tous ſens, les parties de la liqueur ſituées dans les intervalles des courants les premiers formés, ne manqueront pas de s'y joindre, & tomberont obliquement ſur eux. Rien n'empêche que, par la même mechanique, d'autres courants plus petits encore ne prennent naiſſance entre les divers bras de ces derniers, & ne s'y réüniſſent de même, & ainſi de ſuite.

Une objection ſe préſente naturellement ici. On conçoit que la précipitation de l'Argent doit ſe faire immédiatement autour du clou, puiſqu'il abſorbe les acides de la portion de liqueur dont il eſt environné; mais à quelque diſtance du clou, on ne voit plus de cauſe de précipitation : cependant elle doit avoir eu lieu dans tout l'eſpace où l'on voit des particules d'Argent. La réponſe à cette difficulté n'eſt pas moins naturelle. Il ſe fait, autour du clou, une petite fermentation des acides qui s'y abſorbent ; elle eſt même, le plus ſouvent, ſenſible à la vûë : cette fermentation ſe communique de proche en proche & à la ronde, dans toute l'étenduë de la goutte, & la précipitation s'enſuit par-tout.

Voilà l'exiſtence de nos courants établie : il reſte à ſçavoir pourquoi ils donnent la forme de rameaux à l'Argent précipité.

Comme les parties de la liqueur ſont tranſparentes, la trace de tous ces courants ne ſeroit point apperçûë, ſans les parties du métal diſſous. Mais la précipitation des parties métalliques s'étant faite dans le temps que les petits courants ſe ſont formés, elles en marqueront la trace; & elles reſteront collées ſur la ſurface de la glace, lorſque toute l'humidité ſera diſſipée dans l'arrangement qu'elles auront reçû par la direction des divers courants où elles ſe ſont rencontrées au moment de leur précipitation.

Il eſt certain d'ailleurs que la réünion ſucceſſive de pluſieurs courants en un ſeul, forme ſur un plan l'image d'une branche avec ſes rameaux. On n'a qu'à jetter les yeux ſur une Carte Géographique, ſur-tout ſur celles qui ſont aſſés

détaillées pour y remarquer les petits ruiſſeaux, fontaines & torrents, dont le concours forme les grandes Riviéres; celles-ci paroîtront comme le tronc d'un arbre dont les premiers figureront les branches & les rameaux. Les parties du métal demeurées après l'évaporation de la liqueur doivent donc former autour du clou des figures d'arbriſſeaux : ces figures n'étant autre choſe, que la trace des divers courants qui y ont afflué de toutes parts; laquelle trace eſt parſemée des particules du métal précipité.

Le cours de ces divers ruiſſeaux, tant des premiers formés que de ceux qui les groſſiſſent en s'y joignant, ne ſuivra pas toûjours la ligne droite : les divers petits obſtacles cauſés par l'inégalité du plan, ou par les parties métalliques chariées par le diſſolvant, ſuffiſent pour les en détourner.

Les rameaux ſubalternes les plus éloignés du centre doivent ordinairement être les plus déliés; parce que les courants y ſont plus nombreux, & moins forts que vers le centre où ils ont été groſſis par leur réünion mutuelle. Tout près du centre, il n'y a point de rameaux; parce que la fermentation étant auprès du clou dans ſa plus grande force, les courants n'y tombent point les uns dans les autres, mais tendent directement au centre où ils viennent s'abſorber. De-là vient encore que les tiges des arbriſſeaux proche du centre, ſont ſi ſerrées les unes contre les autres.

Les parties de la liqueur les plus voiſines des bords & les plus éloignées du centre, ainſi que toutes celles qui auront échappé à la rapidité des courants, ſe criſtalliſeront à l'ordinaire, n'ayant point eû de part à la précipitation qui s'eſt faite dans le reſte de la liqueur; &, par-tout où il y aura des criſtaux, on ne verra aucune trace de rameaux ni de particules de métal.

J'ai remarqué quelquefois, dans la Végétation d'Argent par le Fer, que les rameaux les plus éloignés du centre étoient interrompus par des filets argentés, diſpoſés en lignes droites, ſelon différentes directions. Ces filets avoient la forme d'aiguilles longues, croiſées ou traverſées par d'autres

petites aiguilles; mais j'ai toûjours obſervé que cela n'arrivoit que quand il y avoit fort peu de diſſolution, qu'elle étoit fort étenduë, & par conſéquent qu'elle s'étoit ſéchée très-vîte, ou lorſque quelque cauſe étrangére, comme la chaleur, avoit hâté l'évaporation de la liqueur. Il y a beaucoup d'apparence que dans ces cas, tandis que les parties métalliques les plus proches du centre, entraînées par les courants qui ſe ſont formés, ont pris la forme de ramification, les bords de la liqueur ont commencé à ſe ſécher, & par conſéquent à ſe criſtalliſer. La forme ordinaire de longues aiguilles que l'on ſçait que prennent ces criſtaux en ſe formant, aura géné les courants, & interrompu leurs ſinuoſités; & les particules d'Argent qui ſeront venuës s'appuyer le long des côtés de ces aiguilles, auront pris le même arrangement. Suivant cette explication, on conçoit que la forme ordinaire de rameaux a dû ceſſer où les petits courants ont commencé à ne plus couler librement, ce qui a dû arriver préciſément à la diſtance du centre où les criſtaux ont commencé à ſe former.

Si on étend la goutte de diſſolution ſur le côté inférieur de la glace, & qu'en cet état on faſſe porter la glace ſur une ou pluſieurs pointes de fer qui touchent la goutte, l'effet ſera le même que ſi la diſſolution étoit étenduë ſur la ſurface ſupérieure, & l'on verra, à travers la glace, les arbriſſeaux ſe former autour de tous les endroits où les pointes de fer toucheront la diſſolution. L'explication précédente convient également à ce cas. Mais, dira-t-on peut-être, dans cette nouvelle ſituation de la glace, la précipitation ſe fait-elle de bas en haut? Et les particules métalliques abandonnées par le diſſolvant, au lieu de monter pour s'attacher à la glace, ne doivent-elles pas tomber par leur propre poids, n'étant plus retenuës par la ſurface de la glace, comme dans la premiére maniére de faire l'expérience? Voici la réponſe à cette objection. Premiérement, la précipitation ſe fait à l'ordinaire, c'eſt-à-dire, dans la portion inférieure de la goutte; mais les parties du métal diſſous ont été ſi diviſées, & ſi atténuées par le diſſolvant,

& ont par conſéquent tant de ſurface à raiſon de leur maſſe, qu'il ne leur reſte pas aſſés de poids pour ſurmonter l'adhéſion qui les unit aux parties du liquide. Elles ne quitteront donc point la goutte, comme la goutte de ſon côté, retenuë par une adhéſion ſemblable, ne ſe détachera point de la glace. J'ai déja dit que je n'entrois point ici dans l'examen de la cauſe phyſique des adhéſions. En ſecond lieu, à meſure que les courants, dont on a parlé, en s'abſorbant dans les pores du Fer, ſe déroberont aux particules métalliques précipitées qu'ils entraînoient, ces particules doivent s'approcher de plus en plus de la ſurface inférieure de la glace, juſqu'à ce que la liqueur, en ſe ſéchant entiérement, les y rende légérement adhérentes, dans un arrangement à peu-près ſemblable à celui qu'elles auroient pris ſur la ſurface ſupérieure.

Le Microſcope ne fait rien découvrir qui ne favoriſe & ne confirme les conjectures précédentes, on apperçoit ſeulement par ſon moyen que les rameaux ſe forment avec une prodigieuſe vîteſſe, & ſe diviſent en un bien plus grand nombre de branches que celles que les yeux peuvent diſtinguer, ce qui eſt l'effet de l'augmentation de volume que le Microſcope donne aux objets. Pour bien faire cette obſervation, il faut avec le bout d'une plume prendre une très-petite partie de goutte de diſſolution d'Argent, l'étendre à plat ſur une glace ſans laiſſer à la goutte la convéxité qu'elle prendroit, ſi elle étoit plus ramaſſée, & poſer la glace horiſontalement; enſuite ayant dirigé ſur cet objet un Microſcope qui ouvre un aſſés grand champ pour appercevoir une étenduë ſuffiſante de la goutte, on laiſſera tomber ſur l'endroit de la goutte, apperçû avec le Microſcope, un petit grain de limaille de Fer, le plus petit & le plus rond ſera le plus convenable; & l'on verra à l'inſtant de ſa chûte ſur la liqueur une petite ébullition autour de ce grain, d'où naîtront, dans le moment même, une infinité de petites tiges fort ſerrées les unes contre les autres qui s'étendront de proche en proche en tous ſens, en ſe diviſant & ſe ramifiant de plus en plus, à meſure qu'elles s'éloigneront du centre.

Il ne m'a pas été possible de distinguer rien de plus précis à la naissance de la tige de ces arbrisseaux; on les voit seulement, comme nous venons de l'observer, naître de la petite fermentation qui se fait d'abord dans le voisinage du clou & qui s'étend à la ronde, ce qui s'accorde avec l'explication que nous avons donnée.

J'ai employé dans cette explication le terme de courant, comme celui qui m'a paru le plus propre à exprimer le mouvement d'un liquide qui tend à un terme, quelle que puisse être la cause de sa direction. Il y a cette différence entre les courants pris dans le sens ordinaire, & ce que nous avons appellé ici de ce nom, que les premiers suivent uniquement les loix de la pesanteur, & n'ont d'autre cause que le poids du liquide & la pente du terrain, au lieu que ceux-ci sont absolument indépendants de ces loix, puisque sur une surface plane, leur cours est dirigé de toutes parts vers le même point. Bien plus, quoique la surface de la glace soit inclinée, le poids de la liqueur n'empêchera pas qu'il ne se forme des rameaux en tous sens, & par conséquent des courants, même contre la pente; l'adhésion mutuelle des parties de la liqueur qui se tiennent & se tirent les unes les autres comme des chaînons, étant plus efficace, dans ce cas, que la pesanteur même, qui ne peut donner qu'une seule tendance aux parties de la liqueur.

Il est vrai que lorsque la glace est inclinée, la pesanteur produit quelque changement dans la ramification, en ce que le plus grand nombre des rameaux se forme au-dessus du clou, & qu'il y en a beaucoup moins au-dessous. Cette différence vient de ce que la pente favorise les courants qui descendent, au lieu que ceux qui remontent vers le clou ont à vaincre la pesanteur, & cette difficulté est d'autant plus grande, que la pente est plus rapide; d'où il arrive que les ramifications inférieures au clou sont d'autant moins nombreuses que la glace est plus inclinée, ce qui n'empêche pas néantmoins qu'il n'y en ait encore quelques-unes de bas en haut, même dans le cas où la glace seroit perpendiculaire à

l'horison.

l'horiſon. Mais cela n'arrive bien ſûrement & bien diſtinctement dans cette ſituation de la glace, que lorſque le diſſolvant du métal a beaucoup de priſe ſur la nouvelle matiére qu'on expoſe à ſon action: auſſi il m'a paru que l'expérience ne réüſſiſſoit jamais mieux qu'avec la diſſolution d'Argent & avec le Fer pour précipitant. Il faut encore obſerver d'étendre beaucoup la diſſolution afin que la goutte ait le moins dépaiſſeur qu'il eſt poſſible, autrement il eſt clair que ſon poids l'entraînera bien-tôt, ſi la glace eſt poſée verticalement, comme nous le ſuppoſons. La maniére la plus ſimple & la plus aiſée que j'aye trouvé de faire cette expérience, eſt d'étendre une très-petite goutte de diſſolution d'Argent avec la pointe d'une plume ſur un carreau de vître, en le laiſſant à ſa place & dans ſa ſituation ordinaire, qui eſt verticale; quand la goutte ſera ſuffiſamment étenduë, avant que de lui donner le temps de ſe ſécher, on mettra au milieu, avec le bout d'une plume, un grain de limaille aſſés petit, pour que l'humidité de la liqueur le puiſſe retenir ſuſpendu à la vître. Ici il n'eſt pas beſoin de Microſcope, & l'effet eſt ſenſible à la vûë ſimple; auſſi-tôt que le grain ſera attaché ſur la vître au milieu de la goutte, on verra les rameaux d'Argent ſe former à l'entour à l'ordinaire, mais il y en aura beaucoup moins au-deſſous du grain qu'au-deſſus, par la raiſon alléguée.

En parlant de la précipitation ordinaire des métaux, nous avons obſervé que ſur une ſurface horiſontale, les parties d'Argent précipitées ne pouvoient s'entaſſer comme au fond d'un vaſe, qu'en montant les unes ſur les autres. On pourroit objecter ici que quand la glace eſt verticale, cette raiſon ne ſubſiſte plus, & que par conſéquent la précipitation doit ſe faire ſans ordre, du moins dans la partie inférieure de la goutte, ce qui n'arrive pourtant pas, puiſqu'il s'y fait des rameaux en tous ſens. Mais nous avons prévenu l'objection, en remarquant qu'il ne falloit mettre que très-peu de diſſolution & l'étendre beaucoup ſur la vître. Alors l'adhérence de la liqueur au verre réſiſte aſſés à l'action de la peſanteur pour la rendre inférieure à la cauſe que nous avons indiquée, ce

qui fait que les courants ſe dirigent en tous ſens vers le Fer, même de bas en haut. Tout l'effet de la peſanteur ſe réduira alors, comme nous l'avons déja remarqué, à rendre le nombre des rameaux ſupérieurs au grain de limaille, plus grand que celui des rameaux inférieurs.

Quant à la force de cette adhéſion de la liqueur au verre, ce n'eſt pas gratuitement que nous la ſuppoſons, puiſqu'il paroît par les expériences de M. Petit, que l'adhéſion de l'eau au verre eſt plus grande que celle des parties de l'eau entre elles.

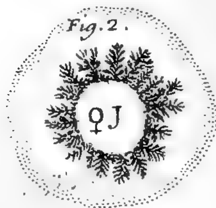
Mem. de l'Ac. 1724. p. 101.

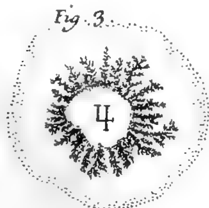
Dans toutes les expériences précédentes, les effets ſeront plus ou moins ſenſibles, ſuivant la nature & la proportion mutuelle, tant des métaux que des diſſolvants employés.

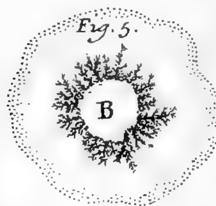
Toutes ces Végétations ſe peuvent également faire ſur des verres & des glaces de toutes couleurs. Après avoir choiſi les Végétations dont les accidents ſont les plus heureux, ſi on couvre la glace colorée, ſur laquelle eſt la Végétation, d'une glace tranſparente; en les mettant au feu avec quelques précautions que la pratique apprendra bien-tôt, les deux glaces s'uniront immédiatement, ſans que la Végétation en ſoit altérée. On peut faire tailler enſuite & polir ces criſtaux qui reſſembleront à des pierres de couleurs dans leſquelles la Végétation ſeroit incorporée, & qui paroîtront d'une ſeule piece, ſi la glace tranſparente eſt uſée ſuffiſamment & taillée en biſeau ou en goutte de ſuif. Il y a auſſi différents moyens de faire des doublets de pierres dures, ſur leſquelles on auroit fait de ſemblables Végétations. Les Végétations d'Or réſiſtent beaucoup mieux au feu que celles d'Argent. Les couleurs brunes comme le bleu-foncé & le vert, ſont les plus avantageuſes pour ſervir de fond aux Végétations d'Or. Au lieu d'arbriſſeaux d'Or, on en peut faire de couleur verte, par le moyen des Végétations de Cuivre, qui prennent cette couleur au bout de quelques jours.



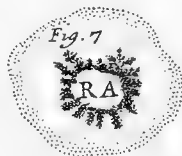
Vegetations d'or.

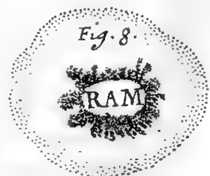












Ph. Simonneau del et Sculp

Vegetations d'or.

Fig. 1

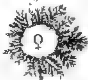


Fig. 2.



Fig. 3



Fig. 4.



Fig. 5

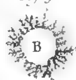


Fig. 6

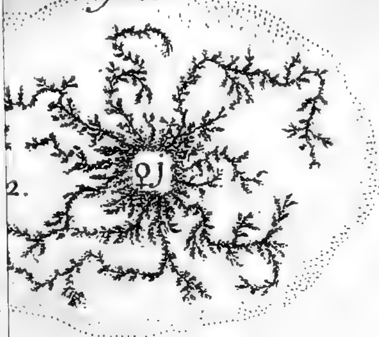


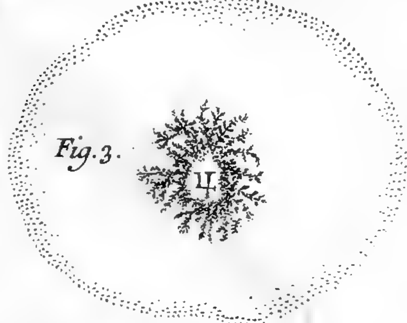
Fig. 7

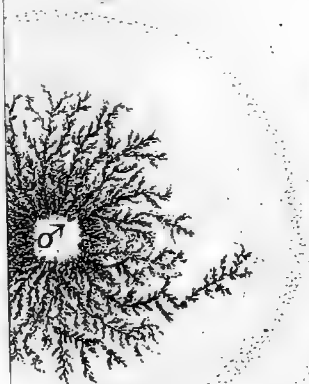


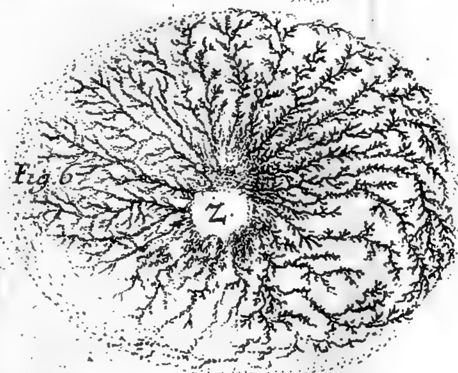
Fig. 8



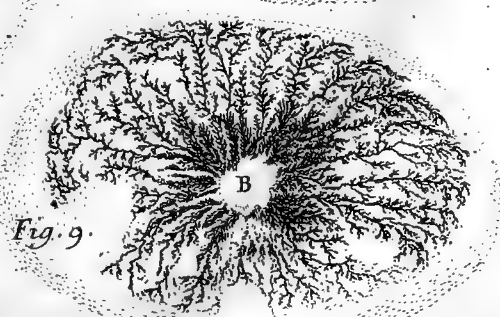












Ph. Simonneau del. et Sculp.

Vegetations d'Argent.

Mem de l'Acad 1731 Pl. 29 pag. 482

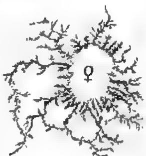


Fig. 1.

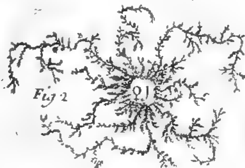


Fig. 2

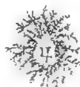


Fig. 3

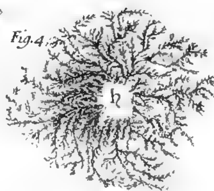


Fig. 4.

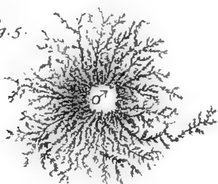


Fig. 5.

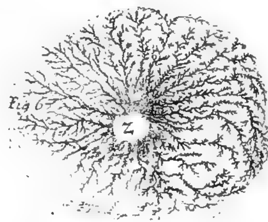


Fig. 6



Fig. 7.



Fig. 8.

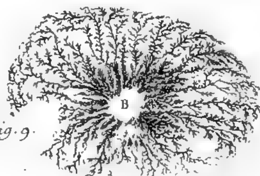


Fig. 9.

SUR LES COURBES

Que l'on forme en coupant une surface courbe quelconque, par un plan donné de position.

Par M. CLAIRAUT.

JE me propose dans ce Mémoire d'examiner les Courbes que l'on a en coupant la surface d'un corps courbe quelconque, de tous les sens imaginables par des plans; pour cela je traite les surfaces comme je l'ai déja fait dans les recherches sur les Courbes à double courbure, en les considérant par leurs équations à trois variables, & ensuite par le moyen de quelques formules assés simples, je trouve les équations des Courbes formées par les sections, aussi-bien que différentes propriétés qui conviennent à ces sortes de Courbes en général. 12 Decemb. 1731.

PROBLEME GENERAL.

Une surface courbe quelconque étant donnée avec ses trois axes AP, AQ, AR, *& son équation, il faut trouver la nature de la Courbe* KN, *formée par la section de cette surface, par un plan* VLN, *donné de position.* Figure 1.

I. Soit *BV* la section du plan de la base *APM* par le plan coupant *VLN*, *B* la rencontre de cette ligne avec l'axe *AP*, *N* un point quelconque de la Courbe cherchée *KN*, qui appartient en même-temps à la surface courbe.

On abbaissera de ce point *N* les perpendiculaires *NL*; sur la ligne *BV* & *NM*, (z) sur le plan de la base; on menera *LM*, & *PM* (y) perpendiculaire à *AP* (x); *MV* & *LD* paralleles à l'axe *AP*, *BT*, *CL* paralleles à l'axe *AQ*, & on nommera *BL*, *LN* qui sont les coordonnées de la Courbe cherchée *KN*, u & s. Cela fait, il est clair que l'inclinaison de la ligne *BV* sur *BT*, ou sur l'axe *AP*, & celle

de la ligne LN sur LM avec la position du point B, détermineront la position du plan LVN quelle qu'elle soit. Ainsi l'ouverture des angles VBT, NLM, & la distance AB doivent être données.

J'exprime le rapport de BT à VT, c'est-à-dire l'ouverture de l'angle VBT par le rapport de m à n, l'ouverture de l'angle NLM par le rapport de p à q, & je nomme la distance AB, g. L'on aura ainsi pour le rapport de MN à LN celui de q à $\sqrt{pp+qq}$, ce qui donnera $LN\,(s) : MN\,(z) :: \sqrt{pp+qq} : q$. D'où l'on tire l'équation A. $z = \frac{qs}{\sqrt{p^2+q^2}}$.

L'on aura aussi $LN\,(s) : LM :: \sqrt{p^2+q^2} : p$, qui donne $LM = \frac{ps}{\sqrt{p^2+q^2}}$, & à cause du rapport $\frac{m}{n}$ de BT à VT, $BL\,(u) : BE :: \sqrt{mm+nn} : m$, & $BL\,(u) : LE :: \sqrt{mm+nn} : n$. D'où l'on a $BE = \frac{mu}{\sqrt{mm+nn}}$, $LE = \frac{nu}{\sqrt{mm+nn}}$; & par conséquent $LC = ET = y - \frac{mu}{\sqrt{mm+nn}}$, & $CM = LD = AP + AB + LE = x + g + \frac{nu}{\sqrt{mm+nn}}$.

L'angle VLN étant droit, l'angle VLM l'est aussi; d'où l'on voit que les triangles VCL, CLM sont semblables, ainsi l'on aura $VC : VL :: CL : LM$, ou $n : \sqrt{m^2+n^2} :: y - \frac{mu}{\sqrt{m^2+n^2}} : \frac{ps}{\sqrt{p^2+q^2}}$, qui donne cette équation $y - \frac{mu}{\sqrt{m^2+n^2}} = \frac{nps}{\sqrt{p^2+q^2}\,\sqrt{m^2+n^2}}$, ou B. $y = \frac{nps}{\sqrt{pp+qq}\,\sqrt{mm+nn}} + \frac{mu}{\sqrt{mm+nn}}$.

On tire encore des triangles ſemblables VCL, CLM, cette proportion $CM : LM :: CL : VL :: m : \sqrt{mm + nn}$ qui donne $CM = \frac{m \times ML}{\sqrt{mm + nn}}$, ou en termes algébriques $g + x + \frac{nu}{\sqrt{mm + nn}} = \frac{mps}{\sqrt{pp + qq}\ \sqrt{nn + mm}}$; d'où l'on tire $C.\ x = \frac{mps}{\sqrt{pp + qq}\ \sqrt{nn + mm}} - \frac{nu}{\sqrt{nn + mm}} - g$.

Ainſi ayant l'équation de la ſurface courbe en x, y, z, il faudra y ſubſtituer à la place de x, y, z, leurs valeurs qu'on a trouvées dans les équations A, B, C, & il en viendra une équation qui ne renfermera que les coordonnées u & s, qui ſera par conſéquent celle de la Courbe cherchée KN.

II. Si l'on remarque dans les valeurs de z, de y, & de x, que les variables u & s ne montent chacune qu'au premier degré, on verra qu'en les ſubſtituant dans l'équation de la ſurface courbe, elles ne pourront pas faire monter l'équation de la Courbe de ſection, à un degré plus haut que celui de l'équation de la ſurface courbe; ainſi c'eſt une proprieté générale des ſurfaces courbes, que les Courbes formées par leurs ſections ne ſont jamais d'un plus haut degré qu'elles.

III. On tire de-là auſſi une propriété des ſurfaces courbes que j'ai déja remarquée dans le Livre des *Recherches ſur les Courbes à double courbure*, qui eſt, que celles dont les équations n'ont point de parametres, c'eſt-à-dire, de conſtantes qui doivent exprimer néceſſairement une ligne, ſont toutes à des ſurfaces coniques, dont le pole eſt l'origine des x, y, z, car les équations A, B, C, n'ayant aucun parametre que g, ſi on les veut faire devenir les formules des ſections de la ſurface par des plans qui paſſent par le point A, elles n'en auront plus, & par conſéquent en les ſubſtituant dans l'équation de la ſurface courbe, on aura des équations à deux variables qui n'auront point de parametre, & qui ſeront par conſéquent à des lignes droites paſſant par le point A, ce qui

montre alors que la surface courbe n'est composée que de lignes droites qui partent d'un seul point, c'est-à-dire, qu'elle est une surface conique.

Autre manière d'avoir les équations des Courbes de section des surfaces courbes par des plans donnés de position, en supposant que les coordonnées de la surface courbe sont ensemble des angles quelconques.

Figure 2. IV. Soient les trois axes de la surface courbe *AQ, AR, AP*, & *AP, PM, MN* les coordonnées qui leur sont toûjours paralleles, supposant que les points *B, R, Q*, soient ceux où le plan donné de position rencontre les trois axes; ces points doivent être donnés, c'est-à-dire les lignes *AR, AQ, AB:* On nommera ces lignes *a, b, c*, & on trouvera par conséquent pour l'équation du plan $\frac{ax}{c} + \frac{ay}{b} + z = a$. Ainsi en substituant cette équation dans celle de la surface, on aura, selon celle des trois variables qu'on aura fait évanoüir, l'équation de la Courbe de projection de la Courbe de section sur un des trois plans *ARQ, ARB, ABQ*, & comme ces Courbes de projection sont de la même espece que la Courbe de section, on aura par-là une équation qui exprimera l'espece de la Courbe demandée. On regarde ici comme Courbes de la même espece, deux Courbes qui ne différent que parce que leurs coordonnées ne font pas le même angle, ou bien parce que les abscisses ou les coordonnées de l'une sont toûjours une certaine partie constante de celles de l'autre, ainsi qu'il en est d'une Ellipse à l'égard d'une autre Ellipse dont les axes n'ont pas le même rapport entr'eux.

Si l'on veut avoir l'équation propre de la Courbe de section, on remarquera que le rapport de l'abscisse *RE* de cette Courbe de section à l'abscisse *AP* de la Courbe de projection sur le plan *QAB*, est le même que celui de *RB* à *AB*, d'où en

nommant RB, d, on aura RE, que je nomme $u = \frac{dx}{c}$ qui donne $x = \frac{cu}{d}$. De même comme le rapport de EN à PM eſt celui de EF à PF ou de RQ à AQ, en nommant RQ, e, & la coordonnée EN, s, on aura $s = \frac{ey}{b}$ ou $y = \frac{bs}{e}$. Enſuite ayant l'équation de la Courbe de projection ſur le plan QAB, on mettra à la place de x & y les valeurs $\frac{cu}{d}$ & $y = \frac{bs}{e}$ que l'on vient de trouver, & l'on aura l'équation de la Courbe formée par la ſection de la ſurface courbe.

V. Il ſuit de-là que deux ſurfaces courbes qui ne différeront que parce que leurs coordonnées feront enſemble des angles différents, auront toûjours des Courbes de ſection qui ſeront de la même eſpece.

VI. Si l'on fait attention à ce qu'on a dit dans l'Article III. que les équations à trois variables ſans parametre exprimoient toutes des ſurfaces coniques; on verra qu'une de ces ſortes d'équations ſera celle d'un Cone donné, ſi en ſuppoſant dans cette équation x, y, ou z conſtante, on a l'équation de la Courbe qui ſert de baſe à ce Cone, par exemple, l'équation $yy + xx = \frac{aazz}{bb}$ appartient au Cone dont la baſe eſt le cercle $yy + xx = aa$ & la diſtance du pole au centre b.

VII. Il ſuit de-là que deux Cones qui ont une même Courbe pour baſe, mais dont la poſition du Pole à l'égard de la baſe ſera différente, pourront toûjours, pourvû que la diſtance du Pole à l'origine des coordonnées de la Courbe de baſe ſoit la même, être exprimés par la même équation, mais dont les coordonnées feront enſemble des angles différents.

VIII. On voit par-là que deux ſurfaces coniques qui auront la même Courbe pour baſe, à quelque endroit que ſoit placé le Pole, pourront toûjours donner les mêmes eſpeces de Courbes de ſections : car, les équations de ces deux ſurfaces ne pouvant différer que par la conſtante qui exprime

la diſtance du Pole à l'origine des coordonnées de la Courbe de baſe; cette conſtante étant, par exemple f, dans l'une de ces deux ſurfaces, & m dans l'autre, ſi l'on veut trouver un certain ſens de couper la premiére qui donne la même eſpece de Courbe que celle qu'on a en coupant la ſeconde par un plan exprimé par l'équation $\frac{a}{b}x + \frac{a}{c}y + z = a$, on n'aura qu'à la couper par un plan, dont l'équation ſoit $\frac{a}{b}x + \frac{a}{c}y + \frac{m}{f}z = a$.

IX. Les Courbes que l'on a par l'ombre d'une Courbe donnée ſur un plan éclairé par un point fixe, n'étant autre choſe que les Courbes formées par la ſection d'un Cone dont le pole eſt le point lumineux, & la baſe la Courbe éclairée; on pourra avoir, par ce que l'on vient de dire, aiſément une équation générale de toutes les ſurfaces que forment tous les rayons de lumiére qui partent du point lumineux, & qui paſſent par tous les points de la Courbe de baſe, & par conſéquent en même temps de toutes les Courbes de ſection de ces ſurfaces, c'eſt-à-dire, des Courbes formées par les ombres de la Courbe qui ſert de baſe.

X. Comme toutes les Courbes qui donnent les différentes ſections d'un Cone lui peuvent ſervir également de Courbe de baſe, ce ſera la même choſe, lorſque l'on voudra ſçavoir ſi une certaine Courbe peut être formée par l'ombre d'une autre, ou de ſubſtituer dans l'équation des ſurfaces coniques de cette Courbe, l'équation générale du plan $\frac{a}{b}x + \frac{a}{c}y + z = a$, & d'y chercher la Courbe qu'on veut qui jette l'ombre, ou bien de commencer par faire l'équation du Cone dont la baſe eſt la Courbe qui jette l'ombre, & y ayant ſubſtitué l'équation générale du plan, d'y chercher enſuite la Courbe que l'on veut qui ſe trouve par l'ombre.

XI. Lorſque l'on ſe propoſe de trouver une certaine Courbe

Courbe *A*, par le moyen de l'ombre d'une autre Courbe *P*, si on peut trouver cette même Courbe *A*, par le moyen d'une autre Courbe *B*, & que l'on puisse trouver cette seconde *B*, par le moyen d'une troisiéme *C*, & *C* par *D*, en sorte qu'à la fin l'on parvienne à trouver la courbe *P*; il est clair, par ce qui précéde, qu'il eût été possible de trouver immédiatement la premiére Courbe *A*, par l'ombre de la Courbe *P*, comme on se l'étoit proposé.

XII. Pour avoir toutes les différentes especes des Courbes qui peuvent être formées par la section d'une surface courbe donnée, on n'aura qu'à substituer dans l'équation de cette surface courbe, l'équation générale d'un plan comme $\frac{a}{b}x + \frac{a}{c}y + z = a$, ou $x + my + nz = q$, & chercher ensuite combien de différentes Courbes peuvent être exprimées par cette même équation. Si la surface courbe se trouvoit être du troisiéme degré, on pourroit trouver toutes ces Courbes, en se servant des façons de connoître les différentes figures des Courbes du 3.me degré qu'a données M. Newton : Voici à peu-près comme on pourroit faire alors.

XIII. Ayant l'équation générale des Courbes de sections de la surface courbe, si cette équation a les deux termes x^3 & y^3, on la transformera en une autre qui n'ait que l'un de ces deux termes, ce qui se peut faire aisément, en mettant dans cette équation à la place de x, $x + py$, ce qui ne change point l'espece de cette Courbe & en égalant à zero le terme où il y aura y^3, ce qui se pourra toûjours faire avec le secours de l'indéterminée p qui sera au 3.e degré; on mettra ensuite la nouvelle équation de la Courbe de section, par des transpositions d'axe, sous la forme de l'une, ou d'autant qu'on le pourra des quatre équations générales de M. Newton qui sont $xyy + ey = ax^3 + bxx + cx + d$, $yy = yax^3 + bxx + cx + d$, $xy = ax^3 + xx + cx + d$, $y = ax^3 + bxx + cx + d$, (il paroît d'abord qu'elle ne pourroit

ſe trouver que ſous la forme de l'une de ces quatre équations; mais pour peu qu'on y réflechiſſe, on verra que les différentes valeurs des indéterminées *m*, *n*, *q* de l'équation du plan peuvent la faire convenir à pluſieurs), & l'on verra enſuite, par le moyen des indéterminées *m*, *n*, *q* de l'équation du plan, qui entrent dans les coëfficients *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, à combien de différentes Courbes de l'énumération des Courbes du 3.me degré de M. Newton, on peut faire convenir les équations que l'on aura euës.

Pour faire voir une application de tout ce qui précéde, je vais par le moyen des formules de l'Art. I. trouver l'équation générale des ſections coniques, & enſuite en ne me ſervant que de quelques-unes des remarques précédentes, je démontrerai l'Art. V. de l'énumération des lignes du 3.me ordre de M. Newton.

XIV. Soient les deux Cones oppoſés à la pointe, & égaux Z, *z*, dont l'axe eſt *AP*, les cercles de circonvolution *Gg*, & ſoit le plan coupant *BVN* placé en ſorte, 1.° Que la ligne *BV*, ſection de ce plan avec la baſe, ſoit parallele aux ordonnées *PM* perpendiculaires à *AP*. 2.° Que le point *B* ſoit ſur la partie de l'axe qui appartient au Cone négatif *z*, & 3.° Que l'angle *NVM* s'étende à l'infini du côté des *AP*, *(x)* poſitives: l'angle *KAP* qui forme le Cone étant donné, on demande l'équation générale de toutes les ſections coniques.

En ſuppoſant que le rapport de *AP* à *AK* qui détermine l'angle *KAP* ſoit exprimé par celui de *f* à *i*; on aura, en nommant toûjours *AP*, *(x)*; *PM*, *(y)*; *MN*, *(z)*, *AP*, *(x)*, $: PK(\sqrt{yy+zz}) :: f : i$. D'où l'on tire $\frac{yyff}{ii} + \frac{zzff}{ii} = xx$ qui eſt l'équation des deux ſurfaces coniques oppoſées Z, *z*.

Enſuite l'on ſe ſervira des équations générales *A*, *B*, *C*, de l'Art. I. qui deviendront dans les ſuppoſitions précédentes $z = \frac{qs}{\sqrt{pp+qq}}$. $y = u$, $x = \frac{ps}{\sqrt{pp+qq}} - g$, à cauſe que

$u = 0$. On n'a point mis la poſition du plan coupant d'une façon plus générale que celle qu'on vient de dire, parce qu'il eſt clair que toute autre poſition de ce plan ſe rapportera à celle-là, en changeant le plan de la baſe.

Subſtituant les équations précédentes dans l'équation du cone, on la changera en celle-ci

$$ss + \frac{ff}{ii} \times \frac{pp+qq}{\frac{ff}{ii}qq-pp} \times uu + \frac{2pg\sqrt{pp+qq}}{\frac{ff}{ii}qq-pp}s - \frac{gg \times \overline{pp+qq}}{\frac{ff}{ii}qq-pp} = 0,$$

qui eſt l'équation de toutes les ſections coniques, ſelon les différentes valeurs de p, de q, de f, & de i.

Il eſt évident que cette équation appartiendra aux hyperboles oppoſées, lorſque $\frac{ffqq}{ii}$ ſera plus petit que pp. Mais ſi $\frac{ffqq}{ii}$ eſt plus grand que pp, la ſection ſera une Ellipſe décrite dans le cone négatif z, & s'il arrive que $\frac{ffqq}{ii}$, & pp ſoient égaux, la ſection conique ſera une parabole décrite dans le cone poſitif z.

XV. M. Newton dit, dans l'Article V. de l'énumération des lignes du troiſiéme ordre, qu'ainſi que le cercle étant préſenté à un point lumineux, donne par ſon ombre ſur un plan toutes les ſections coniques, c'eſt-à-dire, toutes les Courbes du ſecond degré, de même les cinq paraboles divergentes donnent par leur ombre toutes les Courbes du troiſiéme degré.

Pour le démontrer, ou ce qui revient au même, pour prouver que tous les Cones qui ont des Courbes du troiſiéme degré pour baſe, peuvent toûjours donner des paraboles divergentes, en les coupant d'un certain ſens par des plans; on remarquera qu'un Cone fait ſur une ligne qui a des points d'inflexions a des côtés d'inflexions, c'eſt-à-dire, des côtés qui ſéparent des parties convexes d'avec des parties concaves, & que la ſection faite par un plan aura autant de points d'inflexions que ce plan coupera de côtés d'inflexion; de façon que pour que cette ſection perde une ou pluſieurs inflexions, il faut que le plan qui la donne ſoit parallele à un

ou plusieurs côtés d'inflexions : d'où on tirera que dans tous les Cones du troisiéme degré, il ne peut y avoir plus de trois côtés d'inflexions, & que quelque Cone du troisiéme degré que l'on ait, on pourra toûjours trouver un certain sens de le couper, qui donnera une de ces lignes du troisiéme ordre qui ont deux inflexions, ou qui n'en ont point.

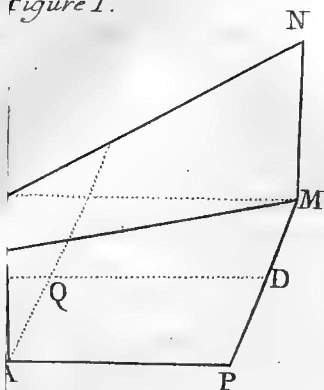
Ainsi voilà déja toutes les Courbes du troisiéme degré trouvées par l'ombre de celles qui n'ont que deux inflexions, ou qui n'en ont point; il ne reste donc plus *(Art. XI.)* pour prouver le Théoreme de M. Newton, qu'à trouver ces Courbes à deux ou sans inflexions par l'ombre des paraboles divergentes.

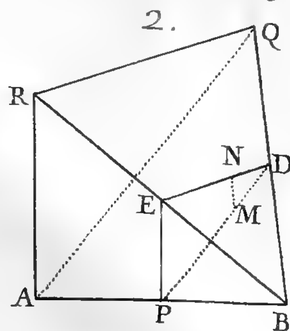
Or, toutes ces Courbes à deux ou sans inflexions, sont celles qui sont exprimées par l'équation $xyy = ax^3 + bxx + ex + d$, excepté les seules paraboles divergentes; ainsi faisant de cette équation $xyy = ax^3 + bxx + ex + d$, l'équation $xyy = ax^3 + bxxz + exzz + dz^3$ qui exprimera *(Art. VI.)* tous les Cones qui ont ces Courbes pour base, & remarquant ensuite que si l'on y fait x constante, on a l'équation des paraboles divergentes, on verra que toutes les Courbes représentées par l'équation $xyy = ax^3 + bxx + ex + d$, se trouvent par l'ombre des cinq paraboles divergentes, & que par conséquent toutes les Courbes du troisiéme degré se trouvent par l'ombre de ces cinq Courbes, comme l'avoit dit M. Newton.

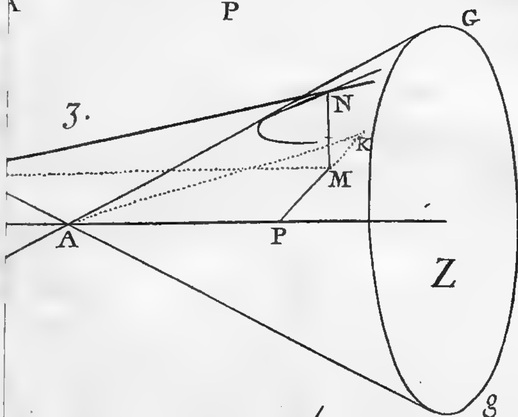
On peut donner au Théoreme de M. Newton cet autre énoncé. De même que quelque Courbe du second degré que l'on prenne pour base, le Cone que l'on en forme est toûjours de la même espece; de même quelque Courbe du troisiéme degré que l'on prenne pour base, on ne peut former que l'une des cinq especes de Cones, qui ont pour bases les cinq paraboles divergentes; en sorte qu'il n'y a dans le troisiéme degré que cinq especes de Cones.

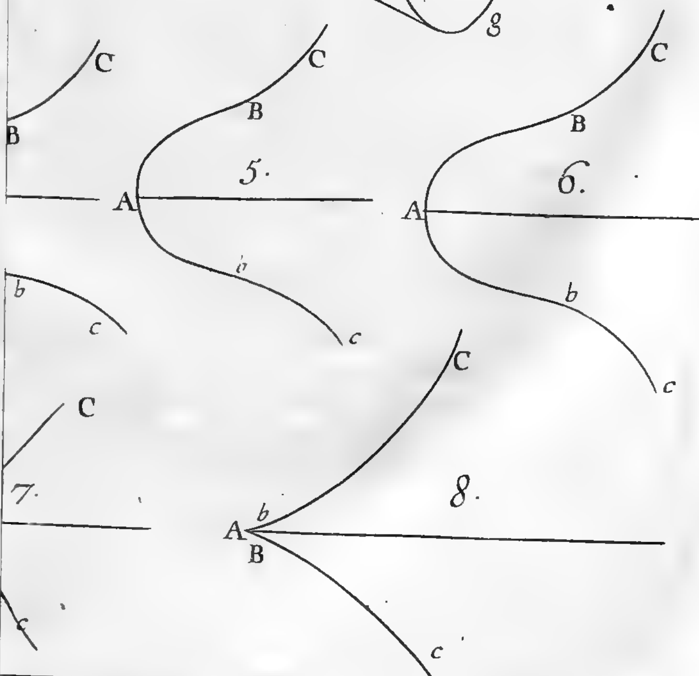
Si l'on examine les Figures de ces cinq Cones faits sur les paraboles divergentes représentées par les Figures 4, 5, 6, 7 & 8. (la 5 & la 6 ne différent l'une de l'autre que par un

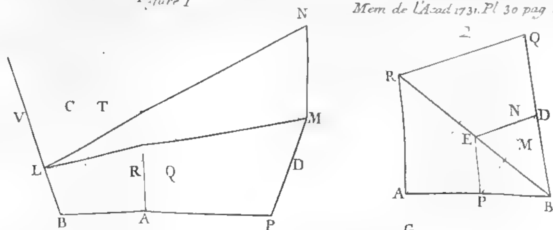
Figure 1.ere

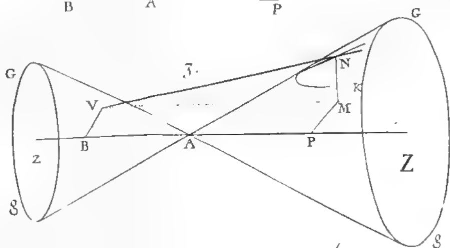

N
M
D
Q
A
P

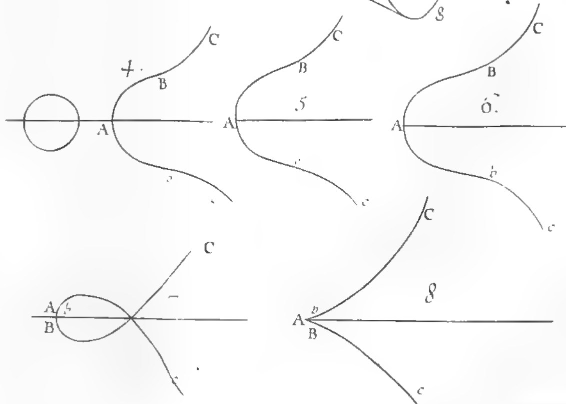

2.
Q
R
N
D
E
M
A
P
B


G
3.
N
K
M
A
P
Z
g

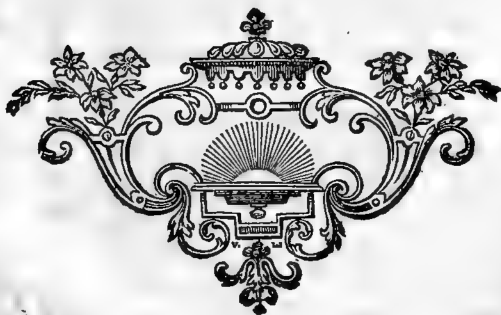

C
B
b
c
C
B
5.
A
b
c
C
B
6.
A
b
c
C
7.
c
C
8.
A
b
B
c


Figure 1re
N
V
C
T
M
L
R
Q
D
B
A
P
2
Q
R
N
D
E
M
A
P
B


G
3.
N
V
M
B
A
P
Z
z
g


4.
C
B
A
5
C
B
A
c
6.
C
B
A
b
c
C
A
B
8
C
A
b
B
c

point conjugué) on verra, 1.° que les parties de Cones convexes faites ſur les branches infinies *BC, bc,* ſe joindront réciproquement avec leurs parties oppoſées à la pointe qui ſeront concaves, par un côté d'inflexion parallele au plan *A, B, C,* de la parabole divergente. 2.° Qu'un plan parallele au plan *A, B, C,* qui paſſeroit par ce côté d'inflexion, ſeroit tangent de la ſurface conique. 3.° Que chacun des trois premiers Cones qui ont outre ce côté d'inflexion, les deux que donnent les points d'inflexion *B,* & *b,* étant coupé par un plan parallele au plan tangent de la ſurface conique, à l'un ou l'autre de ces deux côtés d'inflexion, donnera pour ſection une parabole divergente de la même eſpece que celle de la baſe *A, B, C,* ce qui ſe voit en conſidérant la figure de ces trois Cones qui ſont compoſés de ſix parties ſemblables, & ſemblablement poſées à l'égard de leurs trois côtés d'inflexions. Donc généralement dans les cinq Cones du troiſiéme degré, les paraboles divergentes ſont toûjours dans des plans paralleles aux plans qui touchent la ſurface aux côtés d'inflexions.



MANIE'RE

D'engendrer dans un Corps solide toutes les lignes du troisiéme ordre.

Par M. NICOLE.

1 Decemb. 1731.

LE célebre M. Newton, à la fin de son énumération des Lignes du 3.me ordre, dit que toutes ces lignes peuvent se former par un point lumineux, qui répandant une infinité de rayons sur un plan où seroit tracé l'une des paraboles divergentes du 3.me ordre, l'ombre de ce plan reçû sur un autre plan quelconque formera toutes les lignes du 3.me ordre. Voilà tout ce que cet illustre Géométre en dit. Personne, que je sçache, depuis ce temps n'en a donné de démonstration.

La méthode que j'ai suivie ici, est précisément la même que celle que je donnai, il y a quelque temps, dans un Mémoire, où je considérai la suite de l'infinité de Sections coniques, engendrées par la double révolution entiére d'un plan sur un pivot attaché à un point de la superficie convexe du Cone.

Figure 1.

I. Soit la Courbe $NMImn$ une des paraboles divergentes du 3.me ordre, composée des deux branches IMN, Imn; & de l'anneau II, III. La propriété de cette Courbe est, qu'en quelque point P de l'axe EOP qu'on mene l'ordonnée PM perpendiculaire à cet axe, le point O étant l'origine des abscisses OP, & la droite OE étant toûjours la même; on ait dans tous ses points $OE \times PM^2 = PI \times PII \times PIII$.

Figure 2.

Si maintenant on éleve sur le point O, perpendiculairement au plan de cette Courbe, la droite OC, & que du point C, on mene à tous les points de cette Courbe, des droites, telles que CM, cm; on formera un corps solide, dont la base sera la parabole divergente IMN, & le sommet

sera en C. Et si l'on prolonge toutes les lignes MC, mC, IC, IIC, $IIIC$ par de-là le point C jusqu'à un autre plan parallele au premier; il se formera un second solide, qui aura encore le point C pour sommet, & pour base, la Courbe $m\,1\,m$, qui sera aussi une parabole divergente, semblable à la premiére.

PROBLEME I.

On demande toutes les Courbes qui peuvent être engendrées dans ce solide, & dans le solide opposé, par toutes les Sections dont ils sont susceptibles.

SOLUTION.

II. Soit mené la droite $QBCV$, passant par le sommet C, & parallele à l'axe POE, & soit pris dans la perpendiculaire CO, le point fixe A, auquel soit attaché un plan $MPmmpm$, perpendiculaire au plan CPE, & qui coupe les droites POE, CFI, CKE, $CGII$, $CHIII$, CBQ, & Lop, toutes données de position dans les points P, F, G, H, B, p.

Il est évident que ce plan coupant les deux solides opposés, & le conoïde C, II, III, forme par cette Section, la Courbe composée des branches MF, Fm, $m4$, $m5$, & de l'anneau GH.

L'équation de cette Courbe se trouve en faisant toutes les analogies que voici.

Soit $AB=h$, $BC=g$, $AC=a$, $AK=c$, $AF=f$, $AG=i$, $AH=l$, & les coordonnées $AP=x$, $PM=y$.

Les triangles semblables ABC, APO; CAK, COE; FBC, FPI; GBC, $GPII$; HBC, $HPIII$ donneront $AB\,(h) \,.\, BC\,(g) :: AP\,(x) \,.\, PO=\frac{gx}{h}$. $AB\,(h) \,.\, AC\,(a) :: AP\,(x) \,.\, AO=\frac{ax}{h}$. $CA\,(a) \,.\, AK\,(c) :: CO\,(a+\frac{ax}{h}) \,.\, OE=\frac{ch+cx}{h}$. $FB\,(h-f) \,.\, BC\,(g) :: FP\,(x+f) \,.\, PI=\frac{gx+fg}{h-f}$. On aura aussi $PII=\frac{gx+ig}{h-i}$, & $PIII=\frac{gx+lg}{h-l}$.

Mais l'ordonnée PM eſt commune à la Courbe MFm; & à la Courbe MIm, dont l'équation eſt $OE \times PM^2 = PI \times PII \times PIII$. Si donc on ſubſtituë dans cette équation pour les lignes qui la compoſent, leurs valeurs algébriques que l'on vient de trouver, on aura l'équation $\frac{ch+cx}{h} \times yy = \frac{g^3 \times \overline{x+f} \times \overline{x+i} \times \overline{x+l}}{\overline{h-f} \times \overline{h-i} \times \overline{h-l}}$, ou $\frac{\overline{x+f} \times \overline{x+i} \times \overline{x+l}}{x+h} = \frac{c \times \overline{h-f} \times \overline{h-i} \times \overline{h-l}}{g^3 h} \times yy$, qui exprime la nature de la Courbe MFm.

La propriété eſſentielle de cette Courbe eſt donc que $PF \times PG \times PH . BP \times PM^2 :: AK \times BF \times BG \times BH . AB \times CB^3$.

REMARQUE I.

III. Si dans cette équation on ſuppoſe $x = -h$, on trouve que les deux ordonnées dans ce point ſont chacune infinies; ce qui fait voir qu'elles ſont aſymptotes aux branches de Courbe qui répondent au point B. Et c'eſt auſſi ce qui doit arriver, car la parabole divergente $m\,1\,m$, qui ſert de baſe au ſolide, s'étendant à l'infini dans le ſens op, & dans le ſens pm, il faut auſſi que le ſolide ſoit infiniment long dans ces deux ſens, & par conſéquent que le plan qui engendre la Courbe que nous éxaminons, ne rencontre la partie de ce ſolide qui répond au point B qu'à l'infini, en ſorte que $B\,8$, & $B\,9$, ſont aſymptotes; les branches $m\,4$ & $m\,5$ de cette Courbe, ſont donc hyperboliques.

Figure 3. Si par l'équation de cette Courbe, on cherche la valeur de ſa ſous-tangente, & que l'on retranche cette ſous-tangente de l'abſciſſe dans le cas où cette abſciſſe eſt infinie; on trouvera que la différence de ces deux lignes eſt $AD = \frac{-f-i-l+h}{2}$. Et ſi dans cette ſuppoſition, on cherche la valeur de $\frac{dy}{dx}$; on trouvera AI ou $AL = \frac{g\sqrt{hg \times \overline{h-f-i-l}}}{2\sqrt{c \times \overline{h-f} \times \overline{h-i} \times \overline{h-l}}}$. Ce qui fait connoître que menant par les points I & L, les deux lignes infinies $12\,D\,13$ & $14\,D\,15$, elles ſeront encore

encore aſymptotes aux branches $m10$, $m11$, $M17$ & $m16$.

La Courbe engendrée dans le ſolide par le plan qui coupe du même côté les cinq lignes *CI, CE, CII, CIII, CQ* ſera donc toûjours composée de trois hyperboles, l'une circonſcrite à ſes aſymptotes, & les deux autres inſcrites; & d'un anneau *GH* renfermé dans le triangle des aſymptotes. Figure 2. Fig. 3.

REMARQUE II.

IV. Comme dans l'équation de la Section *MFm*, on a ſuppoſé *CB (g)* déterminé, ou ce qui eſt la même choſe, le plan *PABp* dans une ſituation fixe; pour avoir les équations des autres Sections du même ſolide, il ne faut que faire faire au plan une révolution ſur le point *A* comme pivot, depuis $g = 0$ juſqu'à g égal à l'infini poſitivement & négativement. Fig. 2.

COROLLAIRE I.

V. Si l'on ſuppoſe *CB* $(g) = 0$, on aura $h = f = i = l = a$, & l'équation générale deviendra $\overline{x + a}^2 = \frac{cyy}{a}$, qui eſt une équation à la ligne droite, c'eſt-à-dire, que la Section eſt alors une ligne droite.

COROLLAIRE II.

VI. Si l'on ſuppoſe *CB (g)* croître depuis o juſqu'à l'infini; l'infinité de Sections engendrées par ce quart de révolution ſeront toûjours de l'eſpece déja examinée *(Fig. 3.)*, elles ne différeront que par les lignes *AI, AD, AF, AG, AH, AB,* qui ſeront plus grandes ou plus petites.

COROLLAIRE III.

VII. Si l'on ſuppoſe *CB (g)* infini, on aura auſſi h infini, & l'équation générale deviendra $x + f \times x + i \times x + l = cyy$, qui exprime une parabole divergente *(Fig. 4.)* ſemblable à celle qui ſert de baſe au ſolide.

COROLLAIRE IV.

VIII. Si l'on ſuppoſe que le plan qui engendre la Section en continuant de tourner ſur le pivot A, parvienne dans la ſituation $bpAfgh$, dans laquelle il coupe en b, de l'autre côté de C, la ligne $QBCbV$, & dans laquelle il coupe du même côté qu'auparavant, les lignes CI, CII, $CIII$, en f, g, h.

Fig. 2.

L'équation générale qui convient à ce cas, ſera

$$\frac{\overline{x+f}\times\overline{x+i}\times\overline{x+l}}{h-x} = \frac{c\times\overline{h+f}\times\overline{h+i}\times\overline{h+l}}{g^3 h}\times yy,$$

par laquelle on voit que l'ordonnée y eſt toûjours réelle depuis $x=o$, juſqu'à $x=h$, où elle eſt infinie; qu'elle eſt encore réelle depuis $x=o$, juſqu'à $-x=f$ où elle eſt zero; qu'enſuite depuis $-x=f$ juſqu'à $-x=i$, cette ordonnée devient imaginaire, & qu'elle eſt zero, lorſque $-x=i$; que depuis $-x=i$ juſqu'à $-x=l$, cette ordonnée redevient réelle, & qu'elle eſt encore zero lorſque $-x=l$, & qu'enſuite $-x$ continuant de croître, l'ordonnée eſt toûjours imaginaire; en ſorte que tous les points de la Courbe de ce cas ſont renfermés entre les deux valeurs de x qui ſont $x=h$, & $-x=l$.

La figure de la Section qui convient à ce cas eſt celle marquée *(Fig. 5.)* qui eſt une hyperbole conchoïdale, avec une ovale tournée vers ſa convexité, l'infinité de Sections qui réſultent de ce cas ſont de la même eſpece.

COROLLAIRE V.

IX. Si le plan qui engendre la Section, continuant de tourner ſur le pivot A devient parallele à la ligne $CIII$; alors la ligne Ah (l) devient infinie, & l'équation devient

$$\frac{\overline{x+f}\times\overline{x+i}}{h-x} = \frac{c\times\overline{h+f}\times\overline{h+i}}{g^3 h}\times yy,$$

par laquelle on voit que depuis $x=o$ juſqu'à $x=h$, l'ordonnée y eſt toûjours réelle, & qu'elle eſt infinie, lorſque $x=h$; que depuis $x=o$ juſqu'à $-x=f$, elle eſt encore réelle, & qu'elle eſt zero, lorſque $-x=f$; que depuis $-x=f$ juſqu'à $-x=i$,

elle eſt imaginaire, & qu'elle eſt zero lorſque $-x = i$; qu'enſuite $-x$ continuant de croître, cette ordonnée redevient réelle depuis $-x = i$ juſqu'à $-x$ infinie. La figure de la Section qui convient à ce cas, eſt celle marquée *(Fig. 6.)* qui eſt une hyperbole conchoïdale, avec une Courbe à branches paraboliques tournée vers la convexité de la conchoïde.

COROLLAIRE VI.

X. Si par le point *A*, on mene les lignes *A* 1, *A* 2, *A* 3, paralleles aux lignes *CI, CII, CIII*; & que le plan qui engendre les Sections en continuant de faire ſa révolution ſur le pivot *A*, tombe dans l'angle 2 *A* 3, ce plan rencontrera alors les lignes *CI, CII*, au-deſſous de *A*, & les lignes *CIII, CV*, au-deſſus de *A*. Fig. 2.

L'équation de la Section qui convient à ce cas, ſera donc $\frac{\overline{x+f} \times \overline{x+i} \times \overline{l-x}}{h-x} = \frac{\overline{c \times h+f} \times \overline{h+i} \times \overline{l-h}}{g^3 h} \times yy$, par laquelle on voit, que depuis $x = 0$, juſqu'à $x = h$, la valeur de y eſt toûjours réelle, & qu'elle eſt infinie, lorſque $x = h$; qu'enſuite x continuant d'augmenter, l'ordonnée eſt imaginaire, juſqu'à ce que $x = l$ auquel cas elle devient zero; enſuite x augmentant toûjours juſqu'à l'infini, l'ordonnée eſt toûjours réelle. On voit auſſi que $-x$ augmentant depuis le zero, juſqu'à ce qu'il ſoit égal à f, l'ordonnée eſt toûjours réelle; qu'enſuite $-x$ continuant d'augmenter, l'ordonnée devient imaginaire, juſqu'à ce que $-x = i$, alors l'ordonnée eſt zero, & $-x$ continuant d'augmenter juſqu'à l'infini, l'ordonnée eſt toûjours réelle. La figure de l'infinité de Sections qui conviennent à ce cas, & qui ſont toutes de la même eſpece, eſt celle marquée *(Fig. 7.)*, qui eſt compoſée de deux Courbes oppoſées, qui ont toutes leurs branches hyperboliques, & d'une troiſiéme hyperbole conchoïdale: les aſymptotes de ces trois Courbes ſont déterminées par

$$AD = \frac{-h-f-i+l}{2},\ AI = AL = \frac{AD \times g\sqrt{gh}}{\sqrt{\overline{c \times h+f} \times \overline{h+i} \times \overline{l-h}}};$$

& $Ab = h$.

COROLLAIRE VII.

XI. Si le plan ſe trouve parallele à la droite *CII*, alors la ligne *Ag(i)* devient infinie, & l'équation générale de ce cas devient $\frac{x+f\times\overline{l-x}}{h-x} = \frac{c\times h+f\times\overline{l-h}}{g^3 h}\times yy$, par laquelle on voit que depuis $x=o$ juſqu'à $x=h$, l'ordonnée y eſt toûjours réelle, & qu'elle eſt infinie, lorſque $x=h$; qu'enſuite x continuant de croître depuis $x=h$ juſqu'à $x=l$, l'ordonnée eſt toûjours imaginaire, & qu'elle eſt zero, lorſque $x=l$; qu'enſuite x continuant de croître depuis $x=l$ juſqu'à x infini, elle eſt toûjours réelle; & que depuis $x=o$ juſqu'à $-x=f$, cette ordonnée eſt toûjours réelle, qu'elle eſt zero, lorſque $-x=f$; qu'enſuite $-x$ continuant de croître, elle eſt toûjours imaginaire.

La figure de la Section qui convient à ce cas, eſt celle marquée *(Fig. 8.)* qui eſt encore une hyperbole conchoïdale, & une Courbe à deux branches paraboliques, l'aſymptote de la conchoïde étant placée entre ces deux Courbes.

COROLLAIRE VIII.

XII. Si le plan qui engendre les Sections, tombe dans l'angle $1A2$, l'équation générale deviendra pour ce cas

$$\frac{\overline{x+f}\times\overline{i-x}\times\overline{l-x}}{h-x} = \frac{c\times\overline{h+f}\times\overline{i-h}\times\overline{l-h}}{g^3 h}\times yy.$$

La figure de l'infinité de Sections qui réſultent de ce cas, eſt celle marquée *(Fig. 9.)* qui eſt compoſée d'une hyperbole conchoïdale, & d'une ovale, de l'autre côté de l'aſymptote.

COROLLAIRE IX.

XIII. Si le plan ſe trouve parallele à la ligne *CI*, alors la ligne *Af(f)* devient infinie, & l'équation de ce cas eſt

$$\frac{\overline{i-x}\times\overline{l-x}}{h-x} = \frac{c\times\overline{i-h}\times\overline{l-h}}{g^3 h}\times yy.$$

La figure de la Section qui y convient, eſt celle marquée

(Fig. 10.) laquelle eſt compoſée de deux branches hyperboliques, de deux branches paraboliques, & d'une ovale placée par de-là l'aſymptote. Car on voit par l'équation, que depuis $x = 0$ juſqu'à $x = h$, l'ordonnée eſt toûjours réelle; qu'elle eſt infinie lorſque $x = h$, que x continuant de croître, l'ordonnée eſt imaginaire, devient zero, lorſque $x = l$, redevient enſuite réelle, juſqu'à $x = i$, & enſuite eſt toûjours imaginaire; que depuis $x = 0$ juſqu'à $-x$ infini, l'ordonnée eſt toûjours réelle.

COROLLAIRE X.

XIV. *Si le plan qui engendre toutes ces Sections*, continuant de tourner, paſſe dans l'angle $OA\,1$, ce plan coupera les quatre lignes CI, CII, $CIII$, CV au deſſus du point C, & l'équation de ce cas deviendra $\frac{\overline{f-x} \times \overline{i-x} \times \overline{l-x}}{h-x}$ $= \frac{c \times \overline{f-h} \times \overline{i-h} \times \overline{l-h}}{g^3 h} \times yy$. On voit, par cette équation, que x augmentant depuis $x = 0$ juſqu'à $x = h$, l'ordonnée eſt toûjours réelle, & qu'elle eſt infinie lorſque $x = h$; que x continuant d'augmenter, l'ordonnée eſt imaginaire juſqu'à $x = l$ où elle eſt zero. Qu'enſuite elle redevient réelle, juſqu'à $x = i$ où elle eſt zero; qu'après l'ordonnée redevient encore imaginaire juſqu'à $x = f$ où elle eſt encore zero; & qu'enſuite juſqu'à l'infini, elle eſt toûjours réelle. On voit auſſi que $-x$ augmentant à l'infini depuis $x = 0$, l'ordonnée eſt toûjours réelle.

La figure de l'infinité de Sections, relative à ce cas, eſt donc *(Fig. 11.)* compoſée de trois Courbes, l'une inſcrite dans l'angle D des deux aſymptotes, & les deux autres ambigênes, c'eſt-à-dire, inſcrite à l'aſymptote bd, & circonſcrite à l'aſymptote Dd; la poſition des aſymptotes Dd, & Dd eſt déterminée par $AD = \frac{f+i+l-h}{2}$, & $AL = \frac{f+i+l-h}{2} \times \frac{g\sqrt{gh}}{\sqrt{c \times \overline{f-h} \times \overline{i-h} \times \overline{l-h}}}$.

REMARQUE.

XV. Si l'on fait attention à la ſuite de l'infinité de Courbes qui ſe ſont engendrées dans le ſolide, par la révolution du plan attaché au pivot *A*, on verra la rélation de toutes ces Courbes entr'elles.

On verra, 1.° Que lorſque le plan tombe dans l'angle *CAK*, il s'engendrera une infinité de Sections qui ſeront toutes de la même eſpece, dont une eſt repréſentée *(Fig. 3.)* par laquelle on voit qu'à meſure que le plan tourne, la diſtance *AB (h)* du point fixe *A* à l'aſymptote 8 *B* 9 augmente, auſſi-bien que le rapport de *DA* à *AI*, qui fixe la poſition des aſymptotes 12, 13, & 14, 15; de telle ſorte que lorſque *AB (h)* eſt infini, les deux aſymptotes 12*D*13, & 14*D*15 ſe rencontrent à l'infini, & la troiſiéme aſymptote 8*B*9 ſe perd dans l'infini, auſſi-bien que les Courbes hyperboliques 4*m*10 & 5*m*11; il ne reſte donc alors que la *Fig. 4.* compoſée d'une ovale, & d'une Courbe à branche parabolique.

2.° Que lorſque le plan tombe dans l'angle *KA*3, il s'engendre encore une infinité de Sections qui ſeront toutes entr'elles de même eſpece, dont une eſt repréſentée *(Fig. 5.)* laquelle eſt compoſée d'une ovale & d'une conchoïde; on voit auſſi qu'à meſure que le plan tourne, la ligne *Ah* augmente toûjours, en ſorte que lorſque le plan eſt en *A*3, parallele à *CIII*, l'ovale devient la Courbe parabolique de la *Fig. 6.*

3.° Que lorſque le plan tombe dans l'angle 3*A*2, il s'engendre une infinité de Sections de même eſpece, dont une repréſentée *(Fig. 7.)* eſt compoſée de deux Courbes hyperboliques oppoſées, & d'une conchoïde. On voit auſſi, qu'à meſure que le plan tourne, la ligne *Ag* (dont le point *g* eſt toûjours le ſommet de la Courbe 5*g*6) devient plus grande, auſſi-bien que le rapport $\frac{AD}{AI}$ qui détermine la poſition des aſymptotes d*D*4 & *dD*3; en ſorte que quand

le plan sera en $A2$, parallele à CII, la Courbe $5g6$ se perdra dans l'infini, & les deux asymptotes dD, dD ne se rencontreront qu'à l'infini, ce qui fait voir qu'il ne restera alors que la Courbe $1h2$ qui sera parabolique, & une conchoïde, marquée *(Fig. 8.)*.

4.° Que lorsque le plan tombe dans l'angle $1A2$, il se produit encore une infinité de nouvelles Sections de même espece entr'elles, dont une représentée *(Fig. 9.)* est composée d'une ovale, & d'une Courbe composée d'une demi-ovale, & de deux branches hyperboliques. On voit aussi qu'à mesure que le plan tourne, la ligne Af devient plus grande; d'où il suit que quand le plan sera en $A1$, parallele à CI, la demi-ovale deviendra les deux branches paraboliques de la *Fig. 10*.

5.° Enfin, que lorsque le plan tombe dans l'angle $1AO$, il se forme encore une nouvelle infinité de Sections qui ne composent qu'une espece, dont une représentée *(Fig. 11.)* est composée d'une ovale, & de trois Courbes hyperboliques, l'une inscrite, & les deux autres ambigênes; on voit encore qu'à mesure que le plan tourne, les lignes Af, Ag, Ah & Ab, tendent à devenir égales; & que quand le plan sera en CAO, l'ovale se réduira dans le seul point b *(Fig. 12.)* & toutes les branches de Courbes aux droites $Mb3$ & $Mb4$.

COROLLAIRE XI.

XVI. Il est donc évident que l'infinité de Sections que nous venons d'examiner, ne composent que neuf especes des lignes du 3.me ordre, la dixiéme espece étant les triangles Mbm, $4b3$. Fig. 12.

PROBLEME II.

Si l'on suppose le plan NMfnmh *perpendiculaire sur l'axe* BFP *de la première Courbe trouvée* MFm, *& qu'on fasse faire une révolution au plan de cette Courbe* MFm *sur son axe* BFAP; *il est évident que par cette nouvelle révolution, il s'engendrera dans le solide une infinité de nouvelles Sections, telles que* NSFn, *toutes terminées au plan* NMfnmh Fig. 13.

perpendiculaire sur BAP. *Toutes ces Courbes auront la même abscisse* AP, *& pour ordonnées les lignes* PN, Pn. *On demande l'équation de cette nouvelle Courbe* NSFn, *quel que soit l'angle de révolution* MPN.

SOLUTION.

XVII. Soit mené, par le point *N*, le plan *NRh1e23*, parallele à la base du solide, ce plan engendrera dans le solide une Courbe semblable à celle qui lui sert de base. L'équation de cette Courbe sera donc $oe \times RN^2 = R1 \times R2 \times R3$. Cela posé, & les mêmes choses que l'on a supposées dans le Probleme premier. Soit de plus abbaissé Rr perpendiculaire sur IOP, & nommé z, l'ordonnée PN de la Courbe qu'on cherche, n le sinus de l'angle MPN ou PNR, m le sinus de son complément; & t le sinus total.

On aura $t . n :: z . PR = \frac{nz}{t}$, & $t . m :: z . RN = \frac{mz}{t}$. Les triangles semblables ABC, PRr, donneront aussi $AB\,(h) . AC\,(a) :: PR\,(\frac{nz}{t}) . Pr = \frac{anz}{th}$, & $Rr = \frac{gnz}{th}$. Donc $Ro = OP + Pr = \frac{gx}{h} + \frac{anz}{th}$, & $Co = CO - Rr = a + \frac{ax}{h} - \frac{gnz}{th}$. On a aussi $OI = PI - PO = \frac{fg \times \overline{x+h}}{h \times \overline{h-f}}$, $OII = \frac{ig \times \overline{x+h}}{h \times \overline{h-i}}$, $OIII = \frac{lg \times \overline{x+h}}{h \times \overline{h-l}}$; Et à cause des triangles semblables COI, $Co1$. $COII$, $Co2$. $COIII$, $Co3$. COE, Coe, on aura $o1 = \frac{\overline{ath+atx-gnz}}{ath \times \overline{h-f}} \times fg$, $o2 = \frac{\overline{ath+atx-gnz}}{ath \times \overline{h-i}} \times ig$, $o3 = \frac{\overline{ath+atx-gnz}}{ath \times \overline{h-l}} \times lg$, & $oe = \frac{\overline{ath+atx-gnz}}{ath} \times c$. Donc $R1 = \frac{\overline{ath+atx-gnz}}{ath \times \overline{h-f}} \times fg + \frac{gtx+anz}{th} = \frac{agtx+afgt+z \times \overline{aan-fhn}}{at \times \overline{h-f}}$ (en mettant pour gg sa valeur $hh - aa$). On aura donc aussi $R2$ =

$= \frac{agtx + aigt + z \times \overline{aan - ihn}}{at \times \overline{h - i}}$, & $R3 = \frac{agtx + algt + z \times \overline{aan - lhn}}{at \times \overline{h - l}}$.

Si donc dans l'équation de la Courbe $N 1 h$ qui est $oe \times RN^2 = R1 \times R2 \times R3$, on met pour ces lignes, les valeurs algébriques que l'on vient de trouver, cette équation deviendra $\frac{\overline{ath + atx - gnz}}{ath} \times c \times \frac{mmzz}{tt}$

$$= \frac{(agtx + afgt + z \times \overline{aan - fhn}) \times (agtx + aigt + z \times \overline{aan - ihn}) \times (agtx + algt + z \times \overline{aan - lhn})}{a^3 t^3 \times \overline{h - f} \times \overline{h - i} \times \overline{h - l}},$$

qui exprime la relation des coordonnées $AP(x)$, & $PN(z)$. Une des propriétés de cette Courbe est donc que $oe \times PN^2 . R1 \times R2 \times R3 :: tt . mm$.

Cette équation se réduit à $\frac{cmmgnzz}{ah} \times (\frac{ath + atx}{gn} - z)$

A $= (z + \frac{agt \times \overline{x + f}}{n \times \overline{aa - fh}}) \times (z + \frac{agt \times \overline{x + i}}{n \times \overline{aa - ih}}) \times (z + \frac{agt \times \overline{x + l}}{n \times \overline{aa - lh}})$

$\times \frac{n^3}{a^3} \times \frac{\overline{aa - fh} \times \overline{aa - ih} \times \overline{aa - lh}}{h - f \times h - i \times h - l}$, qui donne cette proportion $(z + \frac{agt \times \overline{x + f}}{n \times aa - fh}) \times (z + \frac{agt \times \overline{x + i}}{n \times aa - ih}) \times (z + \frac{agt \times \overline{x + l}}{n \times aa - lh})$ $. zz \times (\frac{at}{gn} \times \overline{h + x} - z) :: \frac{aacg}{h}, \frac{nn}{mm} \times (\frac{aa - fh}{h - f})$ $\times (\frac{aa - ih}{h - i}) \times (\frac{aa - lh}{h - l})$ qui fournit cette construction.

Soit mené $LC9$ perpendiculaire sur AB, & sa parallele $B8 = AB$, & des points F, G, H, les lignes $F8$, $G8$, $H8$, qui coupent la ligne $L9$ en 9, 10, 11.

Soit de plus prolongée la ligne RP, de part & d'autre du point R, elle coupera les droites BCV, CFI, $CGII$, $CHIII$, données de position en D, f, g, h. Si l'on prolonge de part & d'autre du point P, l'ordonnée NPn, & que des points D, f, g, h, on éleve les perpendiculaires $D7$, $f4$, $g5$, $h6$ sur DRP; elles rencontreront l'ordonnée prolongée en 7, 4, 5, 6. Cela fait, je dis que pour trouver le point N qui soit à la Courbe $NSFn$ qu'on cherche, & qui répond

au point P donné de l'axe AP; il ne faut que trouver un point N dans la ligne $7P6$, donnée de position, & sur laquelle les points P, 7, 4, 5, 6 sont donnés; il ne faut, dis-je, que trouver le point N qui soit tel, que $N4 \times N5 \times N6$ soit à $NP^2 \times N7$, comme le rapport donné de $AL \times AK \times BC$ à $\frac{nn}{mm} \times L9 \times L10 \times L11$. Ce qui est un Probleme déterminé.

DÉMONSTRATION.

Par la construction, on a $AL = \frac{aa}{h}$, $FL = \frac{aa}{h} - f$, $GL = \frac{aa}{h} - i$, $HL = \frac{aa}{h} - l$, $CL = \frac{ag}{h}$, $L9 = \frac{aa-fh}{h-f}$, $L10 = \frac{aa-ih}{h-i}$, $L11 = \frac{aa-lh}{h-l}$, $Pf = \frac{ag \times \overline{x+f}}{aa-fh}$, $Pg = \frac{ag \times \overline{x+i}}{aa-ih}$, $Ph = \frac{ag \times \overline{x+l}}{aa-lh}$; $PD = \frac{a \times \overline{x+h}}{g}$, l'angle $fP4$ étant égal à l'angle NPR, dont le sinus est m, & les angles f, g, h, D étant droits, il faut que les angles 7, 4, 5, 6 ayent n pour sinus; on aura donc $P4 = \frac{agt \times \overline{x+f}}{n \times \overline{aa-fh}}$, $P5 = \frac{agt \times \overline{x+i}}{n \times \overline{aa-ih}}$, $P6 = \frac{agt \times \overline{x+l}}{n \times \overline{aa-lh}}$, & $P7 = \frac{at \times \overline{x+h}}{gn}$, & par conséquent $N4 \times N5 \times N6 . NP^2 \times N7 :: AL \times AK \times BC . \frac{nn}{mm} \times L9 \times L10 \times L11$.

REMARQUE I.

XVIII. L'équation A qui renferme la relation des coordonnées x & z, peut se changer en une autre plus simple, en faisant une substitution & les multiplications indiquées.

Soit $\frac{agt}{n \times \overline{aa-fh}} = a$, $\frac{agt}{n \times \overline{aa-ih}} = b$, $\frac{agt}{n \times \overline{aa-lh}} = c$, $\frac{at}{gn} = d$; & soit au lieu du rapport constant de $\frac{aacg}{h}$ à $\frac{nn}{mm} \times \left(\frac{aa-fh}{h-f}\right) \times \left(\frac{aa-ih}{h-i}\right) \times \left(\frac{aa-lh}{h-l}\right)$ celui de p à q.

Cette substitution étant faite, on aura $(z + a \times \overline{x+f})$

$\times(z+b\times\overline{x+i})\times(z+c\times\overline{x+l})\,.\,zz\times(d\times\overline{x+h}-z)$ $::p\,.\,q$, qui donne l'équation

$$z^3+zz\times(ax+af+bx+bi+cx+cl)+z\times(\overline{ax+af}\times\overline{bx+bi}+\overline{ax+af}\times\overline{cx+cl}+\overline{bx+bi}\times\overline{cx+cl})+\overline{ax+af}\times\overline{bx+bi}\times\overline{cx+cl}=\frac{pzz}{q}\times\overline{dx+dh}-\frac{pz^3}{q},$$

ou

$$z^3\times\frac{p+q}{q}+zzx\times\left(a+b+c-\frac{pd}{q}\right)+zz\times\left(af+bi+cl-\frac{pdh}{q}\right)+zxx\times\overline{ab+ac+bc}+zx\times(abi+afb+acl+afc+bcl+bic)+z\times\overline{afbi+afcl+bicl}+x^3\times abc+xx\times\overline{abcl+acbi+bcaf}+x\times\overline{abicl+abcfl+abcfi}+abcfli\overset{B}{=}0.$$

Cette équation est rangée selon l'ordre des puissances des coordonnées, qui ont chacune trois dimensions.

REMARQUE II.

XIX. Mais comme l'on sçait que l'équation d'une ligne du 3me ordre peut être telle qu'une de ces coordonnées n'a que deux dimensions, pendant que l'autre en a trois (ce qui se fait par un changement d'axe) il faut donc trouver le nouvel axe, par le moyen duquel l'équation *B* se transforme en une autre équation où cela arrive.

PROBLEME III.

Soit la Courbe NCn, *dont l'axe est* BAP, *& l'ordonnée* PN *perpendiculaire à cet axe, celle exprimée par l'équation* B, *dans laquelle* AP *est* x, *&* PN, z. *On demande quel doit être la position d'un autre axe* CQAE, *dont l'ordonnée perpendiculaire est* QN, *pour que l'équation qui exprime la relation des nouvelles coordonnées* AQ, QN, *soit telle, que* QN *n'ait que deux dimensions, pendant que* AQ *en a trois.* Fig. 14.

SOLUTION.

XX. Soit nommé AD, r. DE, s. AE, t. qui meſurent l'inclinaiſon demandée DAE, & ſoit tiré QV & QS paralleles à AP & à PN; ſoit de plus $AQ = u$, & $QN = y$.

Les triangles ſemblables ADE, QVN & QAS, donneront $AE\,(t) \,.\, ED\,(s) :: QN\,(y) \,.\, QV = \frac{sy}{t}$, $AE\,(t) \,.\, AD\,(r) :: AQ\,(u) \,.\, AS = \frac{ru}{t}$, $AE\,(t) \,.\, AD\,(r) :: QN\,(y) \,.\, NV = \frac{ry}{t}$, $AE\,(t) \,.\, ED\,(s) :: AQ\,(u) \,.\, QS = \frac{su}{t}$. Donc $PN = NV + QS$ donnera $z = \frac{ry+su}{t}$, & $AP = QV - AS$ donnera $x = \frac{sy-ru}{t}$.

Si donc on ſubſtituë dans l'équation B, pour x & z, les valeurs que l'on vient de trouver, cette équation deviendra $\left(\frac{ry+su}{t}\right)^3 \times \frac{p+q}{q} + \left(\frac{ry+su}{t}\right)^2 \times \left(\frac{sy-ru}{t}\right) \times \left(a+b+c - \frac{pd}{q}\right) + \left(\frac{ry+su}{t}\right)^2 \times \left(af+bi+cl-\frac{pdh}{q}\right) + \left(\frac{ry+su}{t}\right) \times \left(\frac{sy-ru}{t}\right)^2 \times (ab+ac+bc) + \left(\frac{ry+su}{t}\right) \times \left(\frac{sy-ru}{t}\right) \times (abi+afb+acl+afc+bcl+bic) + \left(\frac{ry+su}{t}\right) \times (afbi+acfl+bcil) + \left(\frac{sy-ru}{t}\right)^3 \times abc + \left(\frac{sy-ru}{t}\right)^2 \times (abcl+abci+abcf) + \left(\frac{sy-ru}{t}\right) \times (abcil+abcfl+abcfi) + abcfil = 0$, ou en faiſant les multiplications que demande cette équation, elle deviendra $(r^3y^3 + 3rrsuyy + 3rssuuy + s^3u^3) \times \frac{p+q}{qt^3} + (rryy+2rsuy+ssuu) \times \left(\frac{sy-ru}{t^3}\right) \times \left(a+b+c-\frac{pd}{q}\right) + \left(\frac{rryy+2rsuy+ssuu}{tt}\right) \times \left(af+bi+cl-\frac{pdh}{q}\right) + \left(\frac{ry+su}{t^3}\right) \times (ssyy - 2rsuy + rruu) \times (ab+ac+bc) + \left(\frac{rsyy+ssuy-rruy-rsuu}{tt}\right) \times (abi+abf+acl+acf$

$$+bcl+bci)+\left(\frac{ry+su}{t}\right)\times(abfi+acfl+bcil)$$

$$+(s^3y^3-3ssruyy+3srruuy-r^3u^3)\times\frac{abc}{t^3}$$

$$+\left(\frac{ssyy-2rsuy+rruu}{tt}\right)\times(abcl+abci+abcf)$$

$$+\left(\frac{sy-ru}{t}\right)\times(abcil+abcfl+abcfi)+abcfil\overset{C}{=}0.$$

Maintenant si l'on rassemble tous les termes de cette derniére équation où y a trois dimensions, & qu'on les fasse égaux à zero, on aura

$$\frac{r^3y^3\times\overline{p+q}}{qt^3}+\frac{rrsy^3}{t^3}\times\left(a+b+c-\frac{pd}{q}\right)+\frac{rssy^3}{t^3}$$

$\times(ab+ac+bc)+\frac{s^3y^3}{t^3}\times abc=0$, qui se réduit à

$$\frac{r^3}{s^3}\times p+q+\frac{rr}{ss}\times(aq+bq+cq-pd)+\frac{r}{s}$$

$\times(abq+acq+bcq)+abcq\overset{D}{=}0$, dont la résolution donnera le rapport de r à s requis, pour que l'axe CQE soit l'axe demandé.

L'on voit par cette derniére équation D, que lorsque ses trois racines sont réelles; l'axe CAR peut avoir trois situations, par rapport à l'axe FAP, dans laquelle l'ordonnée QN n'aura que deux dimensions dans l'équation qui exprime la nature de la Courbe $NCFn$; & que lorsqu'il n'y en aura qu'une réelle, l'axe CAR ne peut avoir qu'une seule situation.

Si donc aprés avoir effacé de l'équation C tous les termes où y a trois dimensions, on arrange les termes restants selon l'ordre des puissances des coordonnées y & u, cette équation deviendra

$$uyy\times\frac{1}{qt^3}\times(3rrs\times\overline{p+q}+\overline{2rss-r^3}\times\overline{aq+bq+cq-pd}+\overline{s^3-2rrs}$$

$$\overline{\times abq+acq+bcq}-3rss\times abcq).$$

$$+yy\times\frac{1}{qtt}\times(rr\times\overline{afq+biq+clq-pdh}+qrs\times\overline{abi+abf+acl+acf+bcl+bci}$$

$$+qss\times abcl+abci+abcf).$$

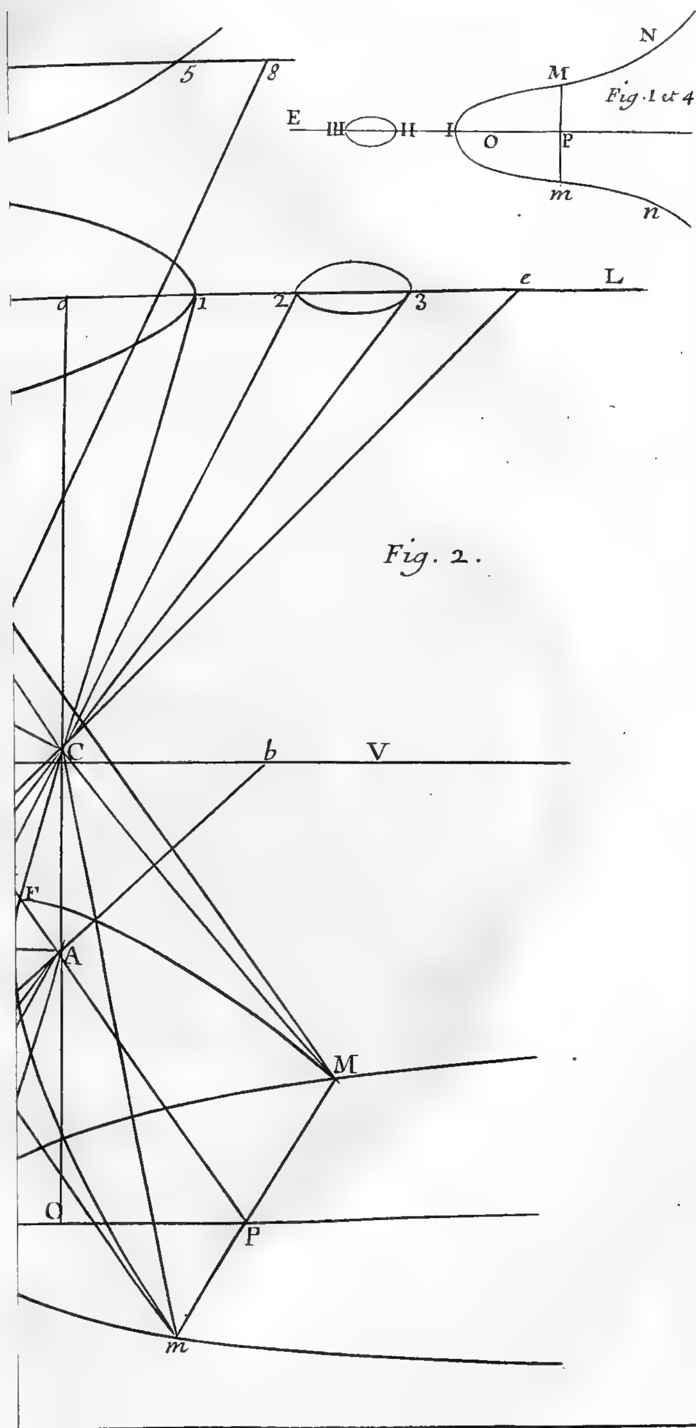
$$+uuy \times \frac{1}{qt^3} \times (3rss \times \overline{p+q} + s^3 - 2rrs \times \overline{aq+bc+cd-pd} + r^3 - 2rss$$
$$\times \overline{abq+acq+bcq} + 3rrs \times abcq).$$
$$+uy \times \frac{1}{qtt} \times (2rs \times \overline{afq+biq+clq-pdh} + q \times ss - rr$$
$$\times \overline{abi+abf+acl+acf+bcl+bci} - 2rsq \times \overline{abcl+abci+abcf}).$$
$$+y \times \frac{1}{t} \times (abfir + acflr + bcilr + abcils + abcfls + abcfis).$$
$$+u^3 \times \frac{1}{qt^3} \times (s^3 \times \overline{p+q} - rss \times \overline{aq+bq+cq-pd} + rrs \times \overline{abq+acq+bcq}$$
$$-r^3 \times abcq).$$
$$+uu \times \frac{1}{qtt} \times (ss \times \overline{afq+biq+clq-pdh} - qrs \times \overline{abi+abf+acl+acf+bcl+bci}$$
$$+qrr \times \overline{abcl+abci+abcf}).$$
$$+u \times \frac{1}{t} \times (abfis + acfls + bcils - abcilr - abcflr - abcfir)$$
$$\overset{E}{+abcfil = 0.}$$

Dans laquelle on ſubſtitüera pour r, s & t, les valeurs qui réſultent de la réſolution de l'équation D. Cela fait, ſi l'on met pour les coëfficients conſtants, les grandeurs $A, B, C, D, E, F, G, H, I$, on aura $Auyy + Byy + Cuuy + Duy + Ey + Fu^3 + Guu + Hu + I = 0$, qui eſt l'équation générale des Lignes du 3me ordre, dans laquelle l'ordonnée y n'a que deux dimenſions.

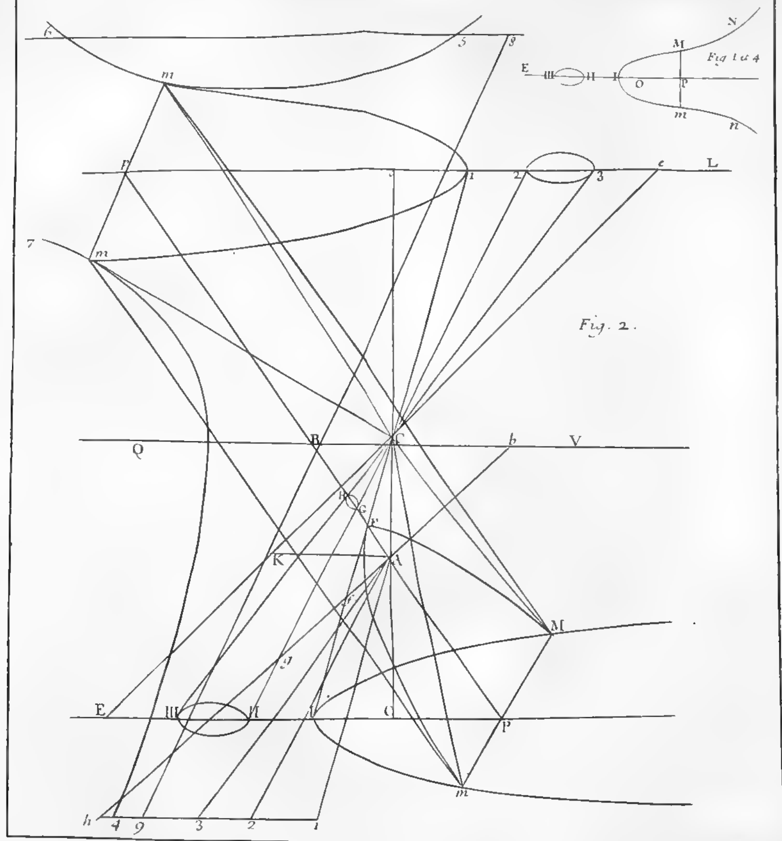
Nous remettons à un autre Mémoire à tirer de cette derniére équation un détail ſemblable à celui que nous avons tiré de l'article premier, & qui eſt renfermé dans les articles ſuivants juſqu'à l'article 16.

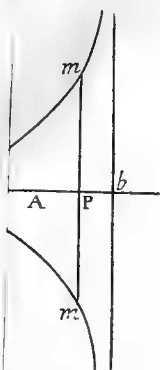
Nous donnerons auſſi dans ce Mémoire les Sections qui peuvent s'engendrer dans les autres ſolides, formés par les quatre autres paraboles divergentes du 3me ordre, ou par quelque autre courbe du même ordre que ce ſoit.

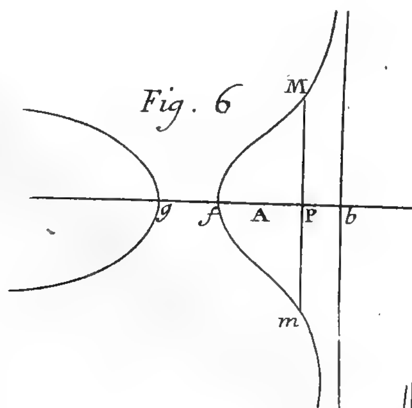


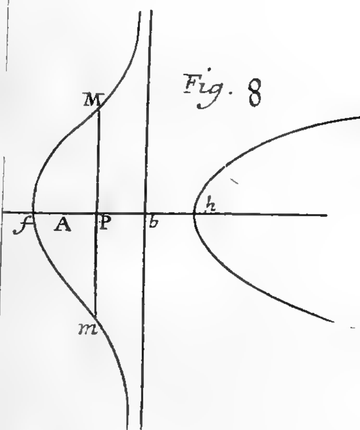


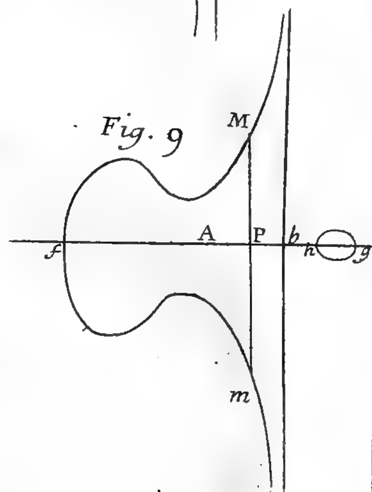
N
M
Fig. 1 et 4
E
III
H
I
O
P
m
n
5
8
e
L
1
2
3
Fig. 2.
C
b
V
F
A
M
O
P
m

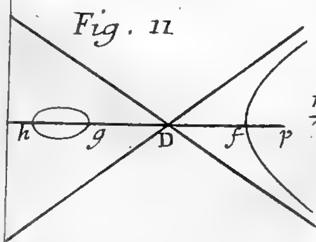

Fig. 1 et 4
E
III
II
I
O
P
M
N
m
n
Fig. 2.
L
e
1
2
3
5
8
6
7
m
p
Q
B
C
b
V
K
A
E
M
P
m
g
h
4
9
3
2
1

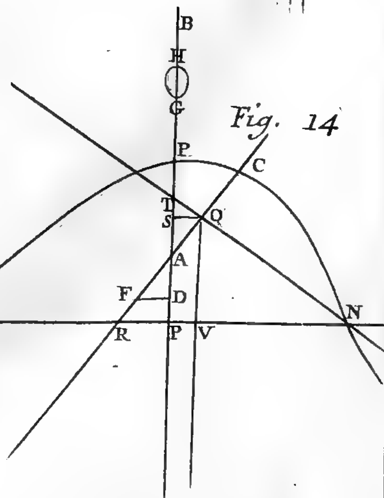

m
b
A
P
m

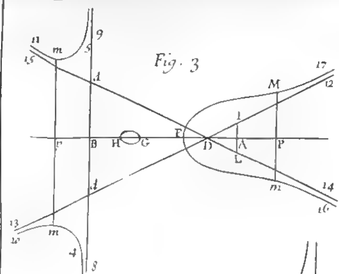

Fig. 6
M
g
f
A
P
b
m

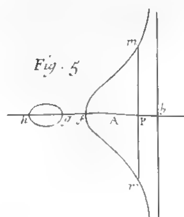

Fig. 8
M
f
A
P
b
h
m

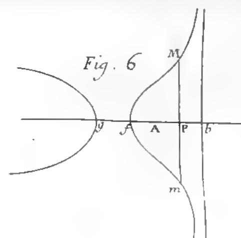

Fig. 9
M
f
A
P
b
h
g
m

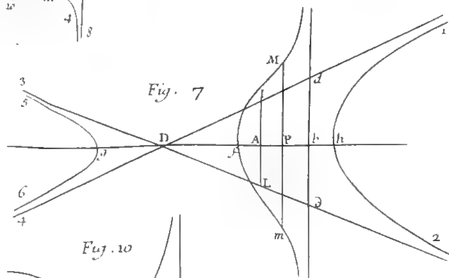

Fig. 11
h
g
D
f
p

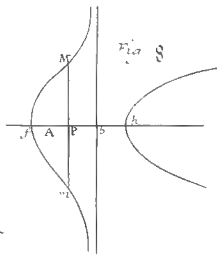

B
H
G
Fig. 14
P
C
T
S
Q
A
F
D
n
N
R
P
V

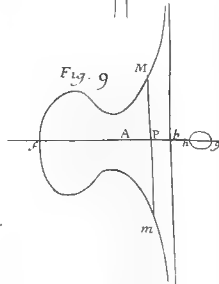


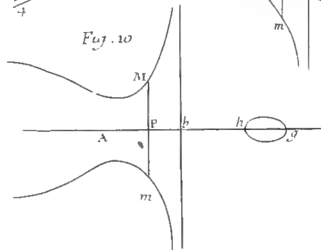


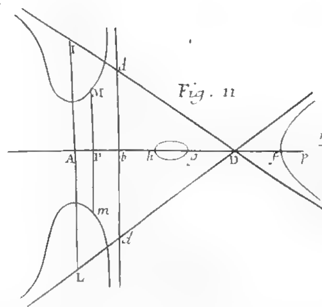


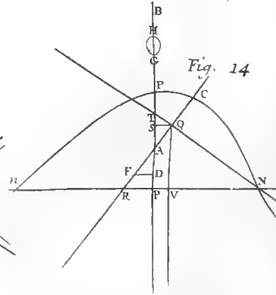


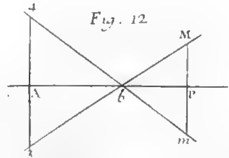




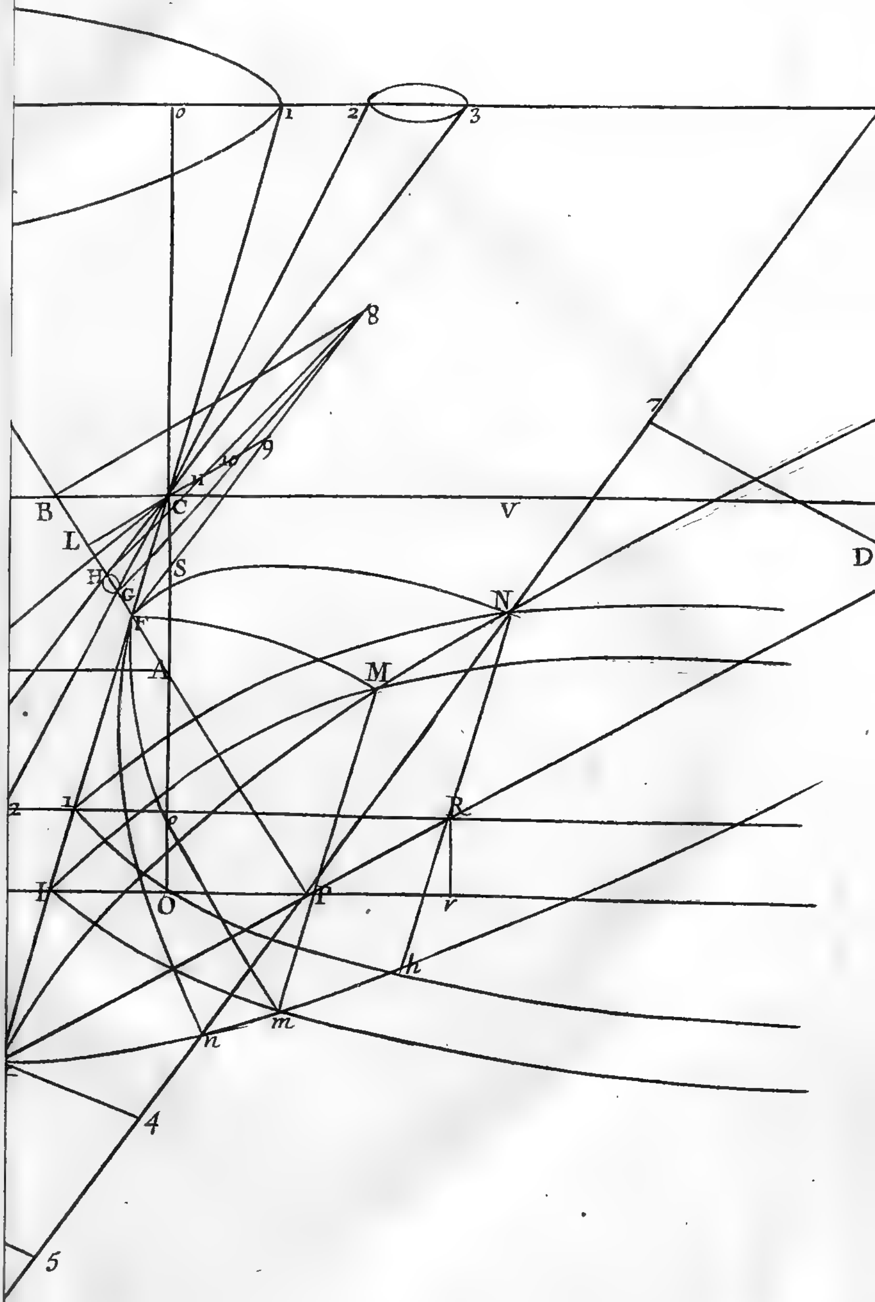


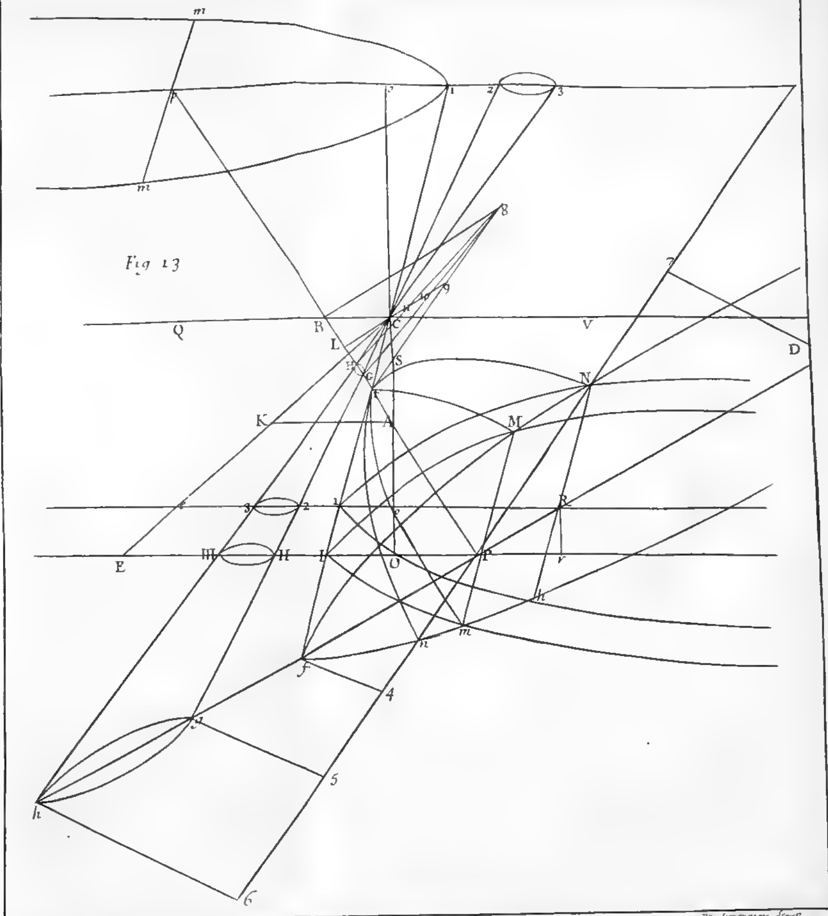






Ph. Simonneau Sculp.


0
1
2
3
8
7
9
10
11
B
C
V
D
L
S
H
G
N
F
A
M
1
2
R
I
O
P
r
h
m
n
4
5


Mem. de l'Acad. 1731. Pl. 33 pag. 510.
Fig. 13
m
p
m
1
2
3
8
9
10
11
Q
B
C
V
D
L
S
N
G
F
K
A
M
e
3
2
1
R
E
III
H
I
O
P
r
h
m
n
f
4
g
5
h
6

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES FAITES PENDANT L'ANNÉE M. DCCXXXI.

Par M. MARALDI.

ON a vû plusieurs fois l'Aurore Boréale, dans le Printemps & dans l'Automne de l'année 1731. Nous avons principalement remarqué celles du 3 & du 7 Octobre, dont la premiére étoit en forme d'un Arc lumineux, qui s'étendoit depuis le Nord-Est jusqu'à l'Oüest, dans l'espace d'environ 135 degrés. La largeur de cet Arc étoit d'environ 4 ou 5 degrés, & on voyoit au travers les quatre Etoiles du quarré de la grande Ourse. Cet Arc qui se terminoit de deux côtés à l'horison, étoit élevé à la hauteur d'environ 10 degrés; il fut observé jusqu'à $10^h \frac{1}{2}$ qu'il paroissoit plus foible. 9 Janvier 1732.

La seconde a été plus considérable, & on y a vû à $6^h \frac{3}{4}$, avant la fin du Crépuscule, & à la présence de la Lune, des rayons de lumiére qui montoient avec une grande vîtesse jusqu'au Zénith. Je croyois que la clarté de la Lune auroit empêché de voir la lumiére dans la partie méridionale du Ciel, lorsque j'en vis sortir de l'horison, à $7^h 2'$, au dessous des Etoiles d'*Aries*, un demi-cercle de lumiére rouge-pâle, de la grandeur de l'Arc-en-Ciel, qui passoit par les Etoiles des Poissons, par le Verseau, & finissoit où se couchoit le Sagittaire, il comprenoit à l'horison 120 degrés ou environ, il dura en cet état 8 ou 10 min. Il se forma ensuite de sa lumiére de petits nuages, qui se dispersoient par la partie méridionale du Ciel; pendant tout ce temps, on voyoit au Nord-Oüest des grands rayons de lumiére qui sortoient d'un grand amas de nuages rougeâtres, qui étoit au dessous d'Arcturus.

A $7^h 30'$, l'Arc méridional paroissoit de nouveau, mais irréguliérement, & il avoit un mouvement qui l'approchoit de l'horison. A $7^h 35'$, son extrémité orientale étant disparuë,

il paroissoit sortir de la partie occidentale du Ciel. A 7^h 40' l'Arc étoit disparu, & il s'étoit formé de sa lumiére plusieurs petits nuages de la même couleur. On voyoit en même temps vers le Zénith quelque petit nuage de lumiére.

A 7^h 45', la partie méridionale du Ciel étoit entiérement sereine, & il ne restoit qu'une petite apparence de lumiére au Nord-Oüest au dessous d'Arcturus.

A 7^h 50', la lumiére paroissoit augmenter, & elle s'étendoit depuis la Chevre jusqu'à Arcturus, & elle jettoit des rayons de lumiére qui ne montoient qu'à la petite Ourse; elle a été dans cet état jusqu'à 8^h 10', qu'on a vû paroître au Nord deux Arcs de lumiére concentriques, qui prenoient leur origine au dessous de la Chevre, & alloient finir à Arcturus, & leur partie supérieure passoit par la petite Ourse.

A 8^h 25', il est sorti de l'horison, au dessous de la Chevre, un grand amas de lumiére, qui après avoir parcouru la partie septentrionale du Ciel, est disparu au dessous de la Couronne septentrionale.

A 8^h 50', le Ciel étoit entiérement couvert : à 9^h 24', le Ciel s'étoit découvert, & on ne voyoit que de petits nuages qui alloient de côté & d'autre.

A 9^h 35', on voyoit beaucoup de rayons de lumiére qui sortoient de tout l'horison, & montoient jusqu'au Zénith, où ils se croisoient & passoient du côté opposé. Cette apparence a duré jusques vers les 10^h que le Ciel s'est couvert.

Observations sur la quantité de Pluye.

	pouc.	lign.		pouc.	lign.
En Janvier	1	$1\frac{5}{6}$	En Juillet	0	$8\frac{2}{6}$
Février	0	$5\frac{2}{6}$	Août	1	$6\frac{4}{6}$
Mars	0	$0\frac{1}{6}$	Septembre	2	$0\frac{1}{6}$
Avril	0	$2\frac{3}{6}$	Octobre	0	2
Mai	0	10	Novembre	1	$3\frac{4}{6}$
Juin	0	$8\frac{4}{6}$	Décembre	1	$1\frac{5}{6}$
	3	$4\frac{3}{6}$		6	$10\frac{4}{6}$

Somme totale de la Pluye tombée en 1731, 10 pouces 3 lignes & $\frac{1}{6}$, ce qui marque une année féche, par rapport à 17 pouces $\frac{1}{2}$, qu'on a établi derniérement pour une année commune.

La Pluye tombée dans les six premiers mois de l'année n'est que de 3 pouces 4 lignes $\frac{1}{2}$, qui n'est pas la moitié de la Pluye tombée dans les six derniers, qui est de 6 pouces 10 lignes $\frac{2}{3}$. Celle des mois de Mars, Avril & Mai, qui contribuë beaucoup à la fécondité de la Terre, n'a été que d'un pouce & $\frac{2}{3}$ de ligne : En effet, la récolte des menus grains a été fort médiocre, & celle des fourrages encore davantage.

On a fait la même remarque, l'année 1719, qui a été une année des moins pluvieuses, & dont la hauteur de la Pluye n'a été que de 9 pouc. 4 lign. Comme aussi l'année 1723, qui est la plus séche qu'on ait observée depuis 40 ans, la hauteur de la Pluye n'ayant été que de 7 pouces 8 lignes. Dans la premiére de ces années, il n'a plû pendant ces trois mois qu'un pouce, & dans l'autre 1 pouce 1 ligne, ce qui approche de cette année où il n'est tombé qu'un pouce $\frac{2}{3}$ de ligne.

Observations sur le Thermometre.

L'Hiver n'a pas été fort rude, mais le froid a duré longtemps. La liqueur du Thermometre qui est toûjours le même, dont on s'est servi depuis 60 ans, n'est descenduë qu'à 21^d le 25 de Janvier; elle a été à 22^d le 5 & le 6 de Février, par un vent de Nord-Est.

L'Eté a été fort long, & la chaleur fort grande, elle a fait monter la liqueur du même Thermometre à 71^d le 6 Juillet au lever du Soleil, mais à 3^h après midi, elle n'étoit montée qu'à 74^d, au lieu que les 10 & 11 Août, où l'on avoit observé le matin la liqueur à 71^d, elle monta à 82^d à 3^h après midi, qui est une marque des plus grandes chaleurs qu'il fasse dans ce Climat. Ce même jour, la liqueur du nouveau Thermometre de M. de Reaumur, qui, aux Caves

de l'Obſervatoire, ſe ſoûtient à 10^{d} $\frac{1}{4}$ au deſſous de la congélation de l'eau, & que nous continuons d'obſerver tous les jours, depuis le 12 Février, étoit à 22^{d} le matin, & à 29^{d} $\frac{1}{2}$, à 3^{h} après midi.

Sur le Barometre.

Le Barometre a marqué la moindre élevation du Mercure, à 27 pouc. 1 ligne le 9 Février, il a été à 27 pouc. 3 lign. le 7, le 8, & le 10 du même mois, par un temps couvert, & par un vent de Nord-Oüeſt. La plus grande élevation du Mercure a été à 28 pouc. 4 lign. les 10, 11, 12 & 13 de Juin, par un temps ſerein, & un vent de Nord-Eſt, & généralement il s'eſt ſoûtenu à une grande hauteur pendant tout l'Eté.

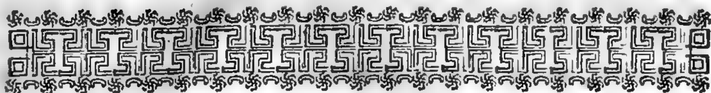
On a joüi pendant la plus grande partie de cette année d'un Ciel fort ſerein, dont il n'y a point d'exemple depuis un grand nombre d'années.

La Riviere de Seine a été extrêmement baſſe, & n'a commencé à augmenter que vers le commencement de Novembre.

Sur la Déclinaiſon de l'Aiman.

Le 5 Décembre 1731, nous avons obſervé avec une Aiguille de 4 pouc. la déclinaiſon de l'Aiman de 14° 45' au Nord-Oüeſt.





MESSIEURS DE LA SOCIETE' Royale des Sciences, établie à Montpellier, ont envoyé à l'Academie l'Ouvrage qui suit, pour entretenir l'union intime qui doit être entre elles; comme ne faisant qu'un seul Corps, aux termes des Statuts accordés par le Roy au mois de Fevrier 1706.

OBSERVATION

D'un Abscès intérieur de la Poitrine, accompagné des symptomes de la Phtisie, & d'un déplacement notable de l'Epine du Dos & des Epaules; le tout terminé heureusement par l'évacuation naturelle de l'Abscès par le Fondement.

Par M. CHICOYNEAU le Pere*.

MADEMOISELLE DE SÉRIGNAN, fille de M. le Marquis de Sérignan, de Béziers, âgée d'environ neuf ans, d'une constitution séche, maigre & fort vive, d'un caractere d'esprit doux & jovial, parut il y a près de quatre mois avoir les épaules, & surtout la gauche, plus relevées qu'à l'ordinaire, & le tronc du corps un peu plus panché que de coûtume sur le côté droit, ce qui donna lieu à Madame de Serre sa grand-mere de me faire appeller pour l'examiner, & voir s'il ne seroit pas possible de prévenir le progrès du déplacement des parties mentionnées. M'étant donc rendu

* A présent premier Médecin du Roy.

chés elle, & ayant fait dépoüiller cette jeune Demoiſelle, je remarquai d'abord, outre une maigreur générale, que le bord des omoplates du côté de l'épine étoit ſi relevé, qu'il laiſſoit entr'elles & les côtes un eſpace vuide de deux à trois travers de doigt, & j'apperçûs en même temps que l'épine du dos, au lieu de former une ligne droite & perpendiculaire, s'étoit recourbée & écartée de ſa ſituation naturelle depuis la quatriéme vertebre du dos juſqu'à celles des lombes, de façon qu'elle décrivoit comme une eſpece d'arc dont la convéxité répondoit au côté gauche, & ſe manifeſtoit ſi ſenſiblement, un peu au deſſous de l'angle inférieur de l'omoplate, qu'elle paroiſſoit éloignée de la perpendiculaire de plus de deux travers de doigt. Ce dérangement me donna lieu de faire de triſtes réfléxions ſur les ſuites fâcheuſes qu'il pourroit avoir, ne croyant pas qu'il fût poſſible d'éviter que cette jeune Demoiſelle tombât dans le cas d'une difformité conſidérable, à laquelle l'Art ou la Nature ne pourroient pas remédier; de plus le danger de la preſſion des principaux organes de la reſpiration, qui eſt aſſés ſouvent occaſionnée par ces ſortes de déplacements, étoit encore fort à craindre.

Cependant je ne laiſſai pas de raſſûrer autant qu'il dépendit de moi, Madame de Serre & la petite malade, qui bien que dans l'âge d'innocence & de ſimplicité, a néantmoins beaucoup de pénétration, & raiſonne preſque avec la même juſteſſe, que ſi elle avoit atteint celui de maturité : ces conſidérations m'engagerent à diſſimuler ce que je penſois ſur l'état de la Demoiſelle, & je leur fis au contraire eſpérer, qu'à meſure qu'elle croîtroit, & ſe fortifieroit, la Nature rétabliroit les parties dans une ſituation convenable, de même que nous le voyons arriver aſſés fréquemment aux enfants attaqués du Rachitis, ou qui (pour me ſervir des termes communément uſités) ſont noüés, & que nous voyons pourtant ſe dénoüer à meſure qu'ils avancent vers l'âge de puberté.

Ayant donc fini l'examen dont je viens de parler, & promis à Madame de Serre de preſcrire quelques remedes propres à prévenir le progrès du dérangement marqué; je me

retirai, en penſant uniquement à mettre en uſage, dès que la ſaiſon le permettroit, quelques legers apéritifs entremêlés d'adouciſſants, & par intervalles quelque minoratif, s'agiſſant non ſeulement de réſoudre les obſtructions des Tuyaux capillaires, mais encore de remédier à la grande maigreur & ſécherеſſe de nôtre jeune Demoiſelle.

Mais à peine quinze jours s'étoient écoulés depuis cette premiére viſite, que je fus rappellé par rapport à une attaque de fiévre très-vive qui avoit déja commencé par des friſſons, qui furent ſuivis d'une chaleur âcre, ſéche & ardente, avec des redoublements ſur le ſoir, qui ſe ſoûtenoient pendant la nuit, & finiſſoient vers le matin par de petites moiteurs ou ſuaillements, enſorte qu'il n'y avoit aucun lieu de douter que ce ne fût une fiévre aiguë, continuë, du genre de celles que nous appellons *putrides,* le dégoût, la mauvaiſe bouche, la croûte blancheâtre de la langue, les maux d'eſtomac, & la tenſion, avec le gonflement du bas-ventre étant de la partie. Mais outre tous ces ſymptômes familiers à cette eſpece de fiévre, nôtre jeune malade étoit auſſi affligée d'une douleur tenſive entre les deux épaules, d'une toux ſéche aſſés fréquente, & d'une petite difficulté de reſpirer, qui me firent comprendre que les poulmons ou la pleure étoient déja menacés ou atteints d'une fluxion inflammatoire. Ces accidents m'obligerent, malgré la délicateſſe de la conſtitution & la débilité générale de la malade, de lui faire ouvrir la veine du bras, pour en tirer cinq à ſix onces de ſang; je pris enſuite le temps de la rémiſſion ou diminution fébrile pour évacuer la pourriture par le moyen de quelque minoratif, & je lui fis prendre pour la même fin, pendant quatre ou cinq matins conſécutifs, une once & demie chaque fois de Sirop de Cicorée compoſé avec vingt à trente grains de Rhubarbe, ſans oublier les injections émollientes pour entretenir la liberté du ventre, & je lui donnai tous les ſoirs une petite potion ſomnifere, pour calmer la toux, les grandes agitations ou inquiétudes, & les inſomnies qui tourmentoient la malade. Par tous ces ſecours, de même que par l'uſage d'une legere

teinture de Quinquina, & par un régime exact, je vis diminuer au bout d'une vingtaine de jours la force du mouvement fébrile, & la vivacité des redoublements, de même que tous les autres accidents qui marquoient la pourriture que j'avois ſoupçonnée ; mais la fréquence du poulx & les exacerbations ou accès précédés & entremêlés de petits friſſons ne laiſſant pas de ſubſiſter avec une chaleur âcre, ſéche & ardente, les quintes de toux qui étoient encore plus fréquentes, la difficulté de reſpirer, & la douleur tenſive de la poitrine me firent juger alors que la fiévre aiguë s'étoit changée en fiévre lente, que l'inflammation intérieure de la pleure ou des poulmons s'étoit terminée par la ſuppuration, & qu'en conſéquence le danger d'une funeſte phtiſie étoit abſolument inévitable. En effet le moyen de ſe flatter que la nature, d'ailleurs très-affoiblie par la violence de la fiévre aiguë qui avoit précédé, pût trouver aucune reſſource pour déterger ou nettoyer une ſuppuration, qui non ſeulement avoit été occaſionnée par ſa cauſe ordinaire, je veux dire par une inflammation précédente, mais encore qui paroiſſoit être fomentée par un déplacement des parties ſolides auquel il n'étoit pas poſſible de remédier; je crûs donc qu'il n'y avoit point d'autre parti à prendre que celui de la cure palliative, c'eſt-à-dire, de donner à la malade du Lait pour toute nourriture, & ſur le ſoir le Baume tranquille, pour tempérer l'acreté du pus, & de toute la maſſe des humeurs, & pour appaiſer les douleurs, les anxiétés, la toux & les inſomnies.

Il ſe paſſa environ huit à dix jours ſans que je viſſe aucun effet de ce régime, ou que cette méthode procurât le moindre adouciſſement, ſi ce n'eſt que les gouttes anodines données au nombre de dix à douze avec trois drachmes de Sirop de Pavot blanc, & une cuillerée d'Eau de fleur d'Orange ſur le ſoir, dans le temps que le redoublement & les grandes inquiétudes commençoient à ſe faire ſentir, donnoient du calme, & faiſoient paſſer la nuit tranquillement ; mais pendant le cours de la journée, la fiévre, la chaleur, l'ardeur, la toux & la ſécchereſſe ſe ſoûtenoient, & paroiſſoient augmenter plûtôt

que diminüer : ce qui jetta enfin cette jeune enfant, déja épuisée par la violence du mal précédent, dans une si grande débilité, que le pouls étant devenu très-petit, & fort inégal, j'appréhendai, & je crûs même que la derniére fin n'étoit pas éloignée, ensorte que pour n'avoir rien à me reprocher, & ne laisser aux parents aucun regret, je demandai une consultation. M.rs Verny & Lazerme, célebres praticiens de cette Ville, furent incontinent appellés, & après l'examen de la malade, & après avoir oüi le rapport de tout ce qui avoit précédé, ils crûrent, comme moi, non seulement qu'il n'y avoit plus rien à espérer, mais même qu'à peine pouvoit-on répondre de deux à trois jours de vie ; les pulsations étoient si déprimées, si irréguliéres, & l'abbattement si universel, que les consultants frappés de cette triste situation, prononcerent en termes formels, qu'il étoit bien moins question de prescrire des remedes que de consoler les parents de nôtre jeune malade. Dans ce triste état, la consultation se réduisit uniquement à conseiller quelques petits cordiaux, quelque cuillerée de jus ou de coulis de Perdrix, & à la place du lait, pour toute nourriture, un lait coupé & écrémé, ou du petit lait chalybé ; mais les premiéres cuillerées du coulis ayant provoqué une toux des plus violentes, & excité une chaleur encore plus ardente, & la petite Demoiselle ayant marqué un rebut invincible pour le petit lait, il fallut la remettre à son genre de nourriture ordinaire, & abandonner les cordiaux, de façon que nous ne nous attendions plus qu'à voir dans peu les déplorables suites de nôtre funeste présage, mais les ressources de la Nature n'étoient pas encore épuisées, les gardes ordinaires de la malade s'apperçûrent & nous rapporterent que dans l'espace de temps qui s'étoit écoulé depuis la visite du soir jusqu'à celle du matin, c'est-à-dire, de quatorze à quinze heures, la malade avoit rendu plusieurs fois, & avec assés d'abondance par le fondement, une matiére blancheâtre liquide, & pourtant gluante, semblable à du pus, & que cette évacuation avoit été précédée, & étoit accompagnée de grandes épreintes, ou vives irritations à l'anus, & à la partie

inférieure du bas-ventre, ces douleurs étant par fois ſi cruelles, qu'elles faiſoient pouſſer à cette enfant les hauts cris. Nous examinâmes nous-mêmes les linges ſur leſquels la matiére étoit répanduë, nous reconnûmes ſenſiblement que c'étoit du véritable pus, & que les taches qu'elle laiſſoit ſur ces linges étoient en certains endroits un peu rougeâtres, & comme ſanguinolentes.

Cette évacuation ſe ſoûtint avec la même fréquence & la même abondance pendant pluſieurs jours conſécutifs ; & comme nous obſervions que du premier jour qu'elle avoit paru, & encore plus, à meſure qu'elle avançoit, la force & la véhémence de tous les ſymptômes diminüoient, mais ſurtout que la fiévre & l'abbattement n'étoient plus ſi conſidérables, nous commençâmes dès-lors à regarder cette évacuation comme critique, & à eſpérer que nôtre jeune Demoiſelle pourroit ſe garantir par cette voye du danger qui la menaçoit.

Cependant cette matiére blancheâtre & purulente ayant continué de s'écouler copieuſement durant l'eſpace de dix à douze jours, tous les accidents diminüerent au point de faire comprendre que l'abſcès intérieur de la pleure qui en étoit ſans doute la ſource s'étoit vuidé par cette voye : quoique ce fait ait été regardé juſqu'ici comme problematique, & même par le plus grand nombre des Phyſiciens comme impoſſible ; ſçavoir, que le pus des abſcès formés, & renfermés dans la poitrine puiſſe s'inſinuer dans les routes de la circulation, & s'échapper enſuite par les ſelles, ou par les urines ; la vérité de cet évenement eſt pourtant ſi ſenſible dans le cas préſent, que je ne crois pas qu'il ſoit permis d'en douter, puiſqu'il eſt évident que la fiévre lente, les redoublements, la toux, la difficulté de reſpirer, l'ardeur, la maigreur, la ſécchereſſe, & la debilité générale étoient cauſés & fomentés par un abſcès intérieur de la poitrine, & qu'à meſure que le pus de cet abſcès s'eſt évacué par le fondement, tous ces accidents ont diſparu, de façon que nous avons enfin eu la ſatisfaction de voir revenir la jeune malade dans ſon état

naturel,

naturel, bien que ç'ait été, pour ainsi dire, à pas de tortuë, la fréquence du pouls, & certain degré de chaleur, & de sécheresse s'étant soûtenus quelque temps après l'évacuation de l'abscès, avec un peu de toux (qui néantmoins, à la différence de celle qui avoit précédé, étoit un peu humide) la durée de ces symptomes ne laissa pas de nous tenir en suspens, appréhendant que le pus de l'abscès, pendant son séjour, n'eût donné lieu à quelque impression ulcéreuse, dont le progrès n'étoit modéré que par l'efficacité de la diette blanche, & du Narcotique, jusqu'à ce que nous vîmes que la petite malade se tira du lit, dans lequel elle croupissoit depuis plus de cinquante jours, & qu'elle reprenoit de jour en jour de nouvelles forces, ce qui nous fit connoître que la crainte de l'ulcere étoit mal fondée, & qu'il ne s'agissoit plus que de quelque reliquat d'acreté & de sécheresse, que la persévérance dans l'usage du lait pour toute nourriture, ne pouvoit manquer de corriger & de détruire.

Dès-lors, il ne nous resta plus que le regret du déplacement des parties solides, & la juste appréhension que ce déplacement venant à augmenter, ne causât bien-tôt une notable difformité, & peut-être aussi dans les suites, quelque funeste dépôt dans les parties intérieures essentielles à la vie, le changement de situation porté jusqu'à certain degré, pouvant causer une pression suffisante à reproduire ce mauvais effet. Occupé de ces tristes idées, je crûs devoir examiner de nouveau, l'état des parties qui s'étoient écartées de leur place naturelle, pour reconnoître si la force & la malignité des accidents que la malade avoit essuyés, ne l'auroient pas rendu encore plus vitieux, en pervertissant la nature, le mouvement, & la distribution des liquides, & en desséchant, ou en ébranlant fortement les solides, la vivacité, l'ardeur, & la continuité de la fiévre devant nécessairement altérer les digestions, la circulation, & les dépurations de la masse des humeurs, dissiper leurs particules spiritueuses & balsamiques, & affoiblir enfin la vertu des ressorts destinés à l'exercice de toutes les fonctions, & à conserver sur-tout l'arrangement

naturel des parties. Convaincu, dis-je, par toutes ces reflexions, que le déplacement déja obſervé devoit avoir augmenté, & voulant m'en aſſûrer auſſi par l'inſpection, ſurtout du point de dépravation où il pouvoit être parvenu, j'aurois aſſés de peine à vous exprimer, Meſſieurs, quelle fut ma ſurpriſe, & celle des perſonnes préſentes à cet examen, qui étoient déja inſtruites de l'état des choſes, lorſque nous vîmes que les parties, bien loin de s'être encore plus dérangées, l'étoient au contraire beaucoup moins; les épaules, & ſurtout la gauche, dont l'élevation étoit auparavant ſi conſidérable, paroiſſoient preſque entiérement applatties, & comme collées à la ſurface extérieure des côtes, ne laiſſant quaſi plus de vuide, & quant à l'épine du dos que nous avions vû, peu de temps avant la naiſſance de la maladie aiguë, ſi éloignée de ſa ligne de direction, formant comme une eſpece de S, elle s'étoit rapprochée de plus d'un travers de doigt de la place qu'elle doit naturellement occuper.

Un évenement ſi ineſpéré m'obligea d'abord à refléchir attentivement à ce qui en pouvoit être la cauſe; de ſorte qu'après avoir examiné mûrement, & peſé toutes les circonſtances qui l'avoient précédé, il me parut que le déplacement des parties avoit été occaſionné par la même tumeur intérieure de la poitrine, dont l'inflammation, & enſuite la ſuppuration avoient excité les deux grandes maladies, qui avoient jetté nôtre jeune Demoiſelle dans un ſi grand danger. Cette tumeur s'étant, ſans doute, formée vers la partie poſtérieure de cette région, dans les vaiſſeaux & le tiſſu de la pleure, & portant, ou étant ſituée ſur les côtés de l'épine, avoit obligé par ſon accroiſſement, & en preſſant aſſiduëment cette partie de ſe déranger, ou s'écarter de ſa ſituation naturelle; & pour ce qui concerne l'élevation des omoplates, elle doit être vrai-ſemblablement attribuée à ce que ces parties étoient preſſées par les côtes devenuës plus convexes, & formant une eſpece d'angle aigu dans leur partie moyenne, en conſéquence d'une humidité ſurabondante, dont elles étoient imbibées, & qui obligeoit les deux extrémités de ces

mêmes côtes à se raccourcir, & se replier, de façon qu'elles formoient dans leur milieu un angle saillant qui soulevoit les omoplates. Enfin la tumeur intérieure, dont nous avons parlé ci-dessus, s'étant résoute, & heureusement évanoüie, & conséquemment la pression des parties ne subsistant plus, ni la lymphe, & les humidités superfluës ne s'arrêtant plus dans les côtes voisines, il ne falloit pas s'étonner qu'elles se fussent peu à peu remises, ou rétablies dans leur place ordinaire.

C'est, Messieurs, en peu de mots, l'explication, autant que j'en puis juger, la plus simple, & la plus vrai-semblable, d'un fait aussi singulier, & que j'ai crû devoir adopter avec d'autant plus de fondement, que par l'unique supposition de la tumeur, située à la partie intérieure & postérieure de la poitrine, qui a pressé, en croissant, les parties contiguës, & qui ayant aussi géné le cours du sang dans les vaisseaux de la pleure, a donné lieu à une inflammation considérable, qui s'est changée en abscès, dont la matiére purulente s'est enfin heureusement évacuée par le fondement; par cette unique, dis-je, & très-simple supposition, il est aisé de rendre raison de tous les faits, accidents & évenements renfermés dans cette Observation, que j'ai jugé d'ailleurs pouvoir mériter l'attention de la Compagnie, par la singularité de deux principaux phénomenes; sçavoir, de l'évacuation critique du pus contenu dans un abscès intérieur de la poitrine, par l'anus, évacuation qui garantit du danger imminent d'une phtisie mortelle; & en second lieu, d'un notable déplacement de l'épine, des côtes & des omoplates, parfaitement corrigé, & reparé conséquemment à la même évacuation.

L'utilité que nous pouvons retirer dans l'exercice de la profession, de la considération de ces deux évenements fortunés est très-sensible; le premier faisant voir que nous ne devons jamais désespérer, dans les cas des suppurations intérieures de la poitrine, quoique la voye de l'expectoration soit fermée, le pus pouvant être repompé par les vaisseaux capillaires, & s'insinuer dans les routes de la circulation,

d'où il peut être aiſément porté par le moyen de la ſéroſité du ſang aux glandes des inteſtins, s'y ſéparer & s'écouler enfin par la voye des ſelles, ou par celle des urines. Et le ſecond fait démontre auſſi, avec aſſés d'évidence, que le déplacement des os qui ne vient pas d'un vice héréditaire, & de leur mauvaiſe conformation naturelle, mais qui dépend uniquement d'une cauſe accidentelle ou extérieure, n'eſt pas incorrigible, & peut être réparé, quoiqu'il ſoit conſidérable, & que les os ſoient quaſi parvenus à leur dernier degré de ſolidité, lorſqu'on eſt aſſés heureux pour que cette cauſe qui les a obligés à changer de ſituation puiſſe être détruite, ſoit par le ſecours de l'Art, ſoit par les forces de la Nature.



